

DOI: 10.24937/2542-2324-2022-1-399-130-136  
УДК 621.317.441

Г.Н. Цицикян , М.Ю. Антипов, С.Н. Кунаев  
ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

## КОЭФИЦИЕНТЫ ВЗАИМНОЙ ИНДУКЦИИ И САМОИНДУКЦИИ ОДНОСЛОЙНЫХ И ДВУХСЛОЙНЫХ КАТУШЕК

**Объект и цель научной работы.** Объектом исследования являются однослойные и двухслойные катушки. Цель – совершенствование работы судовых энергетических систем.

**Материалы и методы.** В работе использованы методы математической физики и теоретической электротехники.

**Основные результаты.** Дан анализ существующих методов и рекомендаций по расчету индуктивностей однослойных и двухслойных катушек. На основе сопоставительного анализа предложены выражения, исключающие применение табличных значений.

**Заключение.** Записаны строгие выражения, содержащие специальные функции, вытекающие из наложения ряда идеализированных представлений. В качестве одного из них дается формула для индуктивности через сферические функции Лежандра с полуцелым индексом. Сопоставлением рекомендуемых выражений для индуктивностей двухслойных катушек не выявлено существенных различий.

**Ключевые слова:** индуктивность, самоиндукция, однослойные катушки, двухслойные катушки, соленоид.

*Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.*

DOI: 10.24937/2542-2324-2022-1-399-130-136  
UDC 621.317.441

G. Tsitsikyan , M. Antipov, S. Kunaev  
Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

## MUTUAL INDUCTION AND SELF-INDUCTION COEFFICIENTS OF SINGLE- AND DOUBLE-LAYER COILS

**Object and purpose of research.** This paper discusses single- and double-layer coils. The purpose of the study was to improve the operation of ship power systems.

**Materials and methods.** The study relied on the methods of mathematical physics and theoretical electric engineering.

**Main results.** The study analyses current methods and recommendations for inductance calculations of single- and double-layer coils. Based on the comparative analysis, the paper suggests the expressions that make it possible to do without the tabular values.

**Conclusion.** The study yielded strict expressions with special functions that entail from the overlapping of a number of idealized representations. As an example for one of them, the paper gives a formula expressing the inductance in terms of spherical Legendre functions with semi-integer index. The comparison of recommended calculation expressions for double-layer coil inductance has not found any significant deviations.

**Keywords:** inductance, self-induction, single-layer coils, double-layer coils, solenoid.

*The authors declare no conflicts of interest.*

### Введение

#### Introduction

Соленоиды являются идеализированным представлением для реальной катушки, намотанной

проводом малого сечения на цилиндрический каркас без учета угла намотки. Выражение для коэффициента самоиндукции такой катушки имеет ряд видоизменений, и здесь будут затронуты наиболее известные из них.

*Для цитирования:* Цицикян Г.Н., Антипов М.Ю., Кунаев С.Н. Коэффициенты взаимной индукции и самоиндукции однослойных и двухслойных катушек. Труды Крыловского государственного научного центра. 2022; 1(399): 130–136.

*For citations:* Tsitsikyan G., Antipov M., Kunaev S. Mutual induction and self-induction coefficients of single- and double-layer coils. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2022; 1(399): 130–136 (in Russian).

## Расчет индуктивностей однослойных катушек

Inductance calculation for single-layer coils

Можно предположить, что катушки с фиксированным числом витков при неизменном радиусе будут отличаться по индуктивности из-за учета расстояния между витками так, как это показано на рис. 1.

Выражение для индуктивности катушки в конфигурации и в обозначениях рис. 1 представлено в [1] в виде:

$$L = \frac{\pi \mu_0 r^2 w^2}{\sqrt{4r^2 + (w-1)^2 s_w^2}} = \frac{\pi \mu_0 r^2 w^2}{\sqrt{4r^2 + l^2}}, \quad (1)$$

где  $w$  – количество витков;  $l = (w-1)s_w$  – длина;  $s_w$  – шаг намотки;  $r$  – радиус витка.

Если пренебречь зазором между витками и считать, что провода практически заполняют межвитковое пространство, то для нахождения индуктивности такой соленоидальной катушки с числом витков  $w$  и с шагом намотки  $s_w$  можно воспользоваться способом вычислений на основе формулы (6–2) в [2]:

$$L = \frac{\pi}{4} \mu_0 w^2 \frac{4r^2}{(w-1)s_w} K_\alpha = \frac{\pi \mu_0 r^2 w^2}{(w-1)s_w} K_\alpha, \quad (2)$$

где величина  $K_\alpha$  является функцией  $\alpha$ ,

$$\alpha = \frac{(w-1)s_w}{2r} = \frac{l}{d}, \quad (3)$$

и определяется по [2, табл. 6.2] по  $\alpha$  или по  $\alpha^{-1}$ . Здесь:  $l$  – длина;  $d$  – диаметр катушки;  $w$  – количество витков;  $r$  – радиус витка,  $r = d/2$ .

Выберем для сравнения (1) и (2) следующие значения:  $s_w = 0,008$  м,  $w = 50$ ,  $r = 0,15$  м. Сопоставляя (1) и (2), приходим к заключению, что результаты вычислений можно сравнивать по выражениям:

$$[4r^2 + (w-1)^2 s_w^2]^{-1/2} \text{ и } [(w-1)s_w]^{-1} K_\alpha.$$

Пусть  $r = 0,15$  м,  $(w-1) = 49$ ,  $s_w = 0,008$  м. Тогда (3) равно  $\cong 1,3067$  и  $\alpha^{-1} \cong 0,7653$ .

По [2, табл. 6.2] имеем

$$K_\alpha = 0,7439 \text{ и } \frac{K_\alpha}{(w-1)s_w} \cong \frac{0,7439}{49 \cdot 0,008} \cong 1,8977 \text{ м}^{-1}.$$

Сопоставим с величиной

$$(4r^2 + l^2)^{-1/2} = [4 \cdot 0,15^2 + (49 \cdot 0,008)^2]^{-1/2} \cong$$

$$\cong 2,0257 \text{ м}^{-1} > 1,8977 \text{ м}^{-1}.$$

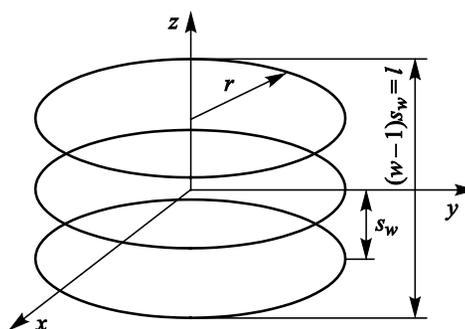


Рис. 1. Однослойная катушка в виде совокупности тонких витков без учета угла намотки

Fig. 1. Single-layer coil as a totality of thin loops (winding angle not considered)

Поэтому, умножая на общий множитель ( $\pi \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,15^2 \cdot 50^2$ ), будем иметь соответственно по (1)  $0,4498 \cdot 10^{-3}$  Гн и по (2)  $0,4214 \cdot 10^{-3}$  Гн.

Для соленоидов с отношением длины  $l$  к диаметру  $d$ , большим 0,4 ( $\alpha = l/d > 0,4$ ), рекомендовано простое выражение [3]:

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi} w^2 d \frac{\pi^2}{\alpha + 0,45}, \quad (4)$$

которое дает удовлетворительные результаты при указанных ограничениях.

При  $l = (w-1)s_w = 49 \cdot 0,008 = 0,392$  м,  $d = 0,3$  м,  $\alpha = l/d = 1,3067$  получим:

$$L = 10^{-7} \cdot 50^2 \cdot 0,3 \frac{\pi^2}{1,3067 + 0,45} = 0,42137 \cdot 10^{-3} \text{ Гн},$$

т.е. имеем практическое совпадение с результатом по формуле (2), но без использования таблиц. Формулу (4) можно видоизменить и записать так [4]:

$$L = \frac{\pi \mu_0 w^2 r}{l + 0,9r}. \quad (4')$$

Между тем, строгое выражение для индуктивности соленоида записано в нескольких видоизменениях в системе SI. Одно из них дано в виде [5]:

$$L = \frac{8\mu_0 r^3 w^2}{3l^2} \left[ \frac{2k^2 - 1}{k^3} E(k) + \frac{1 - k^2}{k^3} K(k) - 1 \right], \quad (5)$$

$$\text{где } k^2 = \frac{4r^2}{4r^2 + l^2}. \quad (6)$$

\* Это т.н. SI-версия представления по Лоренцу.

Другой вариант записи имеется в [2] и может быть представлен в виде:

$$L = \mu_0 w^2 \frac{2r}{3} \left[ \sqrt{\alpha^2 + 1} \left( K + \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} E \right) - \frac{1}{\alpha^2} \right], \quad (7)$$

$$\text{где } \alpha^2 = \frac{1 - k^2}{k^2}. \quad (8)$$

Преобразуем (7) с учетом (8) к следующему виду:

$$\begin{aligned} L &= \mu_0 w^2 \frac{2r}{3} \left[ \frac{1}{k} \cdot \left( K + \frac{2k^2 - 1}{1 - k^2} E \right) - \frac{k^2}{1 - k^2} \right] = \\ &= \mu_0 w^2 \frac{2r}{3} \cdot \frac{k^2}{1 - k^2} \left[ \frac{2k^2 - 1}{k^3} E + \frac{1 - k^2}{k^3} K - 1 \right]. \end{aligned}$$

Поскольку  $\frac{k^2}{1 - k^2} = \frac{4r^2}{l^2}$ , то снова приходим к формуле (5).

Третий вариант записи имеется в [6]:

$$L = \frac{\mu_0 w^2 r^2}{3l} \left[ \frac{l\sqrt{4r^2 + l^2}}{r^2} \cdot (K(k) - E(k)) + \frac{4\sqrt{4r^2 + l^2}}{l} E(k) - \frac{8r}{l} \right], \quad (9)$$

$$\text{где, как и прежде, } k^2 = \frac{4r^2}{4r^2 + l^2}.$$

Вынося за квадратную скобку  $8r/l$ , нетрудно убедиться в идентичности формул (5) и (9).

Еще одна модификация выражения (5) для индуктивности  $L$  дана в работе [7]. В принятых обозначениях она выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 w^2}{3} \cdot \sqrt{4r^2 + l^2} \cdot \left[ K - E + \frac{4r^2}{l^2} \left( E - \frac{2r}{\sqrt{4r^2 + l^2}} \right) \right] = \\ &= \frac{\mu_0 w^2}{3} \cdot \sqrt{d^2 + l^2} \cdot \left[ K - E + \frac{d^2}{l^2} (E - k) \right], \end{aligned}$$

где  $d = 2r$ .

При  $d = l$  будем иметь  $k^2 = \frac{1}{2}$  и

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 w^2}{3} d \sqrt{2} \left[ K \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \right] = \\ &= \frac{\mu_0 w^2}{3} d \sqrt{2} (1,8541 - 0,7071) = \mu_0 w^2 d \cdot 0,5407, \end{aligned}$$

а по формуле (4):  $\mu_0 w^2 d \cdot 0,5416$ .

Следует подчеркнуть, что строгие выражения для индуктивности соленоидов с круговой формой сечения могут быть представлены и через другие специальные функции. В руководстве [8] записано строгое выражение для индуктивности через сферические функции Лежандра второго рода с полуцелым индексом, а именно:

$$L = \frac{\mu_0 w^2 d}{3} \left( \frac{2}{g - 1} \right) \left[ \begin{aligned} &-1 + \frac{3(g^2 - 1)}{4} \cdot Q_{1/2}(g) - \\ &-\frac{3g - 1}{2} (g^2 - 1)^{1/2} Q_{1/2}^1(g) \end{aligned} \right], \quad (10)$$

где

$$Q_{1/2}^1(g) = (g^2 - 1)^{1/2} \frac{dQ_{1/2}(g)}{dg} = \frac{gQ_{1/2}(g) - Q_{-1/2}(g)}{2(g^2 - 1)^{-1/2}} \quad (11)$$

и  $g = 2 \left( \frac{l}{d} \right)^2 + 1$ ,  $l$  – длина соленоида,  $d$  – его диаметр.

Эти функции связаны с полными эллиптическими интегралами соотношениями

$$Q_{-1/2}(g) = kK(k)(g^2 - 1)^{1/2},$$

$$Q_{1/2}(g) - gQ_{-1/2}(g) = -\frac{2}{k} E(k) \text{ и } k^2 = 2(1 + g)^{-1}.$$

## Расчет индуктивностей двухслойных катушек

Inductance calculation for double-layer coils

Перейдем к оценке индуктивности двухслойного концентрического соленоида. Его индуктивность, как известно, определяется выражением:

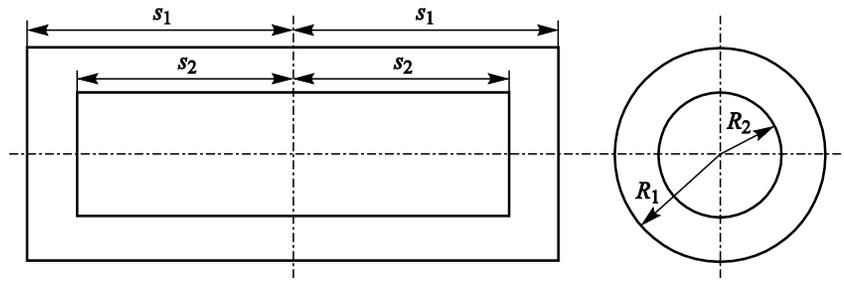
$$L = L_1 + L_2 + 2M_{12}, \quad (12)$$

где  $L_1$  и  $L_2$  – индуктивности внешнего и внутреннего слоев;  $M_{12}$  – взаимная индуктивность соленоидов с общей осью (рис. 2).

Индуктивности слоев вычисляются по приведенным формулам и зависимостям, а основным вопросом остается определение взаимной индуктивности слоев. Этому вопросу достаточно внимания уделено в справочнике [2] и в работе [9].

В работе [10] приведено относительно простое выражение для взаимной индуктивности концентрического двухслойного соленоида. В справочнике [2] для слоев одинаковой длины расчет можно произвести по выражению (7–9) при

**Рис. 2.** Двухслойный соленоид с симметричным расположением слоев относительно центральной плоскости,  $2s_1$  и  $2s_2$  – длина соответственно внешнего и внутреннего слоев,  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы этих слоев



**Fig. 2.** Double-layer solenoid with symmetric arrangement of layers with respect to the central plane,  $2s_1$  and  $2s_2$  – length of external and internal layer accordingly;  $R_1$  and  $R_2$  – radii of these layers

одинаковом числе витков в слоях  $w$ , записанному в виде:

$$M = \frac{\pi}{4} \mu_0 w^2 \left( \frac{d}{l} \right)^2 (b_1 F_1 - b_2 F_2), \quad (13)$$

где (рис. 2):  $b_1 = \frac{1}{2} \sqrt{4R_1^2 + 16s_1^2} = \sqrt{R_1^2 + 4s_1^2}$  и  $b_2 = R_1$ .

Тогда при  $2s_1 = 0,392$  м и  $R_1 = 0,16$  м будем иметь  $b_1 = 0,4234$  м и  $b_2 = 0,16$  м.

При  $\delta = \frac{0,28}{0,32} = 0,875$ ,  $\lambda_2^2 = 1,0$  и

$\lambda_1^2 = \left( \frac{R_1}{b_1} \right)^2 = \left( \frac{0,16}{0,4234} \right)^2 = 0,1428$  для выражения,

записанного под номером (13), имеем:

$$M = \frac{\pi}{4} \mu_0 w^2 \left( \frac{0,28}{0,392} \right)^2 (0,4234 F_1 - 0,16 F_2),$$

где  $F_1$  и  $F_2$  подбираются по [2, табл. 7.1] для  $\delta = 0,875$ ,  $\lambda_1^2 = 0,1428$  и  $\lambda_2^2 = 1,0$ .

Тогда  $F_1 = 0,997$  и  $F_2 = 0,8914$ , и результат расчета оказывается равным:

$$M \cong 0,3515 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

Альтернативой выражению (13) могут служить формулы для  $M_{12}$ , исключаящие применение табличных значений. Первая формула записывается в виде:

$$M_{12} = \frac{\pi \mu_0 w_1 w_2 R_2}{(2s_1 / R_1) \cdot (2s_2 / R_2)} \times \left\{ \sum_{k=1}^2 (-1)^{k-1} \left[ (q_k^2 + 1)^{1/2} - \frac{1}{8} \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2 (q_k^2 + 1)^{-3/2} - \frac{1}{64} \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^4 (1 - 4q_k^2)(q_k^2 + 1)^{-7/2} - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{5}{1024} \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^6 (8q_k^4 - 12q_k^2 + 1)(q_k^2 + 1)^{-11/2} \dots \right\}, \quad (14)$$

где  $q_1 = -\frac{s_1 + s_2}{R_1}$  и  $q_2 = \frac{s_1 - s_2}{R_1}$ .

При  $s_1 = s_2 = s$  будем иметь:  $q_1 = -\frac{2s}{R_1}$  и  $q_2 = 0$ .

Дополнительно считаем, что  $w_1 = w_2 = w$ .

Теперь подставим значения  $2s$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  ( $s = 0,392$ ,  $R_1 = 0,16$  м,  $R_2 = 0,14$  м,  $w = 50$ ) в (14).

Результат вычислений при ограничении первыми тремя членами ряда для  $M_{12}$  оказывается равным  $0,3517 \cdot 10^{-3}$  Гн, т.е. весьма близким к значению, полученному ранее ( $0,3515 \cdot 10^{-3}$  Гн).

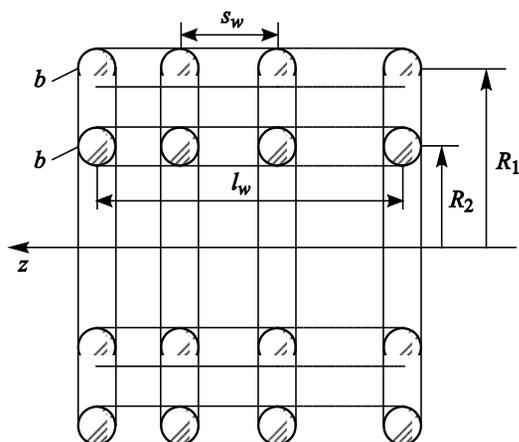
Для сопоставления результатов воспользуемся также формулой для  $M$  в [10], а именно:

$$M = \frac{\pi \mu_0 w^2 R_2^2}{2d} \left[ 1 + \frac{R_1^2 R_2^2}{8d} \left( 3 - \frac{l^2}{R_2^2} \right) \right], \quad (15)$$

где  $d = \sqrt{R_1^2 + \frac{l^2}{4}}$ ,  $R_1$  и  $R_2$  – внешний и внутренний радиусы двухслойной катушки;  $l$  – общая длина.

Полагая, как и прежде,  $w_1 = w_2 = 50$ ,  $R_1 = 0,16$  м,  $R_2 = 0,14$  м (рис. 2) и  $l = 0,392$  м, имеем  $d \cong 0,253$  м и значение  $M \cong 0,354 \cdot 10^{-3}$  Гн, близкое численному результату, полученному ранее с помощью табличных значений.

Следует подчеркнуть, что в работе [1], в разделе Stacked multiple layers, приводится выражение для расчета индуктивности двухслойной катушки с учетом конечного радиуса витков, обозначенного как  $b$ . Для расчета индуктивности двухслойного соленоида с эквидистантным расстоянием между витками в слое (рис. 3) в [1] приведена формула (10a), которая в используемых здесь обозначениях



**Рис. 3.** Двухслойный соленоид с межвитковым расстоянием по оси  $z$ :  $d_z = s_w$ ,  $R_2$  и  $R_1$  – радиусы внутреннего и внешнего слоев

**Fig. 3.** Double-layer solenoid with loop interval along  $Z$  axis  $d_z = s_w$ ,  $R_2$  and  $R_1$  – radius of internal and external layer

и одинаковом числе витков в слоях  $w$  может быть записана в виде:

$$L = \frac{\pi \mu_0 r_0^3 \cdot (2w)^2}{r_0(w-1)s_w + 0,9r_0^2 + 0,32(w-1)s_w t + 0,84r_0 t} \quad (16)$$

Здесь  $s_w$  – шаг намотки в направлении оси  $z$  (рис. 3);  $r_0 \cong R_2 + b$  и  $R_2$  – радиус внутреннего слоя, принимаемый равным 0,14 м;  $b$  – радиус сечения витка. Радиус внешнего слоя  $R_1$  (рис. 3) принят равным 0,16 м. Шаг намотки, как и прежде, равен 0,008 м, и при  $w = 50$  имеем  $l_w = (w-1)s_w = 0,392$  м.

Величину  $t$  в формуле, как это и предписано в [1], имея в виду, что число слоев в направлении оси  $x$ , перпендикулярной оси  $z$ , равно 2, берем равным  $t = 4b$ , и  $b = 0,004$  м, т.е. за половину шага намотки.

Для сопоставления расчетов по приведенной формуле рассмотрим два варианта: когда  $r_0 = 0,14 + b$  и когда  $r_0 = 0,14 + 2b$ , т.е. принимаем следующие численные значения: 0,144 м и 0,148 м. Наконец, учтем, что  $t = 0,016$  м. Подставляя значения  $r_0$ ,  $l_w$  и  $t$  в формулу (16), будем иметь для первого варианта  $L \cong 1,491 \cdot 10^{-3}$  Гн, а для второго варианта  $L \cong 1,566 \cdot 10^{-3}$  Гн.

Тогда как взаимная индуктивность концентрических соленоидов одинаковой длины при тех же значениях внутреннего и внешнего радиусов соленоидов (0,14 м и 0,16 м) с тем же ко-

личеством витков в слое (50 витков) и с шагом намотки (0,008 м), рассчитанная на основе рекомендаций справочника [2], оказывается равной  $1,54 \cdot 10^{-3}$  Гн.

## Заключение

### Conclusion

Апробация рекомендаций по расчету индуктивностей однослойных и двухслойных катушек не только не выявила существенных расхождений в оценке индуктивности, но и расставила приоритеты по их применению.

Целесообразно отказаться от использования табличных значений и выражений, содержащих специальные функции, которые также обусловлены наложением ряда идеализированных представлений.

Для индуктивности однослойной катушки с расстоянием  $s_w$  между витками можно пользоваться формулой (1), а для двухслойной катушки при  $2s_1 = 2s_2 = l$  – формулой (16). Что же относится к численным методам, описанным, например, в [5] и ограниченным рамками, предписанными для точных решений, то вопросы, связанные с учетом шага намотки, скрутки и многослойности, все еще требуют окончательного разрешения.

## Список использованной литературы

1. Magnetic field, Force and Inductance computations for an axially symmetric solenoid / Y.E. Lane, R.C. Youngquist, C.D. Immer, Y.C. Simpson. Hanover : NASA Center for AeroSpace Information, 2001. VI, 16 p. (NASA/TM–2013; № 217918).
2. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: справочная книга. 3-е изд., перераб. и доп. Ленинград : Энергоатомиздат, 1986. 487, [1] с.
3. Thompson M.T. Inductance calculation techniques. Pt. 2: Approximation and handbook methods // PCIM: power electronic systems: components, technology, applications. 1999. Dec. P. 1–11.
4. Ramo S., Whinnery J.R., Duzer T. van. Field and waves in communication electronics. 3<sup>rd</sup> ed. New York : Wiley, 1994. XIX. 844 p.
5. Weaver R.S. Numerical Methods for Inductance Calculation [Electronic resource] // Bob's Electron Bunker : [site]. [S. l.], 2021. URL: <http://electronbunker.ca/eb/CalcMethods.html> (accessed: 03.12.2021).
6. Wheeler H.A. Inductance Formulas for Circular and Square Coils // Proceedings of the IEEE. 1982.

- Vol. 70. № 12. P. 1449–1451. DOI: 10.1109/PROC.1982.12504.
7. *Snow C.* Formulas for Computing Capacitance and Inductance. National Bureau of Standards Circular 544, 1954. 69 p.
  8. *Цицикян Г.Н., Бобровников П.В., Антипов М.Ю.* Руководство по расчету индуктивностей и электродинамических сил в токоведущих частях электротехнических комплексов. Санкт-Петербург : Крыловский гос. науч. центр, 2020. 118 с.
  9. *Цицикян Г.Н., Антипов М.Ю.* Коэффициенты взаимной индукции и самоиндукции коаксиальных круговых контуров и соленоидов // Известия Рос. Академии наук. Энергетика. 2019. № 5. С. 80–87. DOI: 10.1134/S0002331019050157.
  10. *Miki A., Hosoya T., Okuyama K.* A calculation method for impulse voltage distribution and transferred voltage in transformer winding // IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems. 1978. Vol. 97, No. 3. P. 930–939. DOI: 10.1109/TPAS.1978.354566.
  11. *Цицикян Г.Н., Антипов М.Ю.* Расчет индуктивности однослойного и двухслойного соленоида с учетом особенностей практического применения // Электричество. 2019. № 10. С. 48–53. DOI: 10.24160/0013-5380-2019-10-48-53.
  7. *Snow C.* Formulas for Computing Capacitance and Inductance. National Bureau of Standards Circular 544, 1954. 69 p.
  8. *G. Tsitsikyan, P. Bobrovnikov, M. Antipov.* Guide-book on calculation of inductances and electrodynamic forces in live parts of electric systems. St. Petersburg, Krylov State Research Centre, 2020, 118 pp. (in Russian).
  9. *G. Tsitsikyan, M. Antipov.* Mutual induction and self-induction coefficients in coaxial close-loop circuits and solenoids // Izvestiya of Russian Academy of Sciences. Power Engineering 2019, No. 5, pp. 80–87 (in Russian).
  10. *Miki A., Hosoya T., Okuyama K.* A calculation method for impulse voltage distribution and transferred voltage in transformer winding // IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems. 1978. Vol. 97, No. 3. P. 930–939. DOI: 10.1109/TPAS.1978.354566.
  11. *G. Tsitsikyan, M. Antipov.* Inductance calculation for single- and double-layer solenoid taking into account operational specifics // *Elektrichestvo* (Electricity), 2019, No. 10, pp. 48–53 (in Russian).

## References

1. Magnetic field, Force and Inductance computations for an axially symmetric solenoid / *Y.E. Lane, R.C. Youngquist, C.D. Immer, Y.C. Simpson.* Hanover : NASA Center for AeroSpace Information, 2001. VI, 16 p. (NASA/TM–2013; № 217918).
2. *P. Kalantarov, L. Tseïlin.* Calculation of inductances. Reference book. 3<sup>rd</sup> ed., rev. and enl. Leningrad, Energoatomizdat, 1986 (in Russian).
3. *Thompson M.T.* Inductance calculation techniques. Pt. 2: Approximation and handbook methods // PCIM: power electronic systems: components, technology, applications. 1999. Dec. P. 1–11.
4. *Ramo S., Whinnery J.R., Duzer T. van.* Field and waves in communication electronics. 3<sup>rd</sup> ed. New York : Wiley, 1994. XIX. 844 p.
5. *Weaver R.S.* Numerical Methods for Inductance Calculation [Electronic resource] // Bob’s Electron Bunker : [site]. [S. l.], 2021. URL: <http://electronbunker.ca/eb/CalcMethods.html> (accessed: 03.12.2021).
6. *Wheeler H.A.* Inductance Formulas for Circular and Square Coils // Proceedings of the IEEE. 1982. Vol. 70. № 12. P. 1449–1451. DOI: 10.1109/PROC.1982.12504.

---

## Сведения об авторах

*Цицикян Георгий Николаевич*, д.т.н., профессор, начальник сектора – заместитель начальника отдела филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196128, Россия, Санкт-Петербург, ул. Благодатная, д. 6. Тел.: +7 (812) 748-52-39. E-mail: [George.20021940@mail.ru](mailto:George.20021940@mail.ru). <https://orcid.org/0000-0002-8813-6003>.

*Антипов Михаил Юрьевич*, инженер-конструктор 2 категории филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196128, Россия, Санкт-Петербург, ул. Благодатная, д. 6. Тел.: +7 (812) 369-94-91. E-mail: [set@sp.ru](mailto:set@sp.ru).

*Кунаев Семен Николаевич*, инженер филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196128, Россия, Санкт-Петербург, ул. Благодатная, д. 6. E-mail: [semen-kunaev@mail.ru](mailto:semen-kunaev@mail.ru).

## About the authors

*Georgy N. Tsitsikyan*, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Head of Sector – Deputy Head of Department, TSNII SET branch of Krylov State Research Centre. Address: 6, Blagodatnaya st. St. Petersburg, Russia, post code 196128. Tel.: +7 (812) 748-52-39. E-mail: [George.20021940@mail.ru](mailto:George.20021940@mail.ru). <https://orcid.org/0000-0002-8813-6003>.

*Mikhail Yu. Antipov*, 2<sup>nd</sup> Category Design Engineer, TSNII SET, affiliated branch of Krylov State Research

Centre.Address: 6, Blagodatnaya st., St. Petersburg, Russia, post code 196128. Tel.: +7 (812) 369-94-91. E-mail: set@sp.ru.

*Semyon N. Kunaev*, Engineer, TSNII SET branch of Krylov State Research Centre. Address: 6, Blagodatnaya st. St. Petersburg, Russia, post code 196128. E-mail: semen-kunaev@mail.ru.

Поступила / Received: 01.12.21

Принята в печать / Accepted: 09.03.22

© Цицикян Г.Н., Антипов М.Ю., Кунаев С.Н., 2022