

УДК 629.5.083.5+537.312.9+629.5.023  
EDN: FBZNWT

А.А. Воробьева, А.П. Аносов  
ФГАОУ ВО «Дальневосточный федеральный университет», Владивосток, Россия

## РАСЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ИЗГИБА КОРПУСА СУДНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАДУВНЫХ ЭЛАСТИЧНЫХ ОБОЛОЧЕК

**Объект и цель научной работы.** Объект работы – компенсация остаточных ремонтных напряжений в корпусе судна. Цель – определить наиболее правдоподобное представление силовых параметров изгиба корпуса судна с помощью полиномиальной и тригонометрической аппроксимации.

**Материалы и методы.** Используются различные методы алгебраических вычислений. Тестово рассчитаны два случая расположения эпюры изгибающего момента с максимальным значением: симметрично и несимметрично относительно длины килевой дорожки.

**Основные результаты.** Предложен новый способ компенсации остаточных напряжений, формирующихся в процессе ремонта, посредством предварительного изгиба корпуса с помощью надувных эластичных оболочек (НЭО). Приведены описание и теоретическое обоснование способа регулирования изгиба корпуса при его постановке в док с целью создания начальных напряжений, которые компенсируют сварочные напряжения, возникающие при ремонте корпуса (включая замену обшивки набора, удаление и вварку отдельных узлов). Представлен анализ рассмотренных вариантов аппроксимации закона изменения внутренних силовых факторов по длине корпуса, действующих при изгибе корпуса судна в доке с использованием НЭО для применения на практике.

**Заключение.** Предлагаемый способ существенно упрощает процедуру предварительных расчетов постановки судна в сухой или плавучий док, а также обеспечивает многократное изменение изгиба корпуса, его корректировку и даже изменение изгиба на противоположный без вывода судна из дока.

**Ключевые слова:** надувные эластичные оболочки, остаточные напряжения, сварка, ремонт, изгиб корпуса судна, компенсирование.

*Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.*

UDC 629.5.083.5+537.312.9+629.5.023  
EDN: FBZNWT

A.A. Vorobyova, A.P. Anosov  
Far-Eastern Federal University, Vladivostok, Russia

## CALCULATION OF PRELIMINARY SHIP HULL BENDING USING INFLATABLE ELASTIC BAGS

**Object and purpose of research.** The purpose of the study is to define most accurately the forces inducing the ship hull bending using a polynomial and trigonometric approximation.

**Materials and methods.** Different methods of algebraic calculations are used. Two test cases of the maximum bending moment diagram are considered: with symmetric and non-symmetric distribution along the keel track.

**Main results.** A new method of compensating the residual stresses formed during repair works is suggested consisting in preliminary bending of the ship hull using inflatable elastic bags (IEB). Description and theoretical basis of the method to control the hull bending in docking are given when initial stresses are generated to compensate weld stresses arising during hull repair (fitting of hull plating, removal and welding of specific components). A set of considered approximations for the relationships governing internal forces along hull length during the ship hull bending in dock using IEB are analyzed for practical application.

*Для цитирования:* Воробьева А.А., Аносов А.П. Расчет предварительного изгиба корпуса судна с использованием надувных эластичных оболочек. Труды Крыловского государственного научного центра. 2026; 1(415): 64–77.

*For citations:* Vorobyova A.A., Anosov A.P. Calculation of preliminary ship hull bending using inflatable elastic bags. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2026; 1(415): 64–77 (in Russian).

**Conclusion.** The suggested approach considerably facilitates the procedure of preliminary calculations required for putting the ship in a dry-dock or a floating dock as well as enables multiple changes in the hull bending pattern including bending adjustment and even reversal without removing the ship from the dock.

**Keywords:** inflatable elastic bags, residual stresses, welding, repair, ship hull bending, compensation.

*The authors declare no conflicts of interest.*

## Введение

### Introduction

При ремонте судна проводятся различные мероприятия по снятию сварочных напряжений: простукивание, термообработка, низкочастотная виброобработка и т.д. Однако все они имеют местный характер и ограниченную зону влияния, что увеличивает время нахождения заказа на предприятии, а также повышает риск накопления напряжений в удаленных районах конструкции.

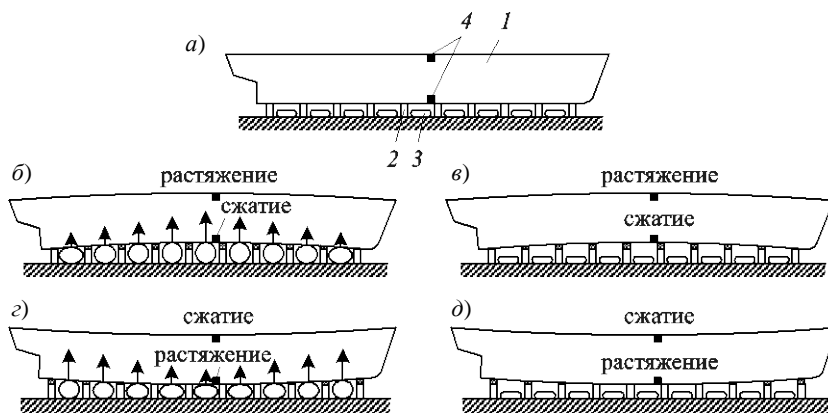
Предлагаемый способ исключает эти недостатки, т.к. ремонтируемый корпус рассматривается в целом. Принцип регулирования изгиба корпуса на стапеле с использованием НЭО иллюстрируется на рис. 1 и в [1, 2].

Способ изменения начальных напряжений в корпусе судна при постановке его в док реализуется в следующей последовательности. Прежде всего оценивается уровень ремонтных остаточных напряжений, которые возникнут с необходимостью их компенсации начальным изгибом корпуса. Их величина зависит от объема и вида ремонта и определяется в каждом случае с использованием известных методов расчета, например [3].

Рассчитывается давление в НЭО, располагаемых под корпусом по длине судна, которое с учетом весо-

вой нагрузки судна и изгибной жесткости его корпуса обеспечит заданный изгиб. Необходимым атрибутом предложенного способа является установка на корпус судна одного или нескольких датчиков для измерения напряжений (деформаций) в контролируемом районе корпуса. Возможно использование геодезических приборов для измерения общего изгиба корпуса, однако в этом случае контроль напряженного состояния корпуса осуществляется не непосредственно, а пересчетом от изогнутой оси (прогибов). При этом неизбежно снизится точность и возрастет трудоемкость процесса контроля напряжений.

После этого судно ставят в док на килевую дорожку с прямолинейной опорной поверхностью, состоящей из доковых опор регулируемой высоты (рис. 1а). По датчикам напряжений делают нулевой (базовый) отсчет. Между доковыми опорами на основание дока укладывают НЭО, в которые нагнетается воздух под рассчитанным ранее давлением. При этом с помощью датчиков контролируется уровень напряжений в корпусе судна. При достижении необходимого уровня начальных напряжений изменяют высоту регулируемых доковых опор до касания их опорных поверхностей днища судна, фиксируя тем самым заданный изгиб корпуса (рис. 1б, в). Снижая давление в НЭО, устанавливают корпус судна на доковые опоры (рис. 1в, д).



**Fig. 1.** Control of initial stresses in the ship hull under dock repair: a) ship on level dock track; b), d) required ship bending with inflatable elastic bags (IEB) and adjustments of dock support heights; c, e) ship removed from IEB onto dock supports; 1 – ship hull; 2 – adjustable dock supports; 3 – IEB; 4 – strain gauges

**Рис. 1.** Регулирование начальных напряжений в корпусе судна при доковом ремонте: а) постановка судна на ровную килевую дорожку; б), в) создание необходимого изгиба судна с помощью надувных эластичных оболочек (НЭО) и соответствующее изменение высоты доковых опор; в), д) перестановка судна с НЭО на доковые опоры; 1 – корпус судна; 2 – доковые опоры регулируемой высоты; 3 – НЭО; 4 – датчики напряжений

По датчикам напряжений проверяют соответствие фактической величины напряжений в контролируемом районе корпуса судна их заданной величине. Если за счет неточностей в оценке деформации доковых опор появится недопустимое различие между фактическим и заданным уровнями напряжений, то с использованием НЭО путем их повторного заполнения сжатым воздухом корректируются изгиб корпуса судна и высота доковых опор и, тем самым, величина начальных напряжений.

При необходимости кардинального изменения изгиба корпуса судна (например, от прогиба к перегибу) рассчитывается новая комбинация давлений в НЭО, которая обеспечит заданный его изгиб, обусловленный другим необходимым уровнем начальных напряжений, и повторяется описанная процедура. Подобную операцию можно повторять многократно по мере надобности, не прибегая к выводу судна из дока, т.к. в данном случае доковые опоры регулируются, когда судно, находясь в доке, поддерживается НЭО.

Предложенный способ предварительного изгиба корпуса для компенсации ремонтных напряжений имеет следующие преимущества:

1. за счет того, что при изгибе корпуса с помощью НЭО одновременно нагружается и деформируется основание сухого дока или корпус плавучего дока, и при перестановке судна с НЭО на доковые опоры деформации и того, и другого доков не меняются, исключено влияние на задаваемую кривизну корпуса судна жесткости основания сухого дока или изгибной жесткости плавучего дока и действующих на него сил поддержания;
2. установка датчиков напряжений (деформаций) обеспечивает контролируемое и управляемое задание необходимой кривизны корпуса судна при постановке в док;
3. поскольку нет необходимости учитывать жесткость основания сухого дока или изгибную жесткость и силы поддержания плавучего дока, упрощается процедура предварительного расчета постановки судна в док;
4. возможность многократного поднятия судна над доковыми опорами с помощью НЭО и, тем самым, обеспечение регулировки высоты доковых опор без вывода судна из дока дает возможность корректировки или кардинального изменения изгиба корпуса судна в процессе одной постановки в док.

Описываемый способ признан изобретением, что подтверждается соответствующим патентом [1].

## Расчет предварительного изгиба корпуса судна с использованием надувных эластичных оболочек с представлением силовых параметров изгиба тригонометрическими функциями

Calculation of ship hull preliminary bending using inflatable elastic bags with representation of forces by trigonometric functions

Ниже приведены результаты исследования, опубликованные в [2], с некоторыми уточнениями. Расчет усилий, которые необходимо приложить к корпусу судна, стоящего в доке, для воспроизведения необходимых из технологических соображений начальных напряжений выполняется следующим образом.

Приближенные зависимости для определения изгибающего момента, перерезывающей силы и интенсивности распределенной нагрузки на корпус судна с учетом дифференциальных зависимостей между ним представлены с помощью тригонометрических функций в виде:

$$M_0(x) = \frac{M_{\max}}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{L_p} \right); \quad (1)$$

$$N_0(x) = \frac{dM(x)}{dx} = \frac{\pi M_{\max}}{L_p} \sin \frac{2\pi x}{L_p}; \quad (2)$$

$$q_0(x) = \frac{dN(x)}{dx} = \frac{2\pi^2 M_{\max}}{L_p^2} \cos \frac{2\pi x}{L_p}, \quad (3)$$

где  $M_{\max}(x)$  – максимальный изгибающий момент;  $L_p$  – расчетная длина судна (при постановке в док – длины килевой дорожки).

Записанные формулы предполагают осевую или центральную симметрию относительно середины длины килевой дорожки эпор  $M_0(x)$ ,  $N_0(x)$  и  $q_0(x)$ .

При постановке судна в док в корму и в нос от крайних доковых опор килевой дорожки образуются свесы, имеющие веса соответственно  $P_k$  и  $P_n$ , и центры приложения этих сил, отстоящие от крайних клеток на расстояния  $a_k$  и  $a_n$  соответственно (рис. 2а). Важность учета свесов оконечностей показана в работах [3, 4].

Распределенная нагрузка на корпус (рис. 2а, б):

$$q_0(x) = v(x) + p(x), \quad (4)$$

где  $v(x)$  – закон изменения весовой нагрузки по длине судна;  $p(x)$  – закон изменения сил поддержа-

ния по длине судна, которые при постановке его в док являются распределенной реакцией килевой дорожки.

Расчетная схема для корпуса судна как балки показана на рис. 2б. Система сил, приложенных к корпусу, должна быть взаимно уравновешенной, для чего для плоской системы сил при отсутствии продольных усилий должны выполняться два условия равновесия. Принимая начало координат на кормовой доковой опоре, запишем:

$$\sum \bar{z}_i = \int_0^{L_p} q(x) dx + p_k + p_n = 0; \quad (5)$$

$$\sum m_{0i} = \int_0^{L_p} xq(x) dx + p_n L_p + M_n - M_k = 0. \quad (6)$$

Здесь

$$q(x) = nq_0(x) + \Delta q(x), \quad (7)$$

где  $n$  и  $\Delta q(x)$  – поправки к  $q_0(x)$ , которые обеспечивают выполнение условий равновесия.

Поправку  $\Delta q(x)$  примем в виде  $\Delta q(x) = ax + b$ , тогда:

$$q_{\text{испр}}(x) = \frac{2\pi^2 M_{\text{max}}}{L_p^2} n \cos\left(\frac{2\pi x}{L_p} + \varphi\right) + ax + b, \quad (8)$$

где  $\varphi = \pm \frac{2\pi \Delta_{\text{max}}}{L_p}$  – задаваемый параметр, определяемый величиной  $\Delta_{\text{max}}$  – смещения положения максимума изгибающего момента от середины длины килевой дорожки.

Подставляя  $q_{\text{испр}}(x)$  в уравнения равновесия, после интегрирования и алгебраических преобразований получим систему линейных алгебраических уравнений относительно постоянных  $a$  и  $b$ :

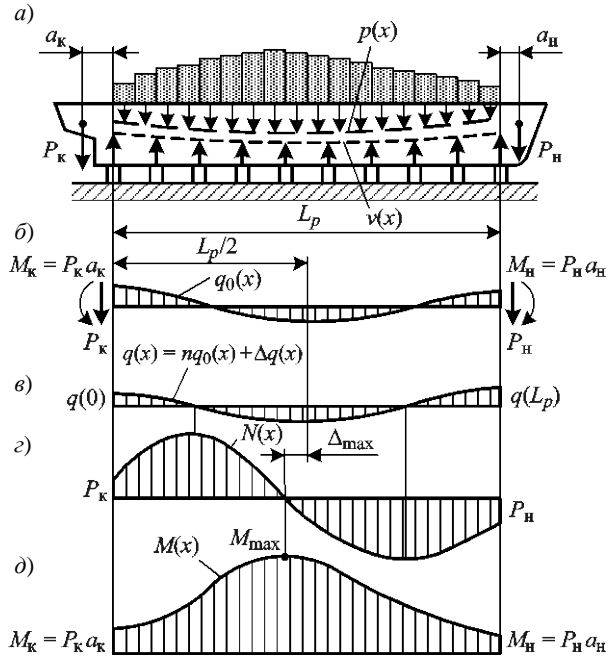
Подставляя  $q_{\text{испр}}(x)$  в уравнения равновесия, после интегрирования и алгебраических преобразований получим систему линейных алгебраических уравнений относительно постоянных  $a$  и  $b$ :

$$a \frac{L_p^2}{2} + bL_p + P_k + P_n = 0; \quad (9)$$

$$a \frac{L_p^3}{3} + b \frac{L_p^2}{2} + P_n L_p + M_n - M_k = 0. \quad (10)$$

Решая эту систему уравнений с учетом того, что  $M_n = P_n a_n$  и  $M_k = P_k a_k$ , после алгебраических преобразований получим:

$$a = 6 \frac{P_k \left(1 + 2 \frac{a_k}{L_p}\right) - P_n \left(1 + 2 \frac{a_n}{L_p}\right)}{L_p^2} = 6 \frac{P_1}{L_p^2}, \quad (11)$$



**Рис. 2.** Внешние и внутренние усилия, действующие на корпус судна в доке: а) расчетная схема; б) усилия, действующие на корпус; в) результирующая распределенная нагрузка; г) эпюра перерезывающих сил; д) эпюра изгибающих моментов

**Fig. 2.** External and internal forces on ship hull in dock: а) calculation diagram; б) forces on hull; в) resulting distributed load; д) shear force distribution; е) bending moment distribution

где

$$P_1 = P_k \left(1 + 2 \frac{a_k}{L_p}\right) - P_n \left(1 + 2 \frac{a_n}{L_p}\right); \quad (11a)$$

$$b = 2 \frac{P_n \left(1 + 3 \frac{a_n}{L_p}\right) - P_k \left(2 + 3 \frac{a_k}{L_p}\right)}{L_p} = 2 \frac{P_2}{L_p}, \quad (12)$$

где

$$P_2 = P_n \left(1 + 3 \frac{a_n}{L_p}\right) - P_k \left(2 + 3 \frac{a_k}{L_p}\right). \quad (12a)$$

После подстановки (11) и (12) выражение (8) примет вид:

$$q_{\text{испр}}(x) = \frac{2\pi^2 M_{\text{max}}}{L_p^2} n \cos\left(\frac{2\pi x}{L_p} + \varphi\right) 6 \frac{P_1}{L_p^2} x + 2 \frac{P_2}{L_p}. \quad (13)$$

Эпюра  $q_{\text{испр}}(x)$  приведена на рис. 2в.

Заметим, что в уравнение (13) входит неизвестный коэффициент  $n$ , для определения которого необходимы дополнительные граничные условия, которые можно задать для уравнения изгибающих моментов.

Кроме того, для контроля прочности предварительно напряженного корпуса при проведении ремонтных работ необходимо знать величины действующих в его сечениях перерезывающих сил  $N_{испр}(x)$  и изгибающих моментов  $M_{испр}(x)$ . Интегрируя дважды выражение (13), получим:

$$N_{испр}(x) = \frac{\pi M_{\max}}{L_p} n \sin\left(\frac{2\pi x}{L_p} + \varphi\right) 3 \frac{P_1}{L_p^2} x^2 + 2 \frac{P_2}{L_p} x + k_1; \quad (14)$$

$$M_{испр}(x) = \frac{M_{\max}}{2} n \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L_p} + \varphi\right) \right] + \frac{P_1}{L_p^2} x^3 + \frac{P_2}{L_p} x^2 + k_1 x + k_2. \quad (15)$$

Постоянные интегрирования определяются граничными условиями, которые при принятом начале координат на кормовой доковой опоре имеют вид:

$$\begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow M_{испр}(0) = P_k a_k; \\ x = L_p &\Rightarrow M_{испр}(L_p) = P_n a_n; \\ x = L_p + \Delta_{\max} &\Rightarrow M_{испр} = M_{\max}. \end{aligned}$$

Последовательно подставляя граничные условия в уравнение (15) и имея в виду (см. выше), что  $x = L_p + \Delta_{\max} = \frac{L_p}{2} \left(1 - \frac{\varphi}{\pi}\right)$ , получим систему линейных алгебраических уравнений относительно искомых постоянных.

$$\frac{M_{\max}}{2} n \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi \cdot 0}{L_p} + \varphi\right) \right] + \frac{P_1}{L_p^2} \cdot 0^3 + \frac{P_2}{L_p} \cdot 0^2 + k_1 \cdot 0 + k_2 = P_k a_k; \quad (16)$$

$$\frac{M_{\max}}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi \cdot L_p}{L_p} + \varphi\right) \right] + \frac{P_1}{L_p^2} \cdot L_p^3 + \frac{P_2}{L_p} \cdot L_p^2 + k_1 \cdot L_p + k_2 = P_n a_n; \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &\frac{M_{\max}}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi \cdot L_p}{L_p} \left(1 - \frac{\varphi}{\pi}\right) + \varphi\right) \right] + \\ &+ \frac{P_1}{L_p^2} \left(\frac{L_p}{2} - \Delta_{\max}\right)^3 + \frac{P_2}{L_p} \left(\frac{L_p}{2} - \Delta_{\max}\right)^2 + \\ &+ k_1 \left(\frac{L_p}{2} - \Delta_{\max}\right) + k_2 = M_{\max}. \end{aligned} \quad (18)$$

Или

$$\frac{M_{\max}}{2} n(1 - \cos \varphi) + k_2 = P_k a_k; \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &\frac{M_{\max}}{2} n(1 - \cos \varphi) + P_1 \cdot L_p + P_2 \cdot L_p + \\ &+ k_1 \cdot L_p + k_2 = P_n a_n; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &\frac{M_{\max}}{2} n(1 - \cos \pi) + \frac{P_1}{L_p^2} \left(\frac{L_p}{2} - \Delta_{\max}\right)^3 + \\ &+ \frac{P_2}{L_p} \left(\frac{L_p}{2} - \Delta_{\max}\right)^2 + k_1 \left(\frac{L_p}{2} - \Delta_{\max}\right) + k_2 = M_{\max}. \end{aligned} \quad (21)$$

Решая систему уравнений, получим неизвестные коэффициенты:

$$k_1 = P_n \frac{a_n}{L_p} - P_k \frac{a_k}{L_p} - P_1 - P_2; \quad (22)$$

$$\begin{aligned} k_2 = P_k a_k - \frac{(1 - \cos \varphi)}{(1 + \cos \varphi)} \cdot \left[ M_{\max} - P_k a_k - \right. \\ \left. - \frac{P_1}{L_p^2} \left(\frac{L_p}{2} - \Delta_{\max}\right)^3 - \frac{P_2}{L_p} \left(\frac{L_p}{2} - \Delta_{\max}\right)^2 - \right. \\ \left. - \left( P_n \frac{A_n}{L_p} - P_k \frac{A_k}{L_p} - P_1 - P_2 \right) \left( \frac{L_p}{2} - \Delta_{\max} \right) \right]; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} n = \frac{2}{M_{\max} (1 + \cos \varphi)} \left[ M_{\max} - P_k a_k - \right. \\ \left. - \frac{P_1}{L_p^2} \left(\frac{L_p}{2} - \Delta_{\max}\right)^3 - \frac{P_2}{L_p} \left(\frac{L_p}{2} - \Delta_{\max}\right)^2 - \right. \\ \left. - \left( P_n \frac{A_n}{L_p} - P_k \frac{A_k}{L_p} - P_1 - P_2 \right) \left( \frac{L_p}{2} - \Delta_{\max} \right) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Характер эпюр  $N_{испр}(x)$  и  $M_{испр}(x)$  приведен на рис. 2з, д. Далее представлен анализ полученных результатов, основанный на тестовых расчетах.

## Расчет предварительного изгиба корпуса судна с использованием надувных эластичных оболочек с представлением силовых параметров изгиба полиномами

Calculation of ship hull preliminary bending using inflatable elastic bags with representation of forces by polynomials

Возможна ситуация, когда требуемая по условиям ремонта эпюра изгибающего момента должна существенно отличаться по форме от косинусоиды.

Кроме того, как показано ранее, при несимметричной относительно середины килевой дорожки эпюре изгибающих моментов в случае использования тригонометрической аппроксимации некорректно представлена эпюра изгибающего момента возле одной из оконечностей, а также перерезывающая сила в районе крайних клеток килевой дорожки – не выполняются дифференциальные зависимости между силовыми параметрами изгиба.

В этом случае следует воспользоваться представлением силовых факторов, действующих в корпусе судна  $M(x)$ ,  $N(x)$  и  $q(x)$  в виде полиномов. Предварительные расчеты по аппроксимации реальных эпюр изгибающих моментов показали, что все три силовых фактора в пределах длины килевой дорожки достаточно точно качественно и количественно аппроксимируются фрагментами графиков, представляющих полиномы соответственно шестой, пятой и четвертой степеней, т.е.

$$M_0(x) = gx^6 + fx^5 + ex^4 + dx^3 + cx^2 + bx + a; \quad (25)$$

$$N_0(x) = \frac{dM(x)}{dx} = 6gx^5 + 5fx^4 + 4ex^3 + 3dx^2 + 2cx + b; \quad (26)$$

$$q_0(x) = \frac{dN(x)}{dx} = 30gx^4 + 20fx^3 + 12ex^2 + 6dx + 2c. \quad (27)$$

При таком подходе, исходя из требуемого условиями ремонта предварительного напряженного состояния корпуса судна в доке, задается эпюра изгибающих моментов  $M(x)$ , которая представляется дискретными точками. Затем с использованием стандартной программы выполняется ее аппроксимация полиномом (25), т.е. рассчитываются входящие в него коэффициенты. Далее двойным дифференцированием определяются  $N(x)$  в виде (26) и  $q(x)$  в виде (27).

При этом с учетом кормового и носового свесов должны выполняться условия равновесия, приведенные ранее в формулах (5) и (6):

$$\sum \bar{z}_i = \int_0^{L_p} q_{испр}(x) dx + P_k + P_n; \quad (28)$$

$$\sum m_{0i} = \int_0^{L_p} xq_{испр}(x) dx + P_n L_p + M_n - M_k = 0. \quad (29)$$

Распределенную нагрузку с учетом введения поправок примем в виде:

$$q_{испр}(x) = nq_0(x) + \Delta q(x), \quad (30)$$

где  $n$  – коэффициент, а  $\Delta q(x) = d_1 x + c_1$ .

Тогда уравновешенная (исправленная) распределенная нагрузка запишется в виде:

$$q_{испр}(x) = n(30gx^4 + 20fx^3 + 12ex^2 + 6dx + 2c) + d_1 x + c_1. \quad (31)$$

Подставляя  $q_{испр}(x)$  в уравнения равновесия, получим:

$$\int_0^{L_p} [n(30gx^4 + 20fx^3 + 12ex^2 + 6dx + 2c) + d_1 x + c_1] dx + P_k + P_n = 0; \quad (32)$$

$$\int_0^{L_p} x[n(30gx^4 + 20fx^3 + 12ex^2 + 6dx + 2c) + d_1 x + c_1] dx + P_n L_p + M_n - M_k = 0. \quad (33)$$

Или после интегрирования и алгебраических преобразований:

$$d_1 \frac{L_p^2}{2} + c_1 L_p = -n[6gL_p^5 + 5fL_p^4 + 4eL_p^3 + 3dL_p^2 + 2cL_p] - P_k - P_n; \quad (34)$$

$$d_1 \frac{L_p^2}{3} + c_1 \frac{L_p}{2} = -n[5gL_p^5 + 4fL_p^4 + 3eL_p^3 + 2dL_p^2 + cL_p] - P_n - P_n \frac{a_n}{L_p} + P_k \frac{a_k}{L_p}. \quad (35)$$

Решая систему линейных алгебраических уравнений (34) и (35), определим коэффициенты  $c_1$  и  $d_1$ .

$$c_1 = \frac{2}{L_p} \cdot \left[ n \left( 3gL_p^5 + 2fL_p^4 + eL_p^3 - cL_p \right) - P_k \left( 2 + 3 \frac{a_k}{L_p} \right) + P_n \left( 1 + 3 \frac{a_n}{L_p} \right) \right]; \quad (36)$$

$$d_1 = -\frac{6}{L_p^2} \cdot \left[ n \left( 4gL_p^5 + 3fL_p^4 + 2eL_p^3 + dL_p^2 \right) - P_k \left( 1 + 2\frac{a_k}{L_p} \right) + P_n \left( 1 + 2\frac{a_n}{L_p} \right) \right]. \quad (37)$$

Если в последних выражениях обозначить

$$F_1 = 3gL_p^5 + 2fL_p^4 + eL_p^3 - cL_p; \quad (38)$$

$$F_2 = 4gL_p^5 + 3fL_p^4 + 2eL_p^3 + dL_p^2; \quad (39)$$

$$P_1 = P_n \left( 1 + 3\frac{a_n}{L_p} \right) - P_k \left( 2 + 3\frac{a_k}{L_p} \right); \quad (40)$$

$$P_2 = P_n \left( 1 + 2\frac{a_n}{L_p} \right) - P_k \left( 1 + 2\frac{a_k}{L_p} \right). \quad (41)$$

С учетом (35)–(40) зависимости (35) и (36) примут вид:

$$c_1 = n \frac{2F_1}{L_p} + \frac{2P_1}{L_p}; \quad (42)$$

$$d_1 = -n \frac{6F_2}{L_p^2} - \frac{6P_2}{L_p^2}. \quad (43)$$

Интегрируя выражение исправленной распределенной нагрузки  $q_{испр}(x)$  по длине (31), получим выражение для исправленной перерезывающей силы:

$$N_{испр}(x) = n(6gx^5 + 5fx^4 + 4ex^3 + 3dx^2 + 2cx) + d_1 \frac{x^2}{2} + c_1x + k_1. \quad (44)$$

Интегрируя  $N_{испр}(x)$  по длине, получим выражение для исправленного изгибающего момента

$$M_{испр}(x) = n(gx^6 + fx^5 + ex^4 + dx^3 + cx^2) + d_1 \frac{x^3}{6} + c_1 \frac{x^2}{2} + k_1x + k_2. \quad (45)$$

Коэффициенты  $k_1$ ,  $k_2$  и  $n$  определяются граничными условиями:

- 1) при  $x = 0$   $M_{испр}(0) = P_k a_k$ ;
- 2) при  $x = L_p$   $M_{испр}(L_p) = P_n a_n$ ;
- 3) при  $x = \alpha L_p$   $M(\alpha L_p) = M_{испр}^{\max}(x)$ ,

где  $P_k$  и  $P_n$  – веса кормового и носового свесов соответственно;  $a_k$  и  $a_n$  – отстояния их центров тяжести от кормовой и носовой доковых клеток соот-

ветственно;  $\alpha = x^{\max}/L_p$  и  $x^{\max}$  – положение по длине корпуса сечения, в котором действует максимальный изгибающий момент (если  $M_{испр}^{\max}(x)$  действует на середине  $L_p$ , то  $a = 0,5$ ).

Последовательно подставляя граничные условия в уравнение (45), определим постоянные интегрирования:

$$1) k_2 = P_k a_k; \quad (46)$$

$$2) P_n a_n = n(gL_p^6 + fL_p^5 + eL_p^4 + dL_p^3 + cL_p^2) + d_1 \frac{L_p^3}{6} + c_1 \frac{L_p^2}{2} + k_1 L_p + k_2; \quad (47)$$

с учетом (42), (43) и (46) после преобразований получим:

$$n(gL_p^5 + fL_p^4 + eL_p^3 + dL_p^2 + cL_p) - nF_2 + nF_1 - P_2 + P_1 + k_1 + P_k \frac{a_k}{L_p} - P_n \frac{a_n}{L_p} = 0; \quad (48)$$

3) с учетом (42), (43) и (46) запишем

$$M = n[g(\alpha L_p)^6 + f(\alpha L_p)^5 + e(\alpha L_p)^4 + d(\alpha L_p)^3 + c(\alpha L_p)^2] - n \frac{6F_2}{L_p^2} \cdot \frac{(\alpha L_p)^3}{6} - \frac{6P_2}{L_p^2} \cdot \frac{(\alpha L_p)^3}{6} + n \frac{2F_1}{L_p} \cdot \frac{(\alpha L_p)^2}{2} - \frac{2P_1}{L_p} \cdot \frac{(\alpha L_p)^2}{2} + k_1(\alpha L_p) + P_k a_k. \quad (49)$$

Выражения (48) и (49) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $n$  и  $k_1$ . Умножая (48) на  $a$  и вычитая (49), получим:

$$n = \frac{\left[ P_2(\alpha - \alpha^3) - P_1(\alpha - \alpha^2) - P_k \frac{a_k}{L_p}(\alpha - 1) + P_n \frac{a_n}{L_p} \alpha - \frac{M_{\max}}{L_p} \right]}{G}, \quad (50)$$

где  $G = (\alpha - \alpha^6)gL_p^5 + (\alpha - \alpha^5)fL_p^4 + (\alpha - \alpha^4)eL_p^3 + (\alpha - \alpha^3)dL_p^2 + (\alpha - \alpha^2)cL_p - F_2(\alpha - \alpha^3) + F_1(\alpha - \alpha^2)$ .

Из выражения (48) при известном  $n$  получим:

$$k_1 = -n(gL_p^5 + fL_p^4 + eL_p^3 + dL_p^2 + cL_p - F_2 + F_1) + P_2 - P_1 - P_k \frac{a_k}{L_p} + P_n \frac{a_n}{L_p}. \quad (51)$$

Далее приведен анализ результатов, который основан на тестовых расчетах, в сравнении с аналогичными результатами, полученными при тригонометрической интерпретации рассматриваемых силовых факторов.

### Анализ рассмотренных вариантов аппроксимации силовых факторов, действующих при изгибе корпуса судна в доке с использованием наддувных эластичных оболочек

Analysis of a considered set of approximations for the forces acting on the ship hull under bending in dock using inflatable elastic bags

Предложенные процедуры расчета распределенной нагрузки для создания необходимых начальных напряжений в корпусе, а также эпюры возникающих при этом перерезывающих сил и изгибающих моментов протестированы на примере конкретного судна.

#### Тригонометрическая интерпретация

В док поставлено судно на килевую дорожку длиной 100 м. Момент сопротивления палубы  $W_{\text{пал}} = 20\,700 \text{ см}^3$ .

Рассмотрен перегиб корпуса, т.е. растянута палуба. Величина начальных компенсирующих напряжений принята  $1000 \text{ кг/см}^2 = 98 \text{ МПа}$ . При этом максимальный изгибающий момент в районе цилиндрической вставки, равный произведению начальных напряжений на момент сопротивления, составляет  $M_0 = 20\,700 \text{ Тм}$  (203 МНм).

В случае 1 численно задана симметричная относительно середины длины килевой дорожки гипотетическая эпюра изгибающего момента с указанным максимальным значением. В случае 2 численно задана несимметричная относительно середины длины килевой дорожки эпюра изгибающего момента с тем же максимальным значением.

**Случай 1.** Веса и положения центров тяжести кормового и носового свесов соответственно  $P_k = P_n = 500 \text{ т}$ ,  $a_k = a_n = 2 \text{ м}$ . Смещение точки максимума изгибающего момента относительно середины длины килевой дорожки  $\Delta_{\text{max}} = 0$  ( $\varphi = 0$ ).

По формулам (11a) и (12a) вычислены параметры:  $P_1 = 0$ ;  $P_2 = 1000$ , а по формулам (22)–(24) – постоянные интегрирования:  $k_1 = 500$ ,  $k_2 = 1000$  и  $n = 0,34782608695$ .

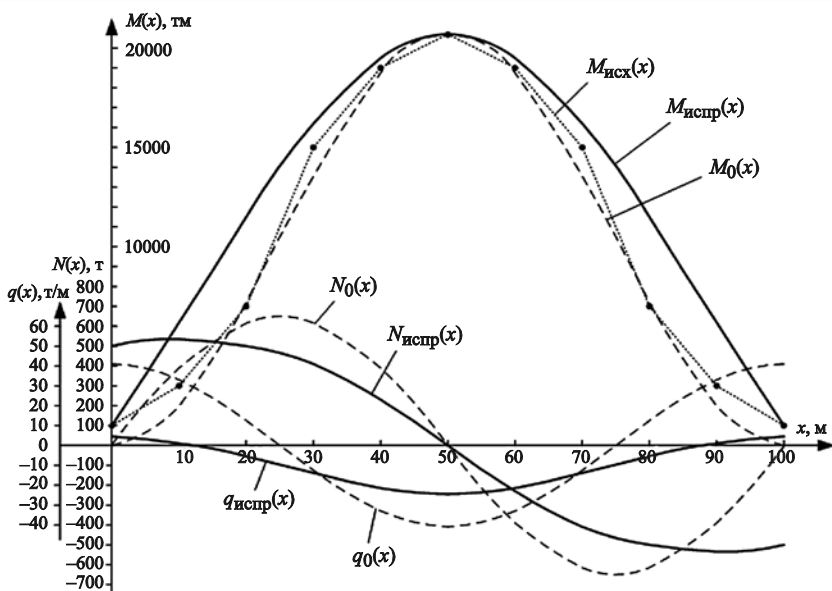
Здесь и в дальнейшем следует иметь в виду, что численные значения всех исходных и промежуточных параметров для обеспечения нужной точности необходимо принимать с большим количеством значащих цифр, т.к. искомые величины представляют собой «малые разности больших величин».

Результаты расчета значений распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна в пределах килевой дорожки приведены в табл. 1, а их графическая интерпретация – на рис. 3. В таблице и на графиках  $M_{\text{исх}}(x)$  – заданные исходные значения изгибающего момента;  $M_0(x)$ ,  $N_0(x)$  и  $q_0(x)$  – значения изгибающего момента, перерезывающей силы и распределенной нагрузки по приведенным в начале статьи формулам (1)–(3);  $M_{\text{испр}}(x)$  – значения изгибающего момента с учетом поправок по формуле (15);

**Таблица 1.** Значения распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна в пределах килевой дорожки при симметричной относительно ее середины эпюре изгибающих моментов

**Table 1.** Distributed loads, shear forces and bending moments along the ship hull within the dock track at symmetrical distribution of bending moments with respect to the track middle

$x/L_p$		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$M(x)$ , ТМ	$M_{\text{исх}}(x)$	1000	3000	7000	15 000	19 000	20 700	19 000	15 000	7000	3000	1000
	$M_0(x)$	0	1977	7152	13 548	18 723	20 700	18 723	13 548	7152	1977	0
	$M_{\text{испр}}(x)$	<b>1000</b>	<b>6188</b>	<b>11 488</b>	<b>16 205</b>	<b>19 502</b>	<b>20 700</b>	<b>19 502</b>	<b>16 205</b>	<b>11 488</b>	<b>6188</b>	<b>1000</b>
$N(x)$ , Т	$N_0(x)$	0	382	618	618	382	0	-382	-618	-618	-382	0
	$N_{\text{испр}}(x)$	<b>500</b>	<b>533</b>	<b>498</b>	<b>415</b>	<b>233</b>	<b>0</b>	<b>-233</b>	<b>-415</b>	<b>-498</b>	<b>-533</b>	<b>-500</b>
$q(x)$ , Т/М	$q_0(x)$	40,9	33,1	12,6	-12,6	-33,1	-40,9	-33,1	-12,6	12,6	33,1	40,9
	$q_{\text{испр}}(x)$	<b>4,21</b>	<b>1,50</b>	<b>-5,61</b>	<b>-14,4</b>	<b>-21,5</b>	<b>-24,2</b>	<b>-21,5</b>	<b>-14,4</b>	<b>-5,61</b>	<b>1,50</b>	<b>4,21</b>



**Рис. 3.** Результаты расчета значений распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна при симметричной относительно середины длины килевой дорожки эпюре изгибающих моментов

**Fig. 3.** Calculations of the distributed loads, shear forces and bending moments along the ship hull at symmetrical distribution of bending moments with respect to the middle point of dock track

$N_{испр}(x)$  – значения перерезывающей силы с учетом поправок по формуле (14);  $q_{испр}(x)$  – значения распределенной нагрузки с учетом поправок по формуле (13).

**Случай 2.** Веса и положения центров тяжести кормового и носового свесов соответственно  $P_k = 200$  т,  $a_k = 4$  м и  $P_n = 100$  т,  $a_n = 3$  м. Смещение точки максимума изгибающего момента относительно середины длины килевой дорожки  $\Delta_{max} = 10$  м в корму ( $\varphi = 0,628$  рад =  $36^\circ$ ).

По формулам (11a) и (12a) вычислены параметры:  $P_1 = 110$ ;  $P_2 = -315$ , а по формулам (22)–(24) – постоянные интегрирования  $k_1 = 200$ ,  $k_2 = -914,0801269$  и  $n = 0,867153629$ .

Результаты расчета значений распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна в пределах килевой дорожки приведены в табл. 2, а их графическая интерпретация – на рис. 4.

Анализ полученных результатов при представлении силовых параметров предварительного изгиба корпуса тригонометрическими функциями позволяет сделать следующие выводы:

- 1) При симметричном относительно середины длины килевой дорожки нагружении корпуса (рис. 4; табл. 2) приблизительно на половине его длины расчетная эпюра изгибающего момента аппроксимируется достаточно точно.

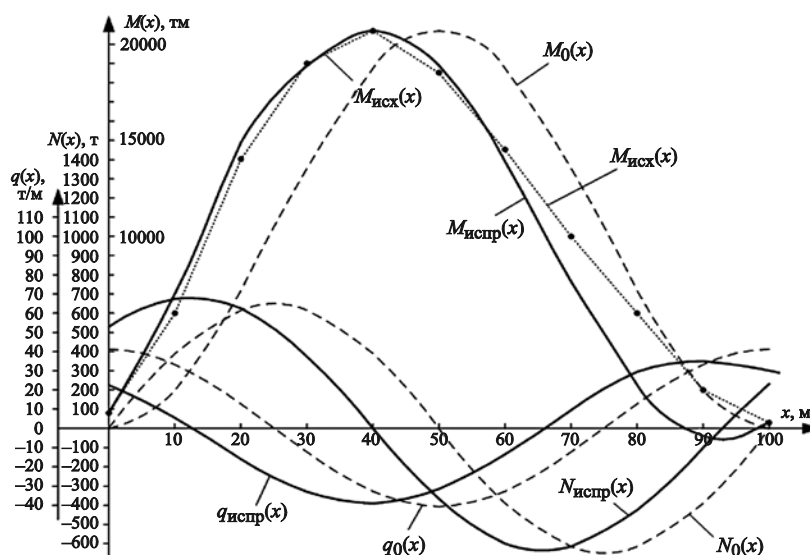
**Таблица 2.** Значения распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна в пределах килевой дорожки при несимметричной относительно ее середины эпюре изгибающих моментов

**Table 2.** Distributed loads, shear forces and bending moments along the ship hull within the dock track at asymmetrical distribution of bending moments with respect to the track middle point

$x/L_p$		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$M(x)$ , тм	$M_{исп}(x)$	800	6000	14 000	19 000	20 700	18 500	14 500	10 000	6000	2000	300
	$M_0(x)$	0	1977	7152	13 548	18 548	20 700	18 548	13 548	7152	1977	0
	$M_{испр}(x)$	<b>800</b>	<b>6984</b>	<b>14 910</b>	<b>18 784</b>	<b>20 700</b>	<b>18 822</b>	<b>13 870</b>	<b>7626</b>	<b>2272</b>	<b>-410</b>	<b>300</b>
$N(x)$ , т	$N_0(x)$	0	382	618	618	382	0	-382	-618	-618	-382	0
	$N_{испр}(x)$	<b>531</b>	<b>677</b>	<b>624</b>	<b>372</b>	<b>0</b>	<b>-364</b>	<b>-596</b>	<b>-616</b>	<b>-424</b>	<b>-99,7</b>	<b>-231</b>
$q(x)$ , т/м	$q_0(x)$	40,9	33,1	12,6	-12,6	-33,1	-40,9	-33,1	-12,6	12,6	33,1	40,9
	$q_{испр}(x)$	<b>22,4</b>	<b>5,31</b>	<b>-15,9</b>	<b>-33,0</b>	<b>-39,1</b>	<b>-31,7</b>	<b>-13,3</b>	<b>9,27</b>	<b>29,4</b>	<b>35,1</b>	<b>29,0</b>

**Рис. 4.** Результаты расчета значений распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна при несимметричной относительно середины длины килевой дорожки эпюре изгибающих моментов

**Fig. 4.** Calculations of the distributed loads, shear forces and bending moments along the ship hull at asymmetrical distribution of bending moments with respect to the middle point of dock track



Однако ближе к оконечностям (приблизительно на четверти длины от них) наблюдается значительное (до 2 раз) превышение заданных значений изгибающего момента. Что касается перерезывающей силы в районе крайних доковых клеток – ее величины здесь равны весам кормового и носового свесов корпуса. В связи с этим, а также с уменьшением сечений корпуса ближе к оконечностям при воспроизведении расчетных нагрузок необходима проверка общей и местной прочности корпуса в этих районах. Дифференциальные зависимости между  $M_{исп}(x)$ ,  $N_{исп}(x)$  и  $q_{исп}(x)$ , а также связанные с ними граничные условия выполняются в полной мере.

- При несимметричном относительно середины длины килевой дорожки нагружении корпуса (рис. 4, табл. 2), когда максимум эпюры изгибающего момента смещен к одной из оконечностей, приблизительно на 60 % длины корпуса от этой оконечности, расчетная эпюра изгибающего момента аппроксимируется достаточно точно. Ближе к другой оконечности наблюдается значительное различие заданной и расчетной эпюр моментов вплоть до смены знака. В то же время есть несоответствие перерезывающей силы дифференциальным зависимостям между силовыми параметрами изгиба корпуса и связанным с ними граничным условиям в районе крайних клеток килевой дорожки – величины перерезывающей силы здесь не равны весам кормового и носового свесов корпуса. Следует иметь в виду, что это не связано

с физической сутью процесса изгиба, а является чисто математической особенностью тригонометрической интерпретации силовых параметров изгиба. Тем не менее, как и в предыдущем пункте, в данном случае необходима проверка общей и местной прочности корпуса в рассматриваемом районе.

### Интерпретация с помощью полиномов

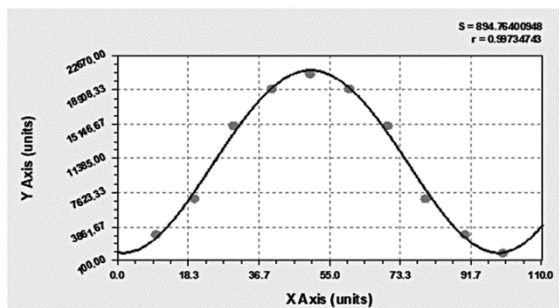
Для удобства сравнения тестирование выполнялось на примере одного и того же судна. Исходные данные: длина килевой дорожки 100 м; момент сопротивления палубы  $W_{пал} = 20\,700\text{ см}^3$ ; рассматривался перегиб корпуса, т.е. растянута палуба; величина начальных напряжений принята  $1000\text{ кг/см}^2 = 98\text{ МПа}$ ; максимальный изгибающий момент в районе цилиндрической вставки составляет  $M_0 = 20\,700\text{ Тм}$  (203 МНм).

В случае 1 численно задана симметричная относительно середины длины килевой дорожки гипотетическая эпюра изгибающего момента с указанным максимальным значением. В случае 2 численно задана несимметричная относительно середины длины килевой дорожки эпюра изгибающего момента с тем же максимальным значением.

**Случай 1.** Веса и положения центров тяжести кормового и носового свесов соответственно  $P_к = P_н = 500\text{ т}$ ,  $a_к = a_н = 2\text{ м}$ .

На рис. 5 приведены заданные значения изгибающих моментов по длине корпуса, графическая интерпретация аппроксимирующего полинома шестой степени и коэффициенты полинома (использовано приложение CurveExpert 1.3).

Численные значения изгибающих моментов по длине корпуса				
0 м	1000 тМ	40 м	19000 тМ	80 м
10 м	3000 тМ	50 м	20700 тМ	90 м
20 м	7000 тМ	60 м	19000 тМ	100 м
30 м	15000 тМ	70 м	15000 тМ	



Полином шестой степени:  $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6$   
 Коэффициенты полинома:  
 $a = 1052.4064$   
 $b = -66.302619$   
 $c = 23.87821$   
 $d = -0.0067873301$   
 $e = -0.011403972$   
 $f = 0.0001372549$   
 $g = -4.5751634e-007$

**Рис. 5.** Аппроксимация симметричной относительно середины длины килевой дорожки эпюры изгибающих моментов при растягивающих напряжениях в палубе 98 МПа

**Fig. 5.** Approximation of symmetric distribution of bending moments track at tensile stresses on deck 98 MPa

В соответствии с зависимостями (38)–(41) вычислены параметры соответственно:  $F_1 = -65,6922$ ;  $F_2 = 0$ ;  $P_1 = -500$ ;  $P_2 = 0$ .

Здесь особенно следует иметь в виду, что численные значения всех исходных и промежуточных параметров для обеспечения нужной точности необходимо принимать с большим количеством значащих цифр, т.к. использование полиномов усугубляет известную в математике проблему, когда искомые величины представляют собой «малые разности больших величин».

Далее по формулам (50), (51) и (46) вычислены коэффициенты:  $n = 0,332672003639$ ;  $k_1 = 500$

и  $k_2 = 1000$ . По формулам (42) и (43) вычислены коэффициенты:  $c_1 = -10,4370791589$ ;  $d_1 = 0$ .

Результаты расчета значений распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна в пределах килевой дорожки приведены в табл. 3, а их графическая интерпретация – на рис. 6.

В таблице и на графиках  $M_{исх}(x)$  – исходные значения изгибающего момента (табл. 2 и 3);  $M_0(x)$  – значения изгибающего момента по полиному (25);  $M_{испр}^{пол}(x)$  – значения изгибающего момента с учетом поправки по формуле (45);  $N_0(x)$  – значения

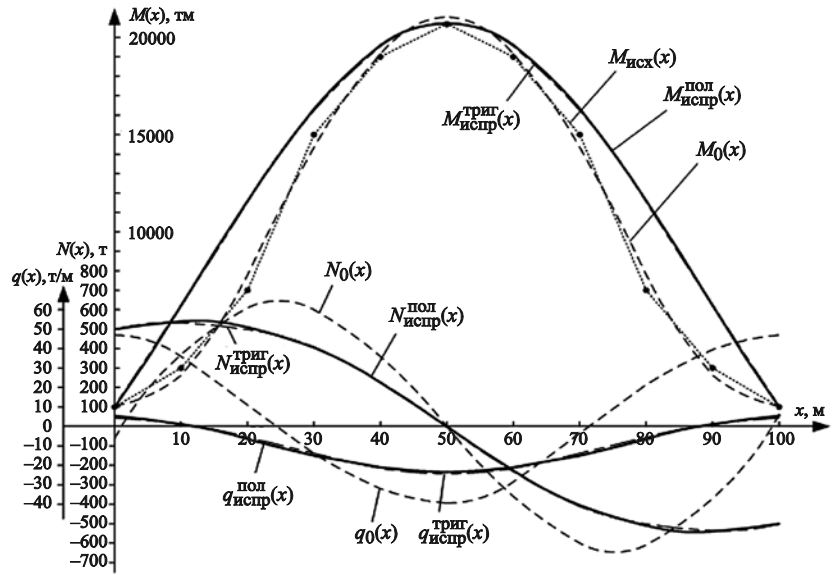
**Таблица 3.** Значения распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна в пределах килевой дорожки при симметричной относительно ее середины эпюре изгибающих моментов

**Table 3.** Distributed loads, shear forces and bending moments along the ship hull within the dock track at symmetrical distribution of bending moments with respect to the track middle point

$x/L_p$		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$M(x)$ , тМ	$M_{исх}(x)$	1000	3000	7000	15 000	19 000	20 700	19 000	15 000	7000	3000	1000
	$M_0(x)$	1052	2670	7809	14 135	19 157	21 053	19 158	14 135	7809	2670	1052
	$M_{испр}(x)$	<b>1000</b>	<b>6237</b>	<b>11 601</b>	<b>16 317</b>	<b>19 558</b>	<b>20 700</b>	<b>19 558</b>	<b>16 317</b>	<b>11 601</b>	<b>6237</b>	<b>1000</b>
$N(x)$ , Т	$N_0(x)$	-66,3	370	617	606	368	0	-368	-606	-617	-370	66,3
	$N_{испр}(x)$	<b>500</b>	<b>541</b>	<b>519</b>	<b>410</b>	<b>227</b>	<b>0</b>	<b>-227</b>	<b>-410</b>	<b>-519</b>	<b>-541</b>	<b>-500</b>
$q(x)$ , Т/М	$q_0(x)$	47,8	36,3	12,0	-13,6	-32,3	-39,0	-32,3	-13,6	12,0	36,3	47,8
	$q_{испр}(x)$	<b>5,45</b>	<b>1,63</b>	<b>-6,46</b>	<b>-15,0</b>	<b>-21,2</b>	<b>-23,4</b>	<b>-21,2</b>	<b>-15,0</b>	<b>-6,46</b>	<b>1,63</b>	<b>5,45</b>

**Рис. 6.** Результаты расчета значений распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна при симметричной относительно середины длины килевой дорожки эпюре изгибающих моментов

**Fig. 6.** Calculations of the distributed loads, shear forces and bending moments along the ship hull at symmetrical distribution of bending moments with respect to the middle point of dock track



перерезывающей силы по формуле (26);  $N_{исп}^{пол}(x)$  – значения перерезывающей силы с учетом поправки по формуле (44);  $q_0(x)$  – значения распределенной нагрузки по формуле (27);  $q_{исп}^{пол}(x)$  – значения распределенной нагрузки с учетом поправки по формуле (31).

**Случай 2.** Веса и положения центров тяжести кормового и носового свесов соответственно  $P_k = 200$  т,  $a_k = 4$  м и  $P_n = 100$  т,  $a_n = 3$  м.

На рис. 7 приведены заданные значения изгибающих моментов по длине корпуса, графическая

интерпретация аппроксимирующего полинома шестой степени и коэффициенты полинома (использовано приложение CurveExpert 1.3).

В соответствии с зависимостями (38)–(41) вычислены параметры соответственно:  $F_1 = 93,9576$ ;  $F_2 = 39,845$ ;  $P_1 = -315$ ;  $P_2 = -110$ .

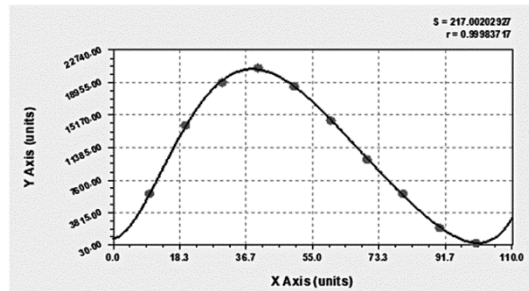
Далее по формулам (50), (51) и (46) вычислены коэффициенты:  $n = 0,85545721532$ ;  $k_1 = 200$  и  $k_2 = 800$ . По формулам (42) и (43) вычислены коэффициенты:  $c_1 = -4,692466586292$ ,  $d_1 = 0,04554858436$ .

Результаты расчета значений распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих мо-

0 м	800 тм	40 м	20700 тм	80 м	6000 тм
10 м	6000 тм	50 м	18500 тм	90 м	2000 тм
20 м	14000 тм	60 м	14500 тм	100 м	300 тм
30 м	19000 тм	70 м	10000 тм		

**Рис. 7.** Аппроксимация несимметричной относительно середины длины килевой дорожки эпюры изгибающих моментов при растягивающих напряжениях в палубе 98 МПа

**Fig. 7.** Approximation of asymmetric distribution of bending moments with respect to the middle point of dock track at tensile stresses on deck 98 MPa



Полином шестой степени:  $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6$

Коэффициенты полинома:

$a = 807.09585$   
 $b = 48.787433$   
 $c = 69.884639$   
 $d = -2.6668676$   
 $e = 0.039857686$   
 $f = -0.00027919495$   
 $g = 7.6879085e-007$

ментов по длине корпуса судна в пределах килевой дорожки приведены в табл. 4, а их графическая интерпретация – на рис. 8. Используются обозначения, принятые в случае 1.

Кроме того, для обоих случаев на рис. 6 и 8 для сравнения приведены графики распределенной нагрузки  $q_{испр}^{триг}(x)$ , перерезывающих сил  $N_{испр}^{триг}(x)$  и изгибающих моментов  $M_{испр}^{триг}(x)$ , полученные при их тригонометрической интерпретации (рис. 3 и 4).

Анализируя результаты, полученные при представлении силовых параметров изгиба корпуса полиномами, и сопоставляя их с результатами, полученными для варианта тригонометриче-

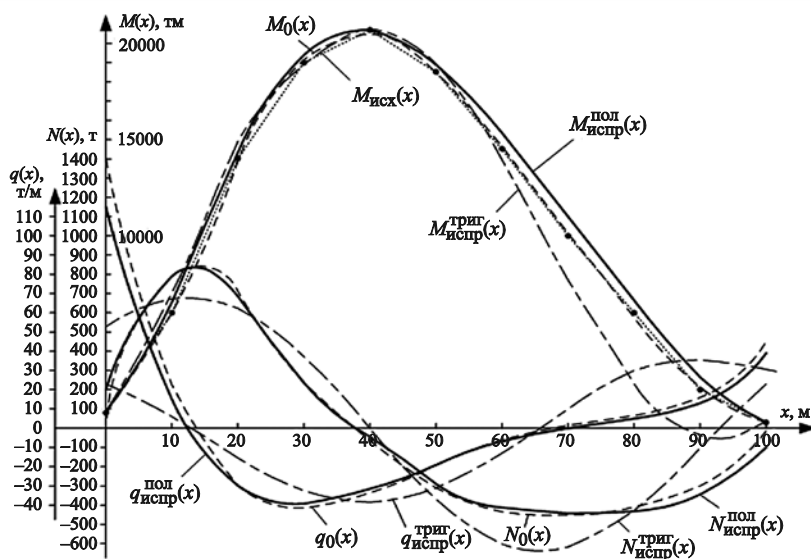
ского представления силовых параметров, можно заключить:

- 1) При симметричном относительно середины длины килевой дорожки нагружении корпуса (рис. 3, табл. 1) приблизительно на половине его длины расчетная эпюра изгибающего момента аппроксимируется достаточно точно. Ближе к оконечностям (приблизительно на четверти длины от них) наблюдается значительное (до 2 раз) превышение заданных значений изгибающего момента. В связи с этим, а также с уменьшением сечений корпуса ближе к оконечностям при воспроизведении расчетных нагрузок необходима проверка общей и местной прочности корпуса в этих районах.

**Таблица 4.** Значения распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна в пределах килевой дорожки при несимметричной относительно ее середины эпюре изгибающих моментов

**Table 4.** Distributed loads, shear forces and bending moments along the ship hull within the dock track at asymmetrical distribution of bending moments with respect to the track middle point

$x/L_p$		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$M(x)$ , тм	$M_{исх}(x)$	800	6000	14 000	19 000	20 700	18 500	14 500	10 000	6000	2000	300
	$M_0(x)$	813	5988	13 935	19 222	20 490	18 474	14 598	10 109	5774	2129	275
	$M_{испр}(x)$	<b>800</b>	<b>6588</b>	<b>14 318</b>	<b>19 395</b>	<b>20 700</b>	<b>18 910</b>	<b>15 287</b>	<b>10 943</b>	<b>6581</b>	<b>2704</b>	<b>300</b>
$N(x)$ , т	$N_0(x)$	48,8	792	711	230	-59,2	-319	-435	-450	-409	-304	-19,6
	$N_{испр}(x)$	<b>200</b>	<b>791</b>	<b>682</b>	<b>235</b>	<b>-43,6</b>	<b>-292</b>	<b>-414</b>	<b>-444</b>	<b>-421</b>	<b>-340</b>	<b>-100</b>
$q(x)$ , т/м	$q_0(x)$	140	22,2	-29,9	-41,9	-33,3	-18,4	-5,67	1,80	6,48	16,4	45,0
	$q_{испр}(x)$	<b>115</b>	<b>14,8</b>	<b>-29,4</b>	<b>-39,2</b>	<b>-31,4</b>	<b>-18,2</b>	<b>-6,81</b>	<b>0,04</b>	<b>4,49</b>	<b>13,4</b>	<b>38,4</b>



**Рис. 8.** Результаты расчета значений распределенной нагрузки, перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине корпуса судна при несимметричной относительно середины длины килевой дорожки эпюре изгибающих моментов

**Fig. 8.** Calculations of the distributed loads, shear forces and bending moments along the ship hull at asymmetrical distribution of bending moments with respect to the middle point of dock track

- 2) При несимметричном нагружении полиномы практически точно аппроксимируют заданные из технологических соображений эпюры всех силовых параметров изгиба корпуса (рис. 8, табл. 4).
- 3) В обоих случаях выполняются все дифференциальные зависимости между силовыми параметрами изгиба корпуса и соответствующие им граничные условия.
- 4) При симметричном нагружении графики изменения по длине корпуса силовых параметров его изгиба при тригонометрическом и полиномиальном представлении совпадают практически точно. При несимметричном нагружении имеют место существенные отличия, обусловленные определенной неадекватностью тригонометрической аппроксимации силовых параметров при этом виде нагружения.

Таким образом, для практических расчетов предварительного изгиба корпуса, обусловленного технологическими соображениями, следует представлять силовые параметры изгиба корпуса в виде полиномов.

## Список использованной литературы

1. Способ регулирования изгиба корпуса судна при его постановке в док : пат. 2626781 Рос. Федерация / *А.П. Аносов, Ю.К. Шаратов*. № 2016134252; заявл. 23.08.2016; опубл. 01.08.2017, Бюл. № 22. 10 с.
2. *Аносов А.П., Восковицук Н.И., Шаратов Ю.К.* Применение надувных эластичных оболочек для выполнения технологических операций при ремонте и испытаниях корпусов судов // *Морские интеллектуальные технологии*. 2019. Вып. 2(44), т. 2. С. 29–38.
3. *Чибиряк И.М.* Исследование прочности корпуса судна при некоторых видах его ремонта : дис. ... канд. техн. наук : 05.08.03 / ДВПИ. Владивосток, 1970. 197 с.
4. *Антоненко С.В.* Опыт постановки в плавучий док судов с большими свесами оконечностей // *Судостроение*. 2010. № 3. С. 62–67.
5. *Антоненко С.В.* Постановка в плавучий док судов с большими свесами оконечностей // *Судостроение*. 2010. № 5. С. 59–62.
6. *Короткин Я.И., Ростовцев Д.М., Сиверс Н.Л.* Прочность корабля. Ленинград : Судостроение, 1974. 431 с.

## References

1. Method for regulation of the ship hull bending in dock. Patent 2626781 Russian Federation / *A.P. Anosov, Yu.K. Sharapov*. No. 2016134252, appl. date 23.08.2016; publ. date 01.08.2017. Bul. No. 22. 10 p. (*in Russian*).
2. *Anosov A.P., Voskovschuk N.I., Sharapov Yu.K.* Application of inflatable elastic bags for ship hull repair and testing operations // *Marine intellectual technologies*. 2019. Vol. 2(44), No. 2. P. 29–38 (*in Russian*).
3. *Chibiryak I.M.* Investigation of ship hull strength in some types of repair. Dissertation of Cand. Sci. (Eng): 05.08.03 / FESTU. Vladivostok, 1970. 197 p. (*in Russian*).
4. *Antonenko S.V.* Experience with docking of ships with large overhanging lengths in floating docks // *Sudostroenie*. 2010. Vol. 3. P. 62–67 (*in Russian*).
5. *Antonenko S.V.* Docking of ships with large overhanging lengths in floating docks // *Sudostroenie*. 2010. Vol. 5. P. 59–62 (*in Russian*).
6. *Korotkin Ya.I., Rostovtsev D.M., Sivers N.I.* Ship strength. Leningrad : Sudostroenie, 1974. 431 p. (*in Russian*).

## Сведения об авторах

*Воробьева Анна Андреевна*, аспирант ФГАОУ ВО «Дальневосточный федеральный университет». Адрес: 690922, Россия, Приморский край, Владивосток, о. Русский, п. Аякс, д. 10. E-mail: vorobeva.aand@dvfu.ru.

*Аносов Анатолий Петрович*, д.т.н., профессор, профессор департамента морской техники и транспорта ФГАОУ ВО «Дальневосточный федеральный университет». Адрес: 690922, Россия, Приморский край, Владивосток, о. Русский, п. Аякс, д. 10. E-mail: anosov49@mail.ru.

## About the authors

*Anna A. Vorobyova*, postgraduate student, Far Eastern Federal University. Address: 10, Ajax Bay, Russky Island, Vladivostok, Russia, post code 690922. E-mail: vorobeva.aand@dvfu.ru.

*Anatoly P. Anosov*, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Marine Engineering and Transport, Far Eastern Federal University. Address: 10, Ajax Bay, Russky Island, Vladivostok, Russia, post code 690922. E-mail: anosov49@mail.ru.

Поступила / Received: 12.10.25  
Принята в печать / Accepted: 11.02.26  
© Воробьева А.А., Аносов А.П., 2026