

DOI: 10.24937/2542-2324-2023-1-403-87-98
УДК 629.5.035:532.528+001.891.54:51

М.П. Лобачев , А.Е. Таранов , Т.И. Сайфуллин , А.Н. Малашин, Ю.А. Егоров 
ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АКУСТИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА, СОПРОВОЖДАЮЩЕГО РАСПАД КАВИТАЦИОННОЙ КАВЕРНЫ НА СХЛОПЫВАЮЩИЕСЯ ПУЗЫРЬКИ

Объект и цель научной работы. Целью является разработка математической модели акустического источника, сопровождающего распад кавитационной каверны на схлопывающиеся пузырьки, для дальнейшей реализации в пакете программ «Логос» (ПП «Логос»). Объектами исследования являются модели гребных винтов (ГВ), работающие в условиях кавитации.

Материалы и методы. Для оценки объема и количества пузырьков, возникающих при распаде кавитационной каверны на гребных винтах, а также для определения амплитудно-частотных характеристик процесса схлопывания одиночного пузырька пара используются методы вычислительной гидродинамики. Характеристики течения вязкой жидкости находятся из решения методом контрольного объема нестационарных уравнений Рейнольдса (RANS), замкнутых двухпараметрической полуэмпирической моделью турбулентности. Для калибровки коэффициентов полученной математической модели акустического источника подготовлены валидационные задачи, для которых выполнены замеры акустического шума в кавитационной трубе Крыловского центра.





Основные результаты. Проведено численное моделирование динамики схлопывания одиночного пузырька водяного пара при различных начальных условиях. Выполнена аппроксимация зависимости импульса давления, возникающего при схлопывании кавитационного пузырька в свободной жидкости и вблизи твердой стенки. Оценены объемы и количество пузырьков, возникающих при распаде кавитационной каверны на гребных винтах, в процессе работы трех ГВ различной формы при различных поступях и числах кавитации. Разработана математическая модель акустического источника, сопровождающего распад кавитационной каверны на схлопывающиеся пузырьки, которая может быть реализована на базе конечно-объемной технологии дискретизации, применяемой в ПП «Логос», совместно с моделью турбулентности $k-\omega$ SST. Сформирован валидационный базис для тестирования и калибровки указанной математической модели.

Заключение. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект «Математическое моделирование на суперЭВМ экса- и зеттафлопсной производительности»). Анализ полученных результатов показал возможность использования предложенной в работе математической модели, однако для придания ей большей универсальности и повышения точности прогноза требуется привлечение дополнительной эмпирической информации. Альтернативой является существенное увеличение привлекаемых вычислительных ресурсов, которые для решения практических задач представляются излишне большими.

Ключевые слова: численное моделирование, кавитация, схлопывание пузырька пара, звуковое давление.

Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

DOI: 10.24937/2542-2324-2023-1-403-87-98
UDC 629.5.035:532.528+001.891.54:51

M.P. Lobachev , A.E. Taranov , T.I. Saifullin , A.N. Malashin, Yu.A. Egorov 
Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

CAVITATION VOID FRAGMENTATION AS ACOUSTIC SOURCE: MATHEMATICAL MODEL

Для цитирования: Лобачев М.П., Таранов А.Е., Сайфуллин Т.И., Малашин А.Н., Егоров Ю.А. Разработка математической модели акустического источника, сопровождающего распад кавитационной каверны на схлопывающиеся пузырьки. Труды Крыловского государственного научного центра. 2023; 1(403): 87–98.

For citations: Lobachev M.P., Taranov A.E., Saifullin T.I., Malashin A.N., Egorov Yu.A. Cavitation void fragmentation as acoustic source: mathematical model. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2023; 1(403): 87–98 (in Russian).

Object and purpose of research. This paper is intended to develop a mathematical model of cavitation void fragmentation into separate collapsing bubbles as an acoustic source for further implementation in *Logos* software package. The study was performed on propeller models in cavitating environment.

Materials and methods. Volume and quantity of bubbles appearing after fragmentation of a cavitation void on propellers, as well as amplitude and frequency properties of a single bubble collapse are studied as per CFD methods. Viscous flow properties are found from finite-volume (FVM) solution to unsteady Reynolds equations (RANS) closed by a biparametric semi-empirical turbulence model. The coefficients in the mathematical model of acoustic source thus obtained were calibrated through validation that included noise measurements at KSRC Cavitation Tunnel.

Main results. This work included numerical simulation of collapse dynamics for a single cavitation bubble at different initial conditions, with approximation of the pressure impact created by bubble collapse in the infinite fluid and near a solid wall. The study estimated volume and quantity of the bubbles created by the fragmentation of cavitation void on propellers (3 propellers of different shape operating at different advance ratios and cavitation numbers). The mathematical model representing above-mentioned process could be further implemented in *Logos* software as a finite-volume algorithm with $k-\omega$ SST turbulence model. The study also created a validation base for further testing and calibration of the mathematical model thus developed.

Conclusion. The study was performed as part of project *Mathematical simulation on exa- and zetaflops class supercomputers* launched by National Centre for Physics and Mathematics (Russia). The analysis of obtained results has shown that the mathematical model suggested in this paper does have practical potential, but it needs additional empirical data for greater flexibility and more accurate estimates. Without this model, these practical tasks still could be handled but at a cost of considerable and, most importantly, unnecessary increase in required hardware resources.

Keywords: numerical simulation, cavitation, cavitation bubble collapse, acoustic pressure.

The authors declare no conflicts of interest.

Введение

Introduction

В последнее время требования по снижению шумности и виброактивности ужесточаются для двигателей не только подводных лодок и надводных кораблей, но и гражданских судов. Для некоторых из судов нормы даже более жесткие, чем для боевых кораблей. В этой связи разработка новых подходов к проектированию малошумных двигателей судов является весьма актуальной. Одним из мероприятий, способствующих повышению качества проектирования двигателей, является внедрение современных численных методов моделирования физических процессов, протекающих при работе двигателей. Однако реализации таких методов препятствует отсутствие проработанных методик выполнения расчетов применительно как к конкретным объектам морской техники, так и к некоторым физическим процессам.

Принято классифицировать индуцируемый винтом шум исходя из различий в физических процессах, приводящих к его возникновению, и частотного диапазона его проявления. Наиболее интенсивным источником гидродинамического шума двигателя является кавитация [1] (от латин. *Cavitas* – пустота) – образование в жидкости полостей (кавитационных пузырьков, или каверн), заполненных газом, паром или их смесью. В звуковом и ультразвуковом диапазонах излучение звука связано с замыканием мельчайших паровых каверн – продук-

тов распада основной каверны, возникающей на лопасти кавитирующего гребного винта, а в инфразвуковом диапазоне – с изменением объема основной каверны, вызванным неоднородностью и нестационарностью натекающего на ГВ потока [1]. В данной работе рассматривается только первый вариант шумоизлучения.

Гидродинамическая кавитация возникает в результате местного понижения давления в жидкости, которое может происходить при увеличении ее скорости [2, 3], т.е. при наличии кавитации приходится иметь дело с течением многофазных сред. Основными подходами к моделированию течений многофазных сред являются эйлеровско-эйлеровское и лагранжево-эйлеровское описания [4].

В первом случае традиционным в технических приложениях является подход, при котором течение остается многофазным, однако исследуемая среда заменяется смесью, имеющей непрерывные (континуальные) распределения плотностей, скоростей, давлений и других параметров каждой из фаз. Моделирование двухфазного течения водяной пар / вода в большинстве случаев осуществляется с использованием метода Volume of Fluid (VOF) [5]. Но для подобных моделей не характерен учет физики процессов эволюции пузырей, образующихся при кавитации, а это в случае моделирования начала кавитации или определения уровней кавитационного шума является определяющим фактором. С использованием косвенных критериев, разработанных на основе экспериментальных данных, прогнозиро-

вание начала кавитации с применением континуального подхода еще возможно, как это сделано в работе [6] для условий модельного эксперимента.

Однако прямое прогнозирование уровня шума при использовании такого подхода невозможно принципиально. Разработка же каких-либо общих эмпирических зависимостей для прогнозирования уровней шума на основе результатов расчетов характеристик течения при таком подходе также затруднена, т.к. требует привлечения слишком большого массива экспериментальной информации для выделения связей между теми параметрами течения, которые можно получить в расчете при эйлеровско-эйлеровском подходе и измерить в эксперименте при одновременном измерении уровней шума.

В рамках второго подхода движение несущей фазы определяется уравнениями динамики сплошной среды, а для описания движения дисперсной фазы (в частности, пузырьков) используется подход Лагранжа, основанный на введении набора пробных частиц. Этот подход требует значительных вычислительных затрат, но позволяет проводить расчет динамики каждой пробной частицы (пузыря) индивидуально [7]. Благодаря этому преимуществу использование методов лагранжево-эйлеровского описания в ряде случаев представляется предпочтительным (возникновение кавитации или разрушение кавитационных каверн со схлопыванием их «обломков»).

Однако даже при использовании таких методов подробное описание процессов схлопывания всей совокупности паровых пузырьков с определением соответствующего шумоизлучения представляется нереальным. Во-первых, если для движения дисперсной фазы до попадания пузырьков в область повышенного давления можно использовать именно лагранжево-эйлеровское описание, то для описания их схлопывания с определением пульсаций давления требуется переходить опять к эйлеровскому представлению. Во-вторых, далеко не для всех условий разрушения кавитационных каверн возможно моделирование всей совокупности пузырьков на реально доступных вычислительных ресурсах и в приемлемое время.

Тем не менее использование лагранжево-эйлеровского описания представляется перспективным направлением для прогнозирования уровней шума от схлопывающихся пузырьков, образующихся при разрушении кавитационной каверны. При этом для практического использования его можно применять только с добавлением эмпирической информации и коррекции отдельных составляющих метода на основе сопоставления с экспе-

риментальными данными по уровню кавитационных шумов. Собственно, лагранжево-эйлеровское описание требуется для описания дробления каверны на отдельные пузырьки. Причем возможно рассмотрение уменьшенного количества пробных частиц, т.е. такая частица со свойствами пузырька заменяет группу идентичных пузырьков, находящихся относительно близко.

Поскольку при решении ряда практических задач взаимодействием пузырьков между собой можно пренебречь, то такой подход правомочен. Схлопывание отдельных пузырьков в зависимости от их размера, перепада давления и расстояния до твердой поверхности требует описания, подобного использованному в работе [8]. Далее с учетом результатов систематических расчетов строятся аппроксимирующие зависимости уровня шума при схлопывании отдельных пузырьков от указанных параметров. И в зависимости от результатов расчетов с использованием лагранжево-эйлеровского подхода определяется уровень шумоизлучения всей совокупности пробных частиц.

Такой подход, подробнее описанный далее, представляется предпочтительным по сравнению с теми, что использованы в работах [9–11]. Последние разобраны в [12], где в числе прочего дана их критическая оценка. Основным недостатком указанных подходов к оценке кавитационного шума гребных винтов, с нашей точки зрения, является привязка к интенсивности концевых вихрей. Хотя с точки зрения простоты и объема требуемых вычислительных ресурсов эти методы выглядят привлекательными.

Как показывает практика наших расчетов для натуральных условий, а также ряд наблюдений в натуре, кавитация в концевых вихрях наблюдается в натуральных условиях далеко не на всех винтах, что отмечается и в [12]. Так, кавитация в концевых вихрях не наблюдается на винтах с сильно разгруженными концами лопастей. Отсутствие кавитации в концевых вихрях характерно, в частности, для ряда винтов регулируемого шага (ВРШ) фирмы Andritz Hydro (Escher Wyss) [13], что обусловлено требованиями заказчиков, в частности для океанских яхт. Как показывают исследования, выполненные в Крыловском центре, для ряда современных малошумных ВРШ характерно начало кавитации на корневых сечениях и при скоростях больших, чем для ВРШ с развитыми концевыми вихрями. С учетом этого обстоятельства развитие метода прогнозирования шумоизлучения движителей, не привязанного к какому-либо виду кавитации, представляется весьма актуальным.

Следует отметить, что в ряде монографий теории кавитационного шума изложена основательно и подробно [14–16]. Однако современные методы прогнозирования характеристик обтекания гребных винтов основываются не на моделях идеальной жидкости с поправками на вязкость, а на решении уравнений Рейнольдса, и, соответственно, появляется возможность перехода к иным подходам к прогнозированию кавитационного шума. Тем более что ранее тот же шум от схлопывающихся пузырьков изучался преимущественно для пузырьковой кавитации [17], которая, как указывалось выше, на наилучших по отдалению начала кавитации гребных винтах отсутствует, а наблюдается на корневых сечениях. Образование и разрушение кавитационной каверны на таких ГВ фиксируется только в определенных угловых положениях лопасти, что также отличает такие каверны от пленочных каверн, шум от которых исследовался ранее [18].

В представляемой работе предлагается подход, использующий для прогнозирования отрыва от каверны и движения паровых пузырьков лагранжево-эйлеровское описание, а для определения давления при их схлопывании и соответствующих уровней шума – эмпирические закономерности, полученные на основе систематических расчетов в эйлеровской постановке, аналогичной [8]. Данный подход не привязан к какому-либо виду кавитации, является общим и может быть применен для прогнозирования кавитационного шума любых типов движителей. При этом само образование кавитационной каверны также является традиционно эйлеровским и, как показано, например, в работе [19], достаточно точным. В работе рассматривается только формирование самого источника кавитационного шума, собственно расчеты уровней шумоизлучения – материал отдельной публикации. На данном этапе работы подготовлена база для выполнения таких расчетов в последующих версиях ПП «Логос» и их валидации.

Проведение численного моделирования динамики схлопывания одиночного пузырька водяного пара

Numerical simulation of collapse dynamics for a single cavitation bubble

Рассматривается задача численного моделирования динамики схлопывания одиночного пузырька водяного пара под действием постоянного внешнего давления водной среды. Задача решается в пакете гидродинамического анализа Star-CCM+ (Siemens).

Динамика схлопывания парагазового пузырька в водной среде получается из решения методом контрольного объема нестационарных уравнений Рейнольдса, замкнутых двухпараметрической моделью турбулентности.

Объекты исследования

В качестве объекта исследования рассматривается одиночный пузырек водяного пара в сплошной водной среде. В задачах исследования динамики схлопывания пузырька варьируются следующие параметры:

- начальный диаметр пузырька, d : от 0,05 мм до 2 мм;
- внешнее давление (давление водной среды), $P_{\text{внеш}}$: от 6 кПа до 150 кПа;
- расстояние от центра пузырька до твердой стенки, L : от 1 мм до 100 мм.

Также проводились отдельные расчеты в безграничной жидкости (без учета влияния твердой стенки).

Постановка задачи

В численных исследованиях динамики схлопывания пузырька пара для замыкания уравнений Рейнольдса в качестве модели турбулентности использована k - ω SST модель Ментера [20].

Моделирование двухфазного течения водяной пар / вода осуществляется с использованием метода Volume of Fluid (VOF) [5]. Учитываются силы поверхностного натяжения. Не учитывается газосодержание в водной среде. Конвективным переносом пузырька и изменением внешнего давления на траектории движения пузырька пренебрегаем. Для процессов роста пузырька эти факторы играют важную роль [15], однако при рассмотрении схлопывания в первом приближении ими можно пренебречь и рассматривать процесс схлопывания пузырька в неподвижной жидкости.

Задачи динамики схлопывания парового пузырька решаются в трехмерном представлении в нестационарной постановке со схемами второго порядка для дискретизации по пространству и первого порядка по времени. Временной шаг дискретизации решения равен 10^{-7} с. Плотность воды постоянная – 1000 кг/м^3 . Динамическая вязкость воды – $0,001141 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Паровая фаза внутри пузырька задана моделью реального газа со свойствами пара согласно модели IAPWS-IF97.

Влиянием газосодержания в воде и диффузией растворенного в воде газа в пузырек в процессе схлопывания пренебрегаем, т.к. согласно [15, 21] эти факторы играют значимую роль только для

очень малых размеров пузырьков, замыкающихся при малых значениях внешнего давления, что нехарактерно для пузырьков, образовавшихся при распаде каверны. В силу решения уравнений Навье – Стокса в приближении Рейнольдса учет влияния вязкости и реальных свойств пара (модель IAPWS-IF97) выполняется точнее, чем в [15, 22].

Расчетная область показана на рис. 1. На заданном расстоянии L от пузырька находится твердая стенка. Внешняя граница расчетной области представляет собой сферу диаметром $D_{reg} = 20$ мм, отсеченную твердой стенкой на заданном расстоянии. На внешней границе расчетной области применено граничное условие «давление на выходе», равное внешнему давлению водной среды.

В начальный момент времени в расчетной области выделяется сферическая область диаметром d , соответствующая начальному размеру парового пузырька, и задаются следующие начальные условия для инициализации решения задачи:

- давление в расчетной области, соответствующее давлению водной среды, $P_{внеш}$;
- давление внутри парового пузырька $P_v = 2$ кПа, соответствующее давлению насыщенных паров;
- во всей расчетной области задается водная среда, кроме сферической области парового пузырька, где задается паровая среда (IAPWS-IF97).

Результаты численного моделирования динамики схлопывания одиночного пузырька водяного пара

Results of numerical simulation of collapse dynamics for a single cavitation bubble

Схлопывание одиночного пузырька в водной среде под действием внешнего давления – быстропротекающий процесс. Чем больше внешнее давление, тем быстрее схлопывается паровой пузырек и тем выше частота его пульсаций во времени. После сжатия пузырька под действием внешнего давления он снова расширяется, а затем сжимается. Процесс носит периодический характер с уменьшением амплитуды с течением времени.

В ходе расчетов определялось давление в центре парового пузырька и регистрировалась амплитуда давления, а также частота пульсаций давления в центре парового пузырька. На рис. 2 (см. вклейку) показан график изменения давления от времени в центре пузырька в процессе схлопывания. Уровень звукового давления падает по мере удаления от центра пузырька.

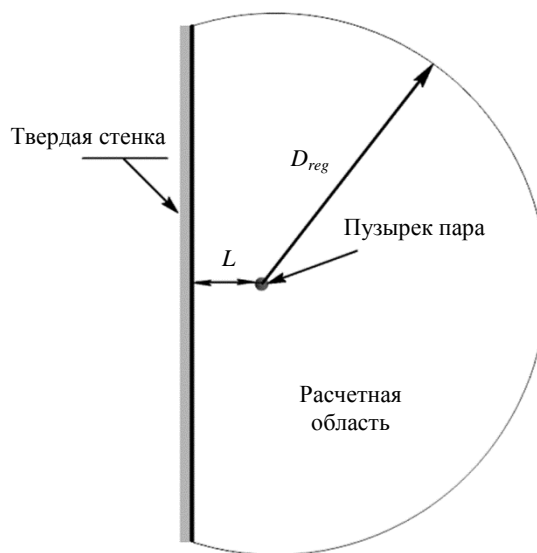


Рис. 1. Схема расчетной области

Fig. 1. Calculation domain

В результате проведения серии расчетов получена зависимость (1) максимальной амплитуды давления (A_{max}) в центре парового пузырька.

$$A_{max} \cong (860 \cdot d - 50) \cdot P_{внеш} - 5 \cdot 10^6 \cdot d^2 - 6000 \cdot d + 130000, \quad (1)$$

где $P_{внеш}$ – внешнее давление водной среды, Па; d – начальный диаметр парового пузырька, м.

Также получена зависимость (2) частоты пульсаций давления в центре парового пузырька от внешнего давления ($P_{внеш}$) при различных значениях начального диаметра пузырька (d). Частота пульсации парового пузырька не зависит от расстояния до стенки.

$$f = E \cdot P_{внеш}^K, \quad (2)$$

где $E = 1,9 \cdot d^{-0,8}$, $K = 0,8 \cdot d^{-0,03}$; $P_{внеш}$ – внешнее давление водной среды, Па; d – начальный диаметр парового пузырька, м.

Оценка объема и количества пузырьков, возникающих при распаде кавитационной каверны на гребных винтах

The estimation of volume and quantity of the bubbles that created by the fragmentation of cavitation void on propellers

Рассматривается задача численного моделирования явления кавитации при обтекании однородным по-

Таблица 1. Геометрические характеристики моделей гребных винтов

Table 1. Propeller model geometries

	Модель А	Модель В	Модель С
Диаметр модели D , мм	228	250	200
Число лопастей Z	5	5	5
Шаговое отношение P/D	0,9	0,95	1,25
Дисковое отношение A_E/A_0	0,6	0,8	1,16
Угол саблевидности, °	33	32	30

током вращающихся гребных винтов. Модели ГВ фиксируются на конце вала и снабжены обтекательем. Задача решается в пакете гидродинамического анализа Star-CCM+ (Siemens). Характеристики течения вязкой жидкости вокруг моделей ГВ находятся из решения методом контрольного объема нестационарных уравнений Рейнольдса, замкнутых моделью турбулентности.

Объекты исследования

В качестве объектов исследования в работе рассматриваются три модели гребных винтов различной формы (А, В и С), характерные для быстроходных надводных судов и отличающиеся дисковым отношением (от 0,6 до 1,16). Экспериментальные данные для винтов А и С получены в Крыловском центре. В качестве модели В взят международный тестовый винт КР505, разработанный Южно-Корейским научно-исследовательским институтом кораблестроения и океанической инженерии (Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering, KRISO). Данные для гребного винта В представлены в 2015 г. на симпозиуме Workshop on CFD in Ship Hydrodynamics в Токио, Япония. Формы рассмотренных моделей ГВ показаны на рис. 3 (см. вклейку), а их геометрические характеристики приведены в табл. 1.

Постановка задачи

В изложенных далее численных исследованиях для замыкания уравнений Рейнольдса в качестве модели турбулентности использована $k-\omega$ SST модель Менгера [20] в низкорейнольдсовой постановке.

Моделирование двухфазного течения водяной пар/вода осуществляется с использованием метода Volume of Fluid (VOF) [5], а для учета эффектов конденсации и парообразования при переносе паровой каверны по пространству в уравнение для концентрации пара добавляется источниковый член согласно модели Рэлея – Плессета в варианте, предложенном Шнерром (Schnerr) и Сауэром (Sauer) [23]. Учи-

тываются силы поверхностного натяжения. Задачи кавитационного обтекания моделей гребных винтов решаются в нестационарной постановке со схемами второго порядка для дискретизации по пространству и первого порядка по времени. Обе фазы имеют постоянную плотность: для воды – 1000 кг/м^3 , для пара – $0,595 \text{ кг/м}^3$. Динамическая вязкость воды – $0,001141 \text{ Па}\cdot\text{с}$, пара – $1,267 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$. Давление насыщенных паров постоянно и составляет около 2 кПа. В задаче учитывается влияние гидростатических сил, задана сила тяжести, ускорение свободного падения $[0; 0; -9,81] \text{ м/с}^2$.

Вращение винта моделируется с использованием интерфейса между вращающимся и неподвижным регионами расчетной области. Вращающийся регион представляет собой цилиндрическую область, окружающую винт. Внешняя (неподвижная) граница расчетной области – это цилиндрическая поверхность диаметром 0,8 м, внутри которой находится винт с валом на центральной оси (рис. 4, см. вклейку). На внешней границе расчетной области применено граничное условие «твердая стенка», что соответствует условиям проведения экспериментальных исследований в кавитационной трубе.

На входной границе задана скорость набегающего потока и параметры турбулентности: $I_t = 0,01$, $\mu_t/\mu = 10$. На выходной границе задано граничное условие постоянства давления. Задано гидростатическое давление по формуле $P = \rho gh$ и параметры турбулентности: $I_t = 0,01$, $\mu_t/\mu = 10$. На смежных границах регионов задано граничное условие Integral Interface, которое позволяет проводить расчеты на несостыкованных сетках.

Для задач обтекания винта число кавитации σ_0 определяется согласно формуле:

$$\sigma_0 = \frac{2 \cdot (P - P_v)}{\rho \cdot V^2}, \quad (3)$$

где P – давление среды, Па; P_v – давление насыщения, Па; ρ – плотность среды, кг/м^3 ; V – скорость набегающего потока жидкости, м/с.

Рассматривалась область режимов по поступи от 0,5 до 1,0 и при числах кавитации 1–3. Данная область была выбрана, т.к. она обеспечивает, во-первых, распад каверны на отдельные пузырьки в условиях однородного потока в кавитационной трубе, во-вторых, приемлемый для выполнения акустических измерений кавитационного шума уровень сигнала по отношению к собственным шумам трубы.

Результаты численного моделирования кавитационного обтекания гребных винтов при различных поступях и числах кавитации

Results of numerical simulation of cavitation flow around the propellers at different advance ratios and cavitation numbers

На первой стадии численного моделирования кавитационного обтекания моделей гребных винтов используется многофазный подход Эйлера. В расчетной области присутствуют две фазы: вода и водяной пар, взаимодействие между которыми описывается моделью Реллея – Плессета в варианте, предложенном Шнерром и Сауэром.

Моделирование выполняется в нестационарной постановке с шагом по времени $5,0 \cdot 10^{-4}$ с до момента времени, равного 0,5 с. На данной стадии определяются интегральные гидродинамические характеристики (ГДХ) – упор и момент гребного винта, а также суммарный объем водяного пара во всех кавитационных кавернах.

Во второй стадии численного моделирования кавитационного обтекания моделей ГВ расчетная схема дополняется лагранжевой фазой водяного пара и двухсторонней моделью перехода между лагранжевой и эйлеровой фазами для водяного пара – модель Resolved VOF-Lagrangian Transition. Данная модель позволяет идентифицировать появляющиеся кавитационные пузырьки и превращать их в эквивалентные лагранжевы частицы. Масса, импульс и энергия сохраняются как при переходе от эйлеровой фазы к лагранжевой, так при обратном процессе.

Моделирование выполняется в нестационарной постановке с шагом по времени $2,5 \cdot 10^{-4}$ с до момента времени, равного 0,7 с. На данной стадии определяются статистические характеристики совокупности пузырьков водяного пара (диаметр пузырьков, расстояние до ближайшей твердой стенки, действующее внешнее давление), а также количество пузырьков и их суммарный объем.

На рис. 5 (см. вклейку) приведено мгновенное распределение пузырьков водяного пара (лагранжевы частицы) на границе кавитационных каверн (эйлерова фаза). Цветом показано распределение диаметра паровых пузырьков.

Статистические характеристики совокупности пузырьков водяного пара

Statistical characteristics of the bubble population

Регрессионный анализ результатов выполняется для следующих параметров:

- объем каверн;
- дисковое отношение гребного винта A_E/A_0 ;
- коэффициент нагрузки по упору гребного винта C_{TA} ;
- поступь гребного винта J ;
- коэффициент упора ГВ;
- КПД гребного винта;
- диаметр ГВ;
- снижение коэффициента упора по сравнению с атмосферными условиями;
- снижение КПД по сравнению с атмосферными условиями.

Регрессионный анализ результатов численного моделирования задач показал, что наиболее статистически достоверными зависимостями, позволяющими сделать физически правдоподобные экстраполяции, являются зависимость (7) количества пузырьков от снижения коэффициента упора гребного винта по сравнению с работой при атмосферных условиях (бескавитационное обтекание) и зависимость (8) суммарного объема пузырьков от объема кавитационных каверн.

В работе [24] для оценки предельно допустимого дискового отношения с целью недопущения второй стадии кавитации использована формула Келлера, в которую входят упор гребного винта, количество лопастей и коэффициент, принимающий различное значение для одновальных и двухвальных судов. Хотя эта формула, как показывает ее использование, дает несколько завышенное значение дискового отношения, она успешно используется на практике. Это свидетельствует о том, что при дальнейшем накоплении эмпирической информации дисковое отношение, упор ГВ и количество лопастей должны войти в число значимых параметров.

Получены статистические зависимости начальных условий для определения амплитудно-частот-

ных зависимостей звукового давления от схлопывания одиночного пузырька пара.

Распределение диаметров пузырьков:

$$p(d) \cong 4 \cdot 10^{-9} \cdot d^{-2}. \quad (4)$$

Распределение расстояния до ближайшей стенки:

$$p(L) \cong 0,003 \cdot L^{-0,7}. \quad (5)$$

Распределение внешнего давления:

$$p(P_{\text{внеш}}) = 5000 \cdot P_{\text{внеш}}^{-1,03}. \quad (6)$$

Разработка математической модели акустического источника, сопровождающего распад кавитационной каверны на схлопывающиеся пузырьки

Development of a mathematical model of cavitation void fragmentation into separate collapsing bubbles

Параметры акустического источника, сопровождающего распад кавитационной каверны на схлопывающиеся пузырьки, устанавливаются по следующему алгоритму.

1. Определяется суммарный объем пузырьков пара (V_{Lagr}) по формуле:

$$V_{Lagr} \cong 4,2 \cdot 10^{-6} \cdot V_{cav}^{0,3}, \text{ м}^3 \quad (7)$$

где V_{cav} (м^3) – суммарный объем кавитационных каверн на гребном винте.

Формула (7) применима для диапазона значений $V_{cav} = 1 \cdot 10^{-2} - 1 \cdot 10^{-10}, \text{ м}^3$.

2. Определяется количество пузырьков пара (N_{Lagr}) по формуле:

$$N_{Lagr} \cong -1,1 \cdot 10^8 \cdot \Delta K_T^4 + 2,2 \cdot 10^7 \cdot \Delta K_T^3 + 7,4 \cdot 10^5 \cdot \Delta K_T^2 - 3,6 \cdot 10^5 \cdot \Delta K_T + 30000, \quad (8)$$

где ΔK_T – разница между коэффициентом упора гребного винта, полученным при атмосферных условиях, и коэффициентом упора, полученным в данной задаче.

Формула (8) применима для диапазона значений $\Delta K_T = -0,05 - 0,18$.

3. Определяется средний объем пузырьков (V_{sred}):

$$V_{sred} = \frac{V_{Lagr}}{N_{Lagr}}, \text{ м}^3 \quad (9)$$

4. Определяется ряд интервалов распределения объемов пузырьков:

$$\begin{aligned} V_1 &= 10 \cdot V_{sred}; \\ V_2 &= 5 \cdot V_{sred}; \\ V_3 &= V_{sred}; \\ V_4 &= 0,5 \cdot V_{sred}; \\ V_5 &= 0,1 \cdot V_{sred}; \\ V_6 &= 0,02 \cdot V_{sred}. \end{aligned} \quad (10)$$

5. Определяется количество пузырьков для каждого интервала:

$$\begin{aligned} N_1 &= 0,541 \cdot V_{Lagr} / V_1; \\ N_2 &= 0,258 \cdot V_{Lagr} / V_2; \\ N_3 &= 0,123 \cdot V_{Lagr} / V_3; \\ N_4 &= 0,0461 \cdot V_{Lagr} / V_4; \\ N_5 &= 0,022 \cdot V_{Lagr} / V_5; \\ N_6 &= 0,0104 \cdot V_{Lagr} / V_6. \end{aligned} \quad (11)$$

Таблица 2. Распределение доли объемов в совокупности пузырьков

Table 2. Bubble volume distribution

Диаметр пузырька d , м	Вероятность, $p(d)$	Вероятностный объем пузырьков, м^3	Доля объема
5,0E-05	0,743	4,86E-14	1,04 %
1,0E-04	0,195	1,02E-13	2,19 %
2,0E-04	0,051	2,14E-13	4,61 %
5,0E-04	0,009	5,72E-13	12,3 %
1,0E-03	0,002	1,20E-12	25,8 %
2,0E-03	0,001	2,52E-12	54,1 %
Итого	1,00	4,66E-12	100,0 %

Примечание: коэффициенты в формуле (11) получены на основе зависимости (4) для диапазона диаметров пузырьков, рассмотренного в данной работе (табл. 2).

6. Для каждого пузырька определяются:

- диаметр как функция среднего по интервалу объема;
- расстояние до ближайшей стенки по формуле (5);
- внешнее давление по формуле (6).

7. Для каждого пузырька определяются амплитудно-частотные характеристики звукового давления по формулам (1) и (2) и итоговый спектр звукового давления.

Для калибровки коэффициентов полученной математической модели акустического источника, сопровождающего распад кавитационной каверны на схлопывающиеся пузырьки, следует подготовить валидационный базис, включающий в себя задачи, для которых выполнены замеры акустического шума и дополнительное численное моделирование.

Пример таких задач приведен на рис. 6 (см. вклейку). В кавитационной трубе Крыловского центра выполнены замеры кавитационного шума модели гребного винта C для ряда режимов (различные поступи и числа кавитации). Здесь же приведены результаты численного моделирования пузырьковой кавитации на суперкомпьютере Крыловского центра.

Заключение

Conclusion

В работе приведены первые результаты разработки математической модели акустического источника, сопровождающего распад кавитационной каверны на схлопывающиеся пузырьки, для дальнейшей реализации в пакете программ «Логос».

Проведено численное моделирование динамики схлопывания одиночного пузырька водяного пара при различных начальных условиях и выполнена аппроксимация зависимости импульса давления, возникающего при схлопывании кавитационного пузырька в свободной жидкости и вблизи твердой стенки.

Оценены объемы и количество пузырьков, возникающих при распаде кавитационной каверны на гребных винтах, при работе трех ГВ различной формы при различных поступях и числах кавитации.

Представлен алгоритм, связывающий гидродинамические и кавитационные характеристики модели гребного винта с амплитудно-частотными характеристиками процесса схлопывания кавитационных пузырьков.

Анализ полученных результатов показал возможность использования предложенной в работе математической модели, однако для придания ей большей универсальности и повышения точности прогноза требуется привлечение дополнительной эмпирической информации. Альтернативой является существенное увеличение привлекаемых вычислительных ресурсов (до петафлопной производительности), которые для решения практических задач представляются излишне большими.

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект «Математическое моделирование на суперЭВМ экса- и зеттафлопной производительности»).

Список использованной литературы

1. *Левковский Ю.Л.* Шум гребных винтов. Санкт-Петербург : ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 2005. 182, [1] с.
2. *Перник А.Д.* Проблемы кавитации. 2-е изд., доп. и испр. Ленинград : Судостроение, 1966. 439 с.
3. *Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф.* Кавитация / Пер. с англ. Э.А. Ашратова [и др.]. Москва : Мир, 1974. 687 с.
4. Dynamic numerical simulation of gas-liquid two-phase flows: Euler/Euler versus Euler/Lagrange / *A. Sokolichin, G. Eigenberger, A. Lapin, A. Lübert* // Chemical Engineering Science. 1997. Vol. 52, No. 4. P. 611–626. DOI: 10.1016/S0009-2509(96)00425-3.
5. *Hirt C.W., Nichols B.D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // Journal of Computational Physics. 1981. Vol. 39, No. 1. P. 201–225. DOI: 10.1016/0021-9991(81)90145-5.
6. *Лобачев М.П., Рудниченко А.А.* Расчетное определение начала кавитации рабочего колеса водометного движителя насосного типа // Труды Крыловского государственного научного центра. 2019. Вып. 3(389). С. 63–72. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-3-389-63-72.
7. Моделирование кавитации в высокоскоростных течениях в каналах / *И.И. Исаенко, А.В. Махнов, Е.М. Смирнов, А.А. Шмидт* // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11, № 1. С. 55–65. DOI: 10.18721/JPM.11106.

8. *Овчинников Н.А., Чалов С.А.* Использование пакета инженерного анализа Star-CCM+ для определения характеристик схлопывания парового пузырька // Труды Крыловского государственного научного центра. 2013. Вып. 6(362). С. 97–102.
9. *Raestad A.E.* Tip Vortex Index – an engineering approach to propeller noise prediction // *The Naval Architect*. 1996. July/August. P. 11–16.
10. *Bosschers J.* Investigation of hull pressure fluctuation generated by cavitating vortices // *Proceedings of the First Symposium on Marine Propulsors (SMP'09)*. Throntheim, 2009. P. 44–51.
11. *Bosschers J.* A semi-empirical method to predict broadband hull pressure fluctuations and underwater radiated noise by cavitating tip vortices // *Proceedings of the 5th International Symposium on Marine Propulsors (SMP'17)*. Espoo, 2017. Vol. 1. P. 148–157.
12. *Пустошный А.В.* Кавитация гребных винтов транспортных судов. Исследования XXI века: монография. Санкт-Петербург: Крыловский государственный научный центр, 2022. 260 с.
13. *Escher Wyss* controllable pitch propellers // *Andritz*: [site]. Graz, 2022. URL: <https://www.andritz.com/products-en/hydro/markets/controllable-pitch-propellers> (Accessed: 17.11.2022).
14. Гребные винты. Современные методы расчета / *В.Ф. Бавин, Н.Ю. Завадовский, Ю.Л. Левковский, В.Г. Мишкевич*. Ленинград: Судостроение, 1983. 296 с.
15. *Левковский Ю.Л.* Структура кавитационных течений. Ленинград: Судостроение, 1978. 224 с.
16. *Миниович И.Я., Перник А.Д., Петровский В.С.* Гидродинамические источники звука. Ленинград: Судостроение, 1972. 478 с.
17. Исследование статистических характеристик и шума пузырьковой кавитации / *В.П. Ильин, В.Н. Жуков, Ю.Л. Левковский, А.Д. Перник* // Труды НТО Судпрома. 1968. Вып. 106. С. 95–102.
18. *Ильин В.П.* Структура и шумообразование пленочной кавитации. // II Всесоюзный симпозиум по проблемам кавитации. Одесса, 1971.
19. Валидация технологии численного моделирования кавитационных течений / *Д.В. Багаев, С.В. Егоров, М.П. Лобачев, А.А. Рудниченко, А.Е. Таранов* // Труды Крыловского государственного научного центра. 2017. Вып. 4(382). С. 46–56. DOI: 10.24937/2542-2324-2017-4-382-46-56.
20. *Menter F.R.* Two equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // *AIAA Journal*. 1994, Vol. 32, No. 8. P. 1598–1605. DOI: 10.2514/3.12149.
21. *Левковский Ю.Л.* Влияние диффузии на акустическое излучение каверны // *Акустический журнал*. 1968. Т. 14, № 4. С. 561–565.
22. *Левковский Ю.Л., Ильин В.П.* Влияние поверхностного натяжения и вязкости жидкости на замыкание кавитационной каверны // *Инженерно-физический журнал*. 1968. Т. 14, № 5. С. 903–908.
23. *Sauer J.* Instationaer kavitierende Stroemungen – Ein neues Modell, basierend auf Front Capturing VOF und Blasendynamik: Diss. ... dr der Ingenieurwissenschaften / *J. Sauer*; Univ. Karlsruhe, Fak. für Maschinenbau. Karlsruhe, 2000. 162 p. DOI: 10.5445/IR/3122000.
24. *Holtrop J., Mennen G.G.J.* An approximate power prediction method // *International Shipbuilding Progress*. 1982. Vol. 29, No. 335. P. 166–170.

References

1. *Levkovsky Yu.L.* Propeller noise. St. Petersburg: Krylov Central Research Institute, 2005. 182 p. (*in Russian*).
2. *Pernik A.D.* Cavitation issues. Leningrad: Sudostroenie, 1966. 439 p. (*in Russian*).
3. *Knapp R.T., Daily J.W., Hammitt F.G.* Cavitation (*Russian translation*). Moscow: Mir, 1974. 687 p.
4. Dynamic numerical simulation of gas-liquid two-phase flows: Euler/Euler versus Euler/Lagrange / *A. Sokolichin, G. Eigenberger, A. Lapin, A. Lübert* // *Chemical Engineering Science*. 1997. Vol. 52, No. 4. P. 611–626. DOI: 10.1016/S0009-2509(96)00425-3.
5. *Hirt C.W., Nichols B.D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *Journal of Computational Physics*. 1981. Vol. 39, No. 1. P. 201–225. DOI: 10.1016/0021-9991(81)90145-5.
6. *Lobachev M.P., Rudnichenko A.A.* Cavitation inception calculation for pumpjet impeller // *Transactions of Krylov State Research Centre*. 2019. Vol. 3(389). P. 63–72. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-3-389-63-72 (*in Russian*).
7. Simulation of high-speed cavitating flows in channels / *I.I. Isaenko, A.V. Makhnov, Ye.M. Smirnov, A.A. Shmidt* // *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 2018. Vol. 11, No. 1. P. 55–65. DOI: 10.18721/JPM.111106 (*in Russian*).
8. *Ovchinnikov N.A., Chalov S.A.* Calculation of vapour bubble collapse in STAR-CCM+ // *Transactions of Krylov State Research Centre*. 2013. Vol. 78(362). P. 97–102 (*in Russian*).
9. *Raestad A.E.* Tip Vortex Index – an engineering approach to propeller noise prediction // *The Naval Architect*. 1996. July/August. P. 11–16.
10. *Bosschers J.* Investigation of hull pressure fluctuation generated by cavitating vortices // *Proceedings of the*

- First Symposium on Marine Propulsors (SMP'09). Throdheim, 2009. P. 44–51.
11. *Bosschers J.* A semi-empirical method to predict broadband hull pressure fluctuations and underwater radiated noise by cavitating tip vortices // Proceedings of the 5th International Symposium on Marine Propulsors (SMP'17). Espoo, 2017. Vol. 1. P. 148–157.
 12. *Pustoshny A.V.* Propeller cavitation of cargo carriers. Research of the XXI century. Monograph. St. Petersburg : Krylov State Research Centre, 2022. 260 p. (in Russian).
 13. Escher Wyss controllable pitch propellers // Andritz : [site]. Graz, 2022. URL: <https://www.andritz.com/products-en/hydro/markets/controllable-pitch-propellers> (Accessed: 17.11.2022).
 14. Propellers: modern calculation methods / *V.F. Bavin, N.Yu. Zavadovsky, Yu.L. Levkovsky, V.G. Mishkevich.* Leningrad : Sudostroyeniye, 1983. 296 p. (in Russian).
 15. *Levkovsky Yu.L.* Structure of cavitating flows. Leningrad : Sudostroenie, 1978. 224 p. (in Russian).
 16. *Miniovich I.Ya., Pernik A.D., Petrovsky V.S.* Hydrodynamic sources of sound. Leningrad : Sudostroyeniye, 1972. 478 p. (in Russian).
 17. Noise and statistical properties of bubble cavitation / *V.P. Ilyin, V.N. Zhukov, Yu.L. Levkovsky, A.D. Pernik* // Transactions of Research & Engineering Society of Shipbuilding Industry. 1968. Vol. 106. P. 95–102 (in Russian).
 18. *Ilyin V.P.* Structure and noise generation of sheet cavitation // 2nd All-USSR Symposium on Cavitation Issues. Odessa, 1971 (in Russian).
 19. Validation of numerical simulation technology for cavitating flows / *D.V. Bagaev, S.V. Yegorov, M.P. Lobachev, A.A. Rudnichenko, A.E. Taranov* // Transactions of Krylov State Research Centre. 2017. Vol. 4(382). P. 46–56. DOI: 10.24937/2542-2324-2017-4-382-46-56 (in Russian).
 20. *Menter F.R.* Two equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. 1994, Vol. 32, No. 8. P. 1598–1605. DOI: 10.2514/3.12149.
 21. *Levkovsky Yu.L.* Effect of diffusion upon cavity noise radiation // *Akusticheskij Zhurnal* (Acoustic Journal). 1968. Vol. 14, No. 4. P. 561–565 (in Russian).
 22. *Levkovsky Yu.L., Ilyin V.P.* Viscosity and surface tension effect upon cavitation bubble closing // Journal of Engineering Physics & Thermophysics. 1968. Vol. 14, No. 5. P. 903–908 (in Russian).
 23. *Sauer J.* Instationaer kavitierende Stroemungen – Ein neues Modell, basierend auf Front Capturing VOF und Blasendynamik : Diss. ... dr der Ingenieurwissenschaften / *J. Sauer* ; Univ. Karlsruhe, Fak. für Maschinenbau. Karlsruhe, 2000. 162 p. DOI: 10.5445/IR/3122000.
 24. *Holtrup J., Mennen G.G.J.* An approximate power prediction method // International Shipbuilding Progress. 1982. Vol. 29, No. 335. P. 166–170.
-
- ### Сведения об авторах
- Лобачев Михаил Павлович*, к.т.н., начальник отдела математического моделирования ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д.44. Тел.: +7 (812) 415-45-99. E-mail: M_Lobachev@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0001-5669-9058>.
- Таранов Андрей Евгеньевич*, к.т.н., начальник отделения математического моделирования и суперкомпьютерных технологий ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 748-63-19. E-mail: AE_Taranov@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0002-1325-3838>.
- Сайфуллин Тимур Ильдарович*, начальник сектора ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. E-mail: T_Saifullin@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0002-9873-2562>.
- Малашин Алексей Николаевич*, начальник стенда ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 386-67-49. E-mail: malashinalexey@yandex.ru.
- Егоров Юрий Александрович*, начальник стенда ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. E-mail: yurjo@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0003-3790-2086>.
- ### About the authors
- Mikhail P. Lobachev*, Cand. Sci. (Eng), Head of Mathematical Simulation Department, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 415-45-99. E-mail: M_Lobachev@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0001-5669-9058>.
- Andrey Ye. Taranov*, Cand. Sci. (Eng), Head of Mathematical Simulation and Supercomputer Technologies Division, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 748-63-19. E-mail: AE_Taranov@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0002-1325-3838>.
- Timur I. Saifullin*, Head of Sector, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg,

Russia, post code 196158. E-mail: T_Saifullin@ksrc.ru.
<https://orcid.org/0000-0002-9873-2562>.

Alexey N. Malashin, Test Rig Manager, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 386-67-49. E-mail: malashinalexey@yandex.ru.

Yury A. Yegorov, Test Rig Manager, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. E-mail: yurjo@mail.ru.
<https://orcid.org/0000-0003-3790-2086>.

Поступила / Received: 24.10.22
Принята в печать / Accepted: 06.02.23
© Коллектив авторов, 2023

Рис. 2. График изменения давления от времени в центре парового пузырька и вблизи твердой стенки при начальном диаметре пузырька 0,5 мм и внешнем давлении 6 кПа

Fig. 2. Time history of pressure at bubble center and near solid wall: initial bubble diameter 0.5 mm, external pressure 6 kPa

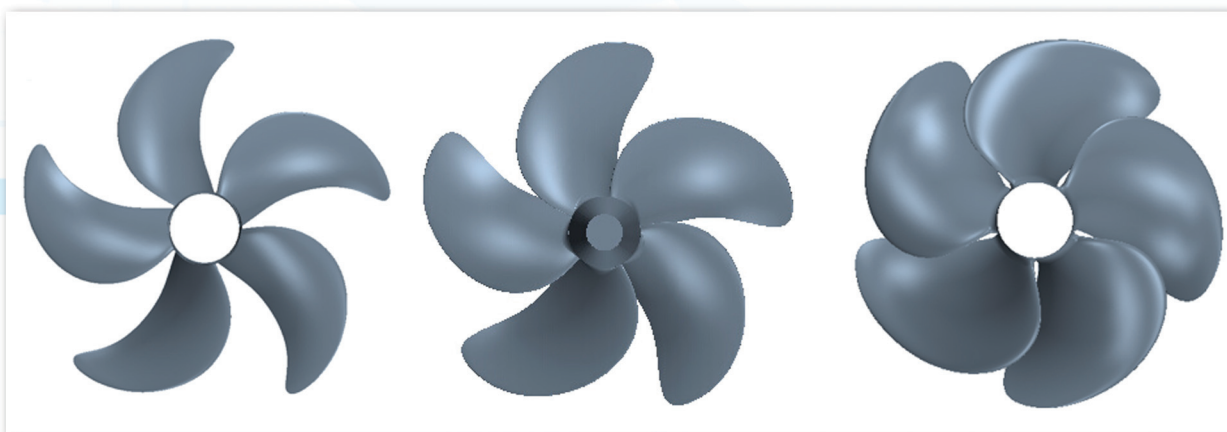
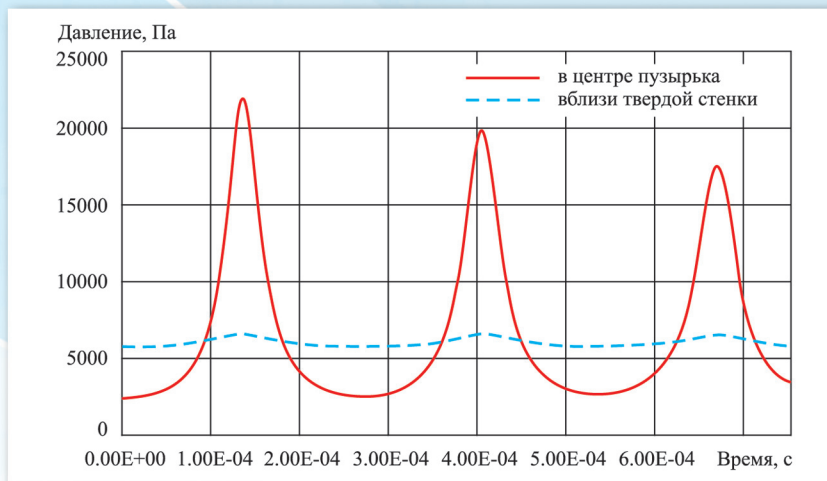


Рис. 3. Вид в плане исследованных моделей гребных винтов А, В и С (слева направо)

Fig. 3. Plan view of investigated propeller models A, B and C (left to right)

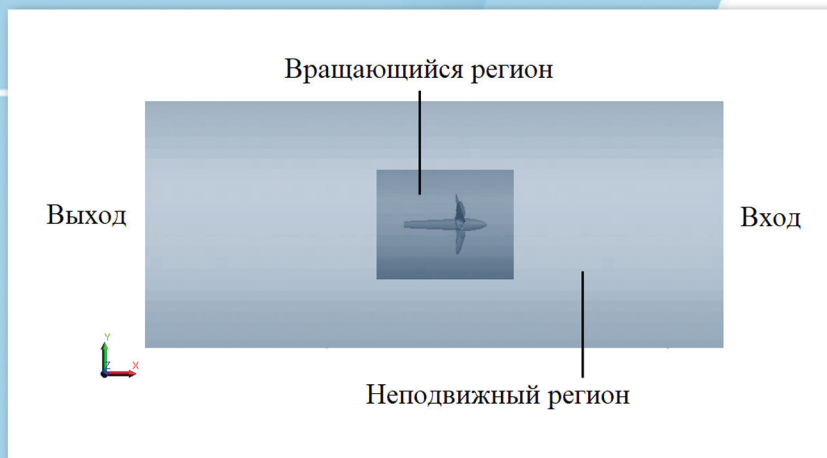
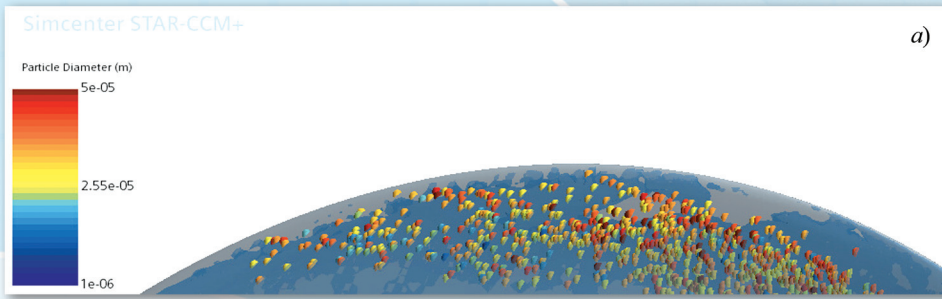
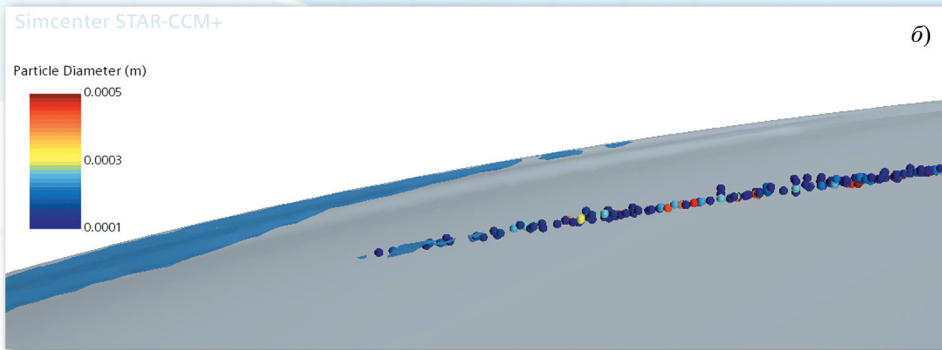


Рис. 4. Схема расчетной области

Fig. 4. Calculation domain



a)



b)

Рис. 5. Формирование пузырьков водяного пара на границе кавитационной каверны: а) пленочная кавитация; б) кавитация в концевом вихре

Fig. 5. Generation of cavitation bubbles at void boundaries: а) sheet cavitation; б) tip vortex cavitation

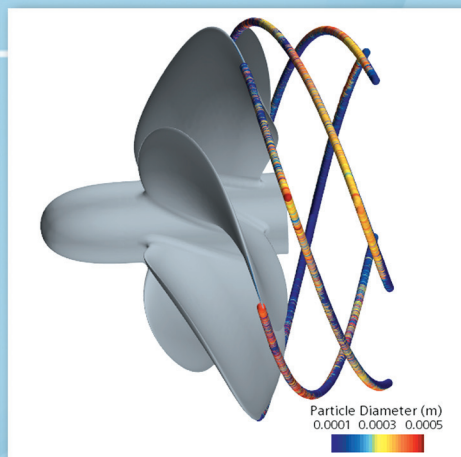
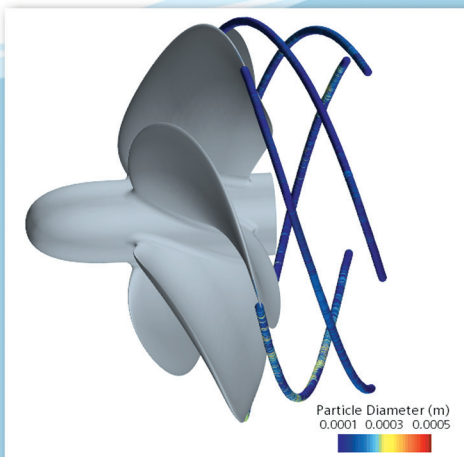
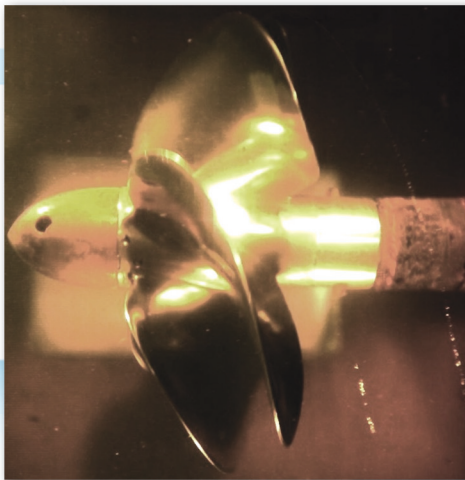


Рис. 6. Кавитация в концевых вихрях, поступь $J = 0,6$. Слева число кавитации – 12, справа – 10. Вверху – скоростная фотосъемка в кавитационной трубе, внизу – визуализация результатов численного моделирования (цветом показан диаметр пузырьков)

Fig. 6. Tip vortex cavitation, advance ratio $J = 0.6$. Left: cavitation number $n = 12$; right: $n = 10$. Top: high-speed photography in the cavitation tunnel; bottom: visualization of numerical simulation results (bubble diameter is shown by colour)