DOI: 10.24937/2542-2324-2023-1-403-123-128

УДК 621.318.4

Г.Н. Цицикян , П.В. Бобровников

ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

## КОЭФФИЦИЕНТЫ САМОИНДУКЦИИ ДЛЯ КАТУШЕК РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

**Объект и цель научной работы.** Сопоставление ряда рекомендуемых оценок для коэффициентов самоиндукции катушек различной формы с целью выявления возможных ограничений.

**Материалы и методы.** Сопоставления проведены на основании аппроксимирующих и строгих выражений в пределах одной и той же допускаемой идеализации по конструктивному исполнению катушек путем сравнения численных результатов.

**Основные результаты.** Получены численные результаты, на основании которых установлена правомерность тех или иных приближенных подходов.

**Заключение.** Применение упрощенных выражений оправдано только в рамках допускаемых ограничений. В остальных случаях следует прибегать к строгим оценкам.

**Ключевые слова:** коэффициенты самоиндукции, аппроксимирующие и строгие выражения, численные сопоставления, исправления опечаток.

Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

DOI: 10.24937/2542-2324-2023-1-403-123-128

UDC 621.318.4

G.N. Tsitsikyan, P.V. Bobrovnikov Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

# SELF-INDUCTANCE COEFFICIENTS FOR COILS OF DIFFERENT SHAPE

**Object and purpose of research.** This paper compares several recommended estimates for self-inductance coefficients of coils with different shape so as to identify possible limitations.

**Materials and methods.** The comparisons are based on approximate and rigorous expressions for one and the same acceptable idealization for coil design through comparison of numerical results.

Main results. The study yielded numerical results confirming the suitability of given approximate techniques.

**Conclusion.** Simplified expressions are only applicable with acceptable restrictions. In other cases, the estimates should be obtained as per rigorous expressions.

**Keywords:** self-inductance coefficients, approximate and rigorous expressions, numerical comparisons, misprint corrections. *The authors declare no conflicts of interest.* 

К настоящему времени специалисты располагают рядом рекомендаций, по которым можно получить численные оценки коэффициентов индукции для проводников различной формы и назначения, включая кольца из проводников кругового и прямоугольного сечения, соленоиды кругового и квадратного сечения, плоские дисковые катушки.

Для *цитирования*: Цицикян Г.Н., Бобровников П.В. Коэффициенты самоиндукции для катушек различной формы. Труды Крыловского государственного научного центра. 2023; 1(403): 123–128.

For citations: Tsitsikyan G.N., Bobrovnikov P.V. Self-inductance coefficients for coils of different shape. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2023; 1(403): 123–128 (in Russian).

Прежде всего, следует указать на справочные руководства [1, 2], а также авторов публикаций по этому направлению, в т.ч. представленных в списке использованной литературы. В рамках некоторых идеализированных представлений в отношении катушек с круговым и квадратным основанием, намотанных из тонкого провода, получен ряд строгих выражений для определения коэффициентов индукции. Эти выражения применительно к соленоидам с квадратным основанием были записаны в работе [3], и, как там отмечено, выражения под номерами (7) и (8), несмотря на внешние различия, дают одинаковый численный результат. Но с одной оговоркой: в выражении (7) в последнем члене с arctg пропущен множитель 2 в знаменателе подкоренного выражения перед дробью  $(c/l)^2$ .

Полагая, например, сторону квадратного основания c равной длине соленоида l, будем иметь при l=c, учетом оговорки по выражениям (7) и (8) в [3] с одним и тем же размерным множителем  $\frac{2}{\pi}\mu_0 w^2 c$  (где w — число витков, c — длина стороны квадратного основания соленоида), один и тот же численный результат:

2arctg 
$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$
 = 1,0472.

Общее выражение для расчета индуктивности соленоида длиной l с квадратным основанием и со стороной квадрата, равной c (рис. 1), можно записать в следующем виде [3, 4]:

$$L = \frac{2}{\pi} \mu_0 w^2 c \left\{ \operatorname{arsh} \frac{c}{l} - \left( 1 - \left( \frac{c}{l} \right)^2 \right) \operatorname{arsh} \frac{\frac{c}{l}}{\sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2}} - \left( \frac{c}{l} \right)^2 \ln(1 + \sqrt{2}) + \frac{c}{l} \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right) \left( \frac{c}{l} + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} \right) - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right) \left( \frac{c}{l} + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right) \left( \frac{c}{l} + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right) \left( \frac{c}{l} + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right) \left( \frac{c}{l} + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right) \left( \frac{c}{l} + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right) \left( \frac{c}{l} + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1 - \frac{c}{l}}{3\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{c}{l} \right)^2} \right)} - \frac{1$$

$$-\frac{c}{l} \frac{\sqrt{1+\left(\frac{c}{l}\right)^2} - \sqrt{2}}{3\left[\sqrt{1+\left(\frac{c}{l}\right)^2} + \sqrt{1+2\left(\frac{c}{l}\right)^2}\right] \left[\sqrt{2}\frac{c}{l} + \sqrt{1+2\left(\frac{c}{l}\right)^2}\right]} +$$

$$+\frac{c}{l}\arctan\frac{\sqrt{1+2\left(\frac{c}{l}\right)^2}}{\left(\frac{c}{l}\right)^2}\right\}.$$
 (1)

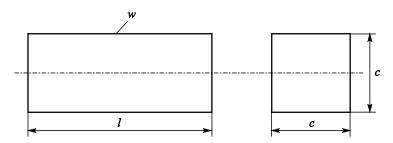
Приведем теперь два упрощенных выражения для индуктивности квадратного соленоида, записанных в [4]. Для короткого соленоида ( $c \ge l$ ):

$$L = \mu_0 w^2 c \frac{2}{\pi} \left[ \ln \left( 1 + \frac{\pi}{2} \frac{c}{l} \right) + \frac{1}{3,64 + 4 \frac{l}{c} + 2,04 \left( \frac{l}{c} \right)^2} \right].$$
 (2)

Выражение (2) повторено в [5, формула (16)]. Для длинного соленоида (c < l), с учетом исправления замеченной опечатки в оригинале [4], имеем:

$$L = \mu_0 w^2 c \frac{2}{\pi} \left[ \frac{2,67}{\frac{2l}{c} + 1,26} + \ln\left(1 + \frac{0,25c}{l}\right) \right].$$
 (3)

Говоря о соленоидах с круговым основанием (рис. 2), выделим два подхода по их определению. Первый относится к случаям, когда известны численные значения специальных функций, по которым и должна осуществляться оценка при строгой постановке вопроса. Один из строгих подходов базируется на записи индуктивности через выра-

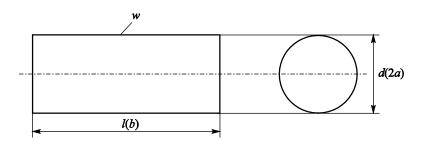


**Рис. 1.** Соленоид с квадратным основанием со стороной c, длиной l и числом витков w

**Fig. 1.** Solenoid with square (side *c*) base, length *I* and coil number *w* 

**Рис. 2.** Соленоид с круговым основанием диаметром d и длиной I

**Fig. 2.** Solenoid with circular (diameter *d*) base and length *l* 



жение, содержащее функции Лежандра второго рода с полуцелым индексом [3]:

$$L = \frac{\mu_0 w^2 d}{3} \left( \frac{2}{g-1} \right) \begin{bmatrix} -1 + \frac{3(g^2 - 1)}{4} Q_{1/2}(g) - \\ -\frac{3g-1}{2} (g^2 - 1)^{1/2} Q_{1/2}^1(g) \end{bmatrix}, \tag{4}$$

где  $g = 2(l/d)^2 + 1$ , d — диаметр основания, l — длина соленоида,  $Q_{1/2}(g)$  и  $Q^1_{1/2}(g)$  — сферические функции Лежандра второго рода.

Вторая формула записывается в виде [3]:

$$L = \frac{\mu_0 w^2 d}{3} \left[ (\alpha^2 + 1)^{1/2} \left( K(k) + \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} E(k) \right) - \alpha^2 \right], \quad (5)$$

где 
$$\alpha^2 = \left(\frac{l}{d}\right)^2 = \frac{1-k^2}{k^2}$$
 и  $k^2 = \frac{1}{\alpha^2+1}$ , а  $K(k)$  и  $E(k)$  —

полные эллиптические интегралы в функции от k, аточнее,  $k^2$ .

С другой стороны, индуктивность соленоида записана в виде (формула (6-1) в [2]):

$$L = \frac{\mu_0 w^2 d\Phi}{4\pi},\tag{6}$$

где при большем  $\alpha = l/d$ , т.е. для длинного соленоида, можно воспользоваться формулой (6-5) для  $\Phi$  в [2]:

$$\Phi = \frac{\pi^2}{\alpha} \left[ 1 - \frac{4}{3\pi} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{8} \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{64} \frac{1}{\alpha^4} + \dots + \right],\tag{7}$$

а при малых  $\alpha$ , т.е. для короткого соленоида, – формулой (6-8) в [2]:

$$\Phi = 2\pi \left[ 1 + \frac{\alpha^2}{8} - \frac{\alpha^4}{64} + \dots \right] \ln \frac{4}{\alpha} - \frac{1}{2} + \frac{\alpha^2}{32} + \frac{\alpha^4}{96} + \dots$$
 (8)

Другой подход предложен в работе [6], где при замене обозначения l на b и d на 2a индуктивность L можно вычислить по следующим замкнутым выражениям.

$$L = \frac{\mu_0 w^2 \pi \alpha^2}{b} \left\{ f_1 \left( \frac{4a^2}{b^2} \right) - \frac{4}{3\pi} \frac{2a}{b} \right\},\tag{9}$$

а при 2a > b

$$L = \mu_0 w^2 a \left\{ \left[ \ln \frac{8a}{b} - \frac{1}{2} \right] f_1 \left( \frac{b^2}{4a^2} \right) + f_2 \left( \frac{b^2}{4a^2} \right) \right\}, \quad (10)$$

где 
$$f_1(x) = \frac{1+0.3839x+0.0171x^2}{1+0.25895x}, \ 0 \le x \le 1$$

и 
$$f_2(x) = 0.09384x + 0.00203x^2 - 0.0008x^3$$
,  $0 \le x \le 1$ .

Эти замкнутые выражения удобны в расчетах без особого ущерба для точности. Так, для крайнего случая, когда 2a = b, индуктивность равна:

$$L = \mu_0 w^2 a \left\{ \left( \ln 4 - \frac{1}{2} \right) \frac{1 + 0,3839 + 0,0171}{1 + 0,25895} + \right\} =$$

$$=\mu_0 w^2 a \cdot 0,8912,$$

и при замене обозначения a = d/2 будем иметь  $L = \mu_0 w^2 d \cdot 0,4456$ .

Вместе с тем отметим, что строгий расчет для этого предельного случая дает результат  $L = \mu_0 w^2 d \cdot 0,5407$ .

Для плоских спиральных индукторов в [7] рекомендована следующая формула по нахождению индуктивности:

$$L = K_1 \mu_0 \frac{w^2 d_{\text{cp.}}}{1 + K_2 \rho},\tag{11}$$

где w – число витков,  $d_{\rm cp.} = 0.5(d_{\rm внеш.} + d_{\rm внутр.})$ ,

$$\rho = \frac{d_{\text{внеш.}} - d_{\text{внутр.}}}{d_{\text{внеш.}} + d_{\text{внутр.}}}.$$
(12)

При этом  $d_{\rm cp}$ ,  $d_{\rm внеш}$  и  $d_{\rm внутр.}$  означают соответственно средний, внешний и внутренний диаметры плоских индукторов, а коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$  нахо-

**Таблица.** Значения коэффициентов  $K_1$  и  $K_2$  в зависимости от формы индукторов

**Table.** Coefficients  $K_1$  and  $K_2$  for different shapes of inductors

Форма	$K_1$	$K_2$
Квадратная	2,34	2,75
Шестиугольная	2,33	3,82
Восьмиугольная	2,25	3,55

дятся из таблицы в зависимости от формы плоских индукторов: квадратной, шестиугольной и восьмиугольной. Выражение для индуктивности (11) с учетом (12) использовано в работе [8].

Переходим к выражению для внешней индуктивности кругового кольца. Следует отметить, что в записи специальной функции

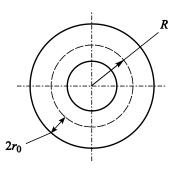
$$Q_{1/2} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{r_0}{R} \right)^2 \right) = Q_{1/2} (1 + \Delta q)$$
 (13)

при  $\Delta q << 1$  в [9] в результате опечатки пропущено обозначение  $\ln$  в промежуточном выражении. Для правильной записи должно быть:

$$Q_{1/2}\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{r_0}{R}\right)^2\right) = \frac{1}{2}\left[\ln\frac{2 + \frac{1}{2}\left(\frac{r_0}{R}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(\frac{r_0}{R}\right)^2} - 1,2274\right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \ln \left( 1 + 4 \left( \frac{R}{r_0} \right)^2 \right) - 1,2274 \right] \cong \ln \frac{2R}{r_0} - 0,6137. \quad (14)$$

Для индуктивности кругового кольца в соответствии с рис. 3, где R – средний радиус и  $r_0$  – ра-



**Рис. 3.** Круговое кольцо со средним радиусом R и радиусом  $r_0$  самого кольца

Fig. 3. Round ring with average radius R and ring radius  $r_0$ 

диус сечения кольца, рекомендовано следующее выражение [10]:

$$L \approx L_{\text{BHeIII.}} = \mu_0 R \left( \ln \frac{8R}{r_0} - 2 \right), \tag{15}$$

определяющее индуктивность, которую можно получить через сферическую функцию Лежандра с полуцелым индексом, а именно

$$L_{\text{BHeIII.}} = \mu_0 \sqrt{R(R - r_0)} Q_{1/2}(q), \tag{16}$$

где 
$$q \cong 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 = 1 + \Delta q.$$
 (17)

Тогда, с учетом (14) для (16), получим:

$$L_{\text{BHeIII.}} = \mu_0 \left( R(R - r_0) \right)^{1/2} \left[ \ln \frac{8R}{r_0} - \ln 4 - 0,6137 \right] \cong$$

$$\cong \mu_0 R \left( \ln \frac{8R}{r_0} - 2 \right), \tag{18}$$

имея в виду, что  $\ln 4 = 1,3863$ . Тем самым подтверждается правильность формулы в [10] для кругового кольца.

Рассмотрим спиральный индуктор круговой формы с внутренним диаметром  $d_{\text{внутр.}}$  и внешним диаметром  $d_{\text{внеш.}}$  (рис. 4). Его индуктивность записана в [7] в следующем виде:

$$L = \mu_0 w^2 \frac{0.5(d_{\text{BHeIII.}} + d_{\text{BHYTP.}})c_1}{2} \times \left[ \ln \left( \frac{c_2}{\rho} \right) + c_3 \rho + c_4 \rho^2 \right], \tag{19}$$

где

$$\rho = \frac{(d_{\text{внеш.}} - d_{\text{внутр.}})/2}{(d_{\text{внеш.}} + d_{\text{внутр.}})/2} = \frac{(d_{\text{внеш.}} - d_{\text{внутр.}})/2}{d_{\text{cp.}}} = \frac{d}{d_{\text{cp.}}}, (20)$$

где, в свою очередь,

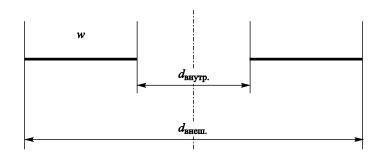
$$d = (d_{\text{RHeIII}} - d_{\text{RHYTD}})/2. \tag{21}$$

В соответствии с [7] для круговой дисковой катушки имеем:  $c_1 = 1.0$ ;  $c_2 = 2.46$ ;  $c_3 = 0$ ;  $c_4 = 0.2$ . Тогда предыдущее выражение приобретает вид:

$$L = \frac{\mu_0 w^2 d_{\text{cp.}}}{2} \left[ \ln \left( \frac{2,46 d_{\text{cp.}}}{d} \right) + 0, 2 \left( \frac{d}{d_{\text{cp.}}} \right)^2 \right].$$

**Рис. 4.** Дисковая катушка плотной намотки с внутренним диаметром  $d_{\text{внутр}}$ , внешним диаметром  $d_{\text{внеш}}$ , и с количеством витков w

**Fig. 4.** Disk coil with dense winding: inner diameter  $d_{\text{inner.}}$ , outer diameter  $d_{\text{outer.}}$  coil number w



Пусть теперь  $\rho = d/d_{\rm cp.} = 0,2,$  и тогда для L получаем:

$$L = \mu_0 w^2 d_{\text{cp.}} \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{2,46}{0,2} + 0, 2^3 \right] =$$

$$= \mu_0 w^2 \frac{d_{\text{cp.}}}{2} [2,5096 + 0,008] = \mu_0 w^2 d_{\text{cp.}} \cdot 1,2588.$$

Сопоставим теперь этот результат с результатом, вытекающим из формулы (17) [11] для индуктивности плоской дисковой катушки. Индуктивность такой катушки записана в виде:

$$L = \frac{\mu_0}{8\pi} w^2 d_{\text{cp.}} \Psi,$$
 (22)

И

$$\Psi = 4\pi \left[ \left( 1 + \frac{\rho^2}{24} + \dots \right) \ln \frac{4}{\rho} - 0, 5 + \frac{43}{288} \rho^2 + \dots \right]. \tag{23}$$

Подставляя  $\rho = 0.2$ , получаем:

$$\begin{split} L &= \frac{\mu_0}{8\pi} w^2 d_{\text{cp.}} 4\pi \left[ \left( 1 + \frac{0.04}{24} + \dots \right) \ln \frac{4}{0.2} - 0.5 + \frac{43}{288} 0.2^2 \right] \cong \\ &\cong \mu_0 w^2 d_{\text{cp.}} \frac{1}{2} (3,0007 - 0.5 + 0.006) = \\ &= \mu_0 w^2 d_{\text{cp.}} \frac{1}{2} \cdot 2.5067 \cong \mu_0 w^2 d_{\text{cp.}} \cdot 1.2534, \end{split}$$

и численные оценки достаточно близки.

## Выводы

## Conclusions

Приведены аппроксимирующие и строгие выражения в рамках используемой идеализации для соленоидов квадратного и кругового оснований, а также рекомендуемые выражения для плоских спиральных индукторов и для индуктивностей круговых колец. Исправлены замеченные опечатки в имеющихся публикациях. Даны соответствующие рекомендации. Следует подчеркнуть, что

полученные видоизменения одной и той же величины, как в случае с индуктивностью соленоидов с квадратным основанием, не свидетельствуют о наличии ошибки [3].

## Список использованной литературы

- Grover F.W. Inductance Calculations: Working formulas and Tables. New York: Van Nostrand, 1947. XIV, 236 p.
- 2. *Калантаров П.Л.*, *Цейтлин Л.А*. Расчет индуктивностей: справочная книга. 3-е изд., перераб. и доп. Ленинград: Энергоатомиздат, 1986. 487, [1] с.
- Цицикян Г.Н., Антипов М.Ю. Строгие и аппроксимирующие выражения для индуктивностей соленоидов круговой и квадратной формы // Электричество. 2020. № 2. С. 35–41. DOI: 10.24160/0013-5380-2020-2-35-41.
- Wheeler H.A. Inductance formulas for circular and square coils // Proceedings of the IEEE. 1982. Vol. 70, No. 12. P. 1449–1450. DOI: 10.1109/PROC.1982.12504.
- Цицикян Г.Н., Антипов М.Ю. Индуктивность тонкослойных катушек круговой и квадратной формы // Известия Российской академии наук. Энергетика. 2017. № 6. С. 119–123.
- Lundin R. A handbook formula for the inductance of a single-layer circular coil // Proceedings of the IEEE. 1985. Vol. 73, No. 9. P. 1428–1429. DOI: 10.1109/PROC.1985.13304.
- Simple Accurate Expressions for Planar Spiral Inductances / S.S. Mohan, M. del M. Hershenson, S.P. Bound, T.H. Lee // IEEE Journal of Solid-State Circuits. 1999.
   Vol. 34, No. 10. P. 1419–1424. DOI: 10.1109/4.792620.
- Zhang X., Ho S.L., Fu W.N. Quantitative Analysis of a Wireless Power Transfer Cell with planar Spiral Structures // IEEE Transactions on Magnetics. 2011. Vol. 47, No. 10. P. 3200–3203. DOI: 10.1109/TMAG.2011. 2147768.
- 9. *Цицикян Г.Н.*, *Антипов М.Ю*. Сопоставительный анализ выражений по расчету индуктивностей катушек с симметрией вращения // Известия Российской академии наук. Энергетика. 2019. № 4. С. 58–66. DOI: 10.1134/S0002331019040150.

- Ramo S., Whinnery J.R., Duzer T. van. Field and waves in communication electronics. 3<sup>rd</sup> ed. New York: Wiley, 1994. XIX, 844 p.
- Цицикян Г.Н. Оценка стягивающих и растягивающих сил в тороидальных и линейных накопителях электроэнергии // Труды Крыловского государственного научного центра. 2021. № 4(398). С. 123–128. DOI 10.24937/2542-2324-2021-4-398-123-128.

## References

- Grover F.W. Inductance Calculations: Working formulas and Tables. New York: Van Nostrand, 1947. XIV, 236 p.
- 2. *Kalantarov P.L.*, *Tseitlin L.A*. Calculation of inductances. Reference book. Leningrad: Energoatomizdat, 1986. 487 [1] p. (*in Russian*).
- 3. Tsitsikyan G.N., Antipov M.Yu. Rigorous and approximating expressions for the inductances of circular and square solenoids // Elektrichestvo (Electricity). 2020. No. 2. P. 35–41. DOI: 10.24160/0013-5380-2020-2-35-41 (in Russian).
- Wheeler H.A. Inductance formulas for circular and square coils // Proceedings of the IEEE. 1982.
   Vol. 70, No. 12. P. 1449–1450. DOI: 10.1109/PROC. 1982.12504.
- Tsitsikyan G.N., Antipov M.Yu. Inductance of thinlayered coils of circular and square shape // Proceedings of Russian Academy of Sciences. Power Engineering. 2017. No. 6. P. 119–123 (in Russian).
- Lundin R. A handbook formula for the inductance of a single-layer circular coil // Proceedings of the IEEE. 1985. Vol. 73, No. 9. P. 1428–1429. DOI: 10.1109/ PROC.1985.13304.
- Simple Accurate Expressions for Planar Spiral Inductances / S.S. Mohan, M. del M. Hershenson, S.P. Bound, T.H. Lee // IEEE Journal of Solid-State Circuits. 1999.
   Vol. 34, No. 10. P. 1419–1424. DOI: 10.1109/4.792620.
- 8. Zhang X., Ho S.L., Fu W.N. Quantitative Analysis of a Wireless Power Transfer Cell with planar Spiral Structures // IEEE Transactions on Magnetics. 2011. Vol. 47, No. 10. P. 3200–3203. DOI: 10.1109/TMAG. 2011.2147768.

- 9. *Tsitsikyan G.N.*, *Antipov M.Yu*. Comparative analysis of inductance calculation expressions for coils with rotation symmetry // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering. 2019. No. 4. P. 58–66. DOI: 10.1134/S0002331019040150 (*in Russian*).
- Ramo S., Whinnery J.R., Duzer T. van. Field and waves in communication electronics. 3<sup>rd</sup> ed. New York: Wiley, 1994. XIX, 844 p.
- Tsitsikyan G.N. Estimation of compressive and tensioning forces in linear storages of electric power // Transactions of Krylov State Research Centre. 2021.
   Vol. 4(398). P. 123–128. DOI 10.24937/2542-2324-2021-4-398-123-128 (in Russian).

## Сведения об авторах

Цицикян Георгий Николаевич, д.т.н., профессор, начальник сектора — заместитель начальника отдела филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196128, Россия, Санкт-Петербург, Благодатная ул., д. 6. Тел.: +7 (812) 748-52-39. E-mail: George.20021940@mail.ru. https://orcid.org/0000-0002-8813-6003.

Бобровников Пётр Васильевич, ведущий инженер филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196128, Россия, Санкт-Петербург, Благодатная ул., д. 6. Тел.: +7 (812) 748-52-42. E-mail: petrdarkrealm@mail.ru. https://orcid.org/0000-0002-8400-0133.

#### About the authors

Georgy N. Tsitsikyan, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Head of Sector – Deputy Head of Department, TSNII SET branch of Krylov State Research Centre. Address: 6, Blagodatnaya st. St. Petersburg, Russia, post code 196128. Tel.: +7 (812) 748-52-39. E-mail: George.20021940@mail.ru. https://orcid.org/0000-0002-8813-6003.

Petr V. Bobrovnikov, Lead Engineer, TSNII SET branch of Krylov State Research Centre. Address: 6, Blagodatnaya st. St. Petersburg, Russia, post code 196128. Tel.: +7 (812) 748-52-42. E-mail: petrdarkrealm@mail.ru. https://orcid.org/0000-0002-8400-0133.

Поступила / Received: 23.08.22 Принята в печать / Accepted: 02.02.23 © Цицикян Г.Н., Бобровников П.В., 2023