

DOI: 10.24937/2542-2324-2023-3-405-49-62
УДК 621.825.5:678.067
EDN: ULCUFN

А.П. Лысенко, Б.А. Ярцев 
ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КОМПОЗИТНЫХ УПРУГИХ МУФТ

Объект и цель научной работы. Объектом являются композитные упругие муфты с высокими диссипативными свойствами. Исследование проведено в целях разработки и апробации методов численного моделирования диссипативных характеристик, а также изучения нестационарных колебаний вращающихся композитных упругих муфт.

Материалы и методы. Моделирование диссипативных характеристик композитных упругих муфт выполняется на основе двухэтапного комбинированного подхода. Сначала вычисляются диссипативные характеристики несущих слоев. Затем, используя полученные на первом этапе результаты и экспериментально определенные температурно-частотные зависимости комплексных модулей вязкоупругих материалов, вычисляются диссипативные характеристики слоистой структуры в целом.

Основные результаты. Показано, что использование диаграммы Кэмпбелла не позволяет оценить влияние демпфирования на величины резонансных амплитуд перемещений, деформаций и напряжений, возникающих в элементах вращающейся композитной упругой муфты. Для конструкций вращающихся упругих муфт с высоким уровнем демпфирования более информативны оценки, основанные на анализе вынужденных колебаний.

Заключение. Полученные результаты свидетельствуют о том, что корректное моделирование динамики вращающихся композитных упругих муфт возможно только при учете гироскопических моментов и неконсервативных позиционных сил в уравнениях движения механической системы.

Ключевые слова: моделирование, динамика, колебания, коэффициент механических потерь, композитная упругая муфта.

Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

DOI: 10.24937/2542-2324-2023-3-405-49-62
UDC 621.825.5:678.067
EDN: ULCUFN

А.Р. Lysenko, B.A. Yartsev 
Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

DYNAMIC SIMULATION OF ELASTIC COMPOSITE COUPLINGS

Object and purpose of research. This paper discusses elastic composite couplings with high dissipation performance. The purpose of the study was to develop and try out numerical simulation methods for dissipation properties, as well as to investigate unsteady vibrations of rotating elastic couplings made of composite materials.

Materials and methods. Dissipation performance simulation for elastic composite couplings is performed in two stages as per a combined approach. The first stage is to calculate dissipation properties of bearing layers. The second stage is to calculate dissipation properties of the whole layered structure as per the results of the first stage and experimentally determined temperature-frequency curves for complex moduli of viscoelastic materials.

Main results. The paper shows that Campbell diagram cannot estimate the effect of damping upon resonant amplitudes of displacements, straining and stresses that arise in the elements of a rotating elastic composite coupling with high damping properties. These structures are more practicable to investigate by way of forced-vibration analysis.

Для цитирования: Лысенко А.П., Ярцев Б.А. Моделирование динамики композитных упругих муфт. Труды Крыловского государственного научного центра. 2023; 3(405): 49–62.

For citations: Lysenko A.P., Yartsev B.A. Dynamic simulation of elastic composite couplings. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2023; 3(405): 49–62 (in Russian).

Conclusion. The study has shown that correct dynamic simulation of rotating elastic couplings made of composite materials is only possible if it takes into account gyroscopic moments and non-conservative positional forces in the motion equations of the mechanical system.

Keywords: simulation, dynamics, vibrations, mechanical loss coefficient, elastic composite coupling.

The authors declare no conflicts of interest.

Введение

Introduction

Композитная упругая муфта, включенная в состав валопровода, является эффективным средством борьбы с его крутильными колебаниями. Благодаря применению упругих муфт, как правило, крутильные колебания не представляют опасности для соединяемых стальных валов системы «двигатель – валопровод – движитель» энергетических установок с двигателями внутреннего сгорания и турбомашинами.

Однако слабым звеном валопровода становятся сами упругие муфты [1]. Основную опасность для упругих муфт представляют низкочастотные формы свободных колебаний. Поэтому в линии валопровода не рекомендуется устанавливать очень податливые муфты, имеющие сильно выраженные нелинейности. Наличие в системе податливых нелинейных элементов может приводить к появлению в рабочем диапазоне дополнительных колебаний и автоколебательных процессов. Последнее подтверждается недавними результатами измерений крутильных колебаний в валопроводах энергетических установок головных заказов [2].

Предотвращение возникновения резонансных режимов в рабочем диапазоне частот упругой муфты достигается путем увеличения области ее линейного деформирования или за счет повышения диссипативных свойств виброизолятора [3]. Увеличение области линейного деформирования упругой муфты обычно сопровождается увеличением ее жесткостных характеристик. Поэтому более целесообразным представляется подход, основанный на увеличении диссипативных характеристик упругой муфты.

Моделирование диссипативных характеристик

Simulation of dissipative properties

Наиболее распространенный способ оценки демпфирующей способности вязкоупругих композитных конструкций основан на исследовании их свободных затухающих колебаний. Для этого, используя принцип упруго-вязкоупругого соответствия в линейной теории вязкоупругости, запишем уравнения движения диссипативной механической системы путем

замены упругих модулей и упругих переменных в уравнениях движения упругой механической системы [4–9] соответствующими комплексными модулями и комплексными переменными. Нахождение комплексных собственных частот и комплексных собственных форм приводит к алгебраической проблеме комплексных собственных значений [4, 7]

$$([C] - \omega^2[M])\{X\} = \{0\}, \quad (1)$$

где $[C] = [C_R] + i \cdot [C_I]$ – комплексная матрица жесткости; $\omega = \bar{\omega}\sqrt{1+i\cdot\eta}$ – комплексная собственная частота; $i = \sqrt{-1}$; η – коэффициент механических потерь; $[M]$ – вещественная матрица масс; $\{X\} = \{X_R\} + i \cdot \{X_I\}$ – комплексный собственный вектор.

Из уравнения (1) следует, что комплексная собственная частота k -й моды колебаний связана с комплексным собственным вектором соотношением Релея [9]:

$$\omega_k^2(1+i\cdot\eta_k) = \frac{\{X\}_k^T[C_R]\{X\}_k}{\{X\}_k^T[M]\{X\}_k} + i \cdot \frac{\{X\}_k^T[C_I]\{X\}_k}{\{X\}_k^T[M]\{X\}_k}. \quad (2)$$

При малых возмущениях ($\eta \ll 1$) по непрерывности в равенстве (2) можно заменить $\{X\}$ на $\{X_R\}$, т.е. воспользоваться приближенной формулой

$$\omega_k^2(1+i\cdot\eta_k) \approx \frac{\{X_R\}_k^T[C_R]\{X_R\}_k}{\{X_R\}_k^T[M]\{X_R\}_k} + i \cdot \frac{\{X_R\}_k^T[C_I]\{X_R\}_k}{\{X_R\}_k^T[M]\{X_R\}_k}. \quad (3)$$

Приравнявая вещественную и мнимую части в уравнении (3), запишем

$$\omega_k^2 \approx \frac{\{X_R\}_k^T[C_R]\{X_R\}_k}{\{X_R\}_k^T[M]\{X_R\}_k}. \quad (4)$$

$$\omega_k^2 \cdot \eta_k \approx \frac{\{X_R\}_k^T[C_I]\{X_R\}_k}{\{X_R\}_k^T[M]\{X_R\}_k}. \quad (5)$$

Из равенств (4), (5) получим величину коэффициента механических потерь k -й моды собственных колебаний

$$\eta_k \approx \frac{\{X_R\}_k^T[C_I]\{X_R\}_k}{\{X_R\}_k^T[C_R]\{X_R\}_k}. \quad (6)$$

В знаменателе дроби (6) стоит максимальная потенциальная энергия деформации, накопленная за один цикл k -й моды колебаний упругой системы, которая вычисляется по вещественным частям элементов комплексной матрицы жесткости и вещественным частям элементов собственного вектора. Числитель дроби (6) характеризует рассеянную за один цикл колебаний потенциальную энергию деформации, вычисляемую по мнимым частям элементов комплексной матрицы жесткости и вещественным частям комплексного собственного вектора.

Отношение (6) представляет собой основной вариант математической формулировки энергетического метода прогнозирования диссипативных свойств композитных структур [10, 11]. В соответствии с этим вариантом приближенное определение коэффициентов механических потерь композитных структур сводится к нахождению собственных частот и собственных форм колебаний консервативной механической системы с последующим вычислением числителя и знаменателя отношения (6).

Помимо основного варианта математической формулировки энергетического метода (6), из равенств (4), (5) вытекает еще один вариант, справедливый для ортотропных композитных конструкций:

$$\eta_k \approx \frac{\omega_k^2 \cdot \eta_k}{\omega_k^2} = \frac{\bar{\omega}_k^2}{\bar{\omega}_k^2}. \quad (7)$$

В соответствии с равенством (7) для нахождения η_k достаточно определить собственные частоты и собственные формы колебаний двух конструкций одинаковой геометрии и массы. При формировании матрицы жесткости первой конструкции $[C_R]$ используются вещественные части комплексных модулей, в то время как при формировании матрицы жесткости второй конструкции $[C_I]$ – мнимые части комплексных модулей. Анализ собственных форм колебаний, полученных в результате решения двух задач на собственные значения, позволяет установить пары тождественных форм колебаний, которым соответствуют собственные частоты $\bar{\omega}_k$ и $\bar{\omega}_k$ ($k = 1, \dots, n$), в дальнейшем идентифицируемые как вещественные и мнимые части комплексных собственных частот. Приближенное значение коэффициента механических потерь k -го тона колебаний ортотропной структуры вычисляется по формуле (7).

Следует отметить, что в инженерных приложениях расчет ортотропных композитных конструкций предпочтительнее выполнять по второму

варианту энергетического метода (7), позволяющему использовать возможности существующих коммерческих программных комплексов без какой-либо их доработки.

Энергетический метод широко применяется на практике прежде всего в силу его простоты и прозрачности механической процедуры, а также внешней привлекательности отсутствия необходимости решения обобщенной комплексной задачи вида (1). Однако с повышением демпфирующей способности конструкции достоверность прогноза по формуле (3), вообще говоря, падает. Основной причиной снижения точности прогноза является то, что первое слагаемое в правой части формулы (2) также вносит вклад в мнимую составляющую комплексной собственной частоты, не обязательно малую по сравнению со вторым слагаемым в (3). Вторые слагаемые в формулах (2) и (3) также не обязательно близки друг к другу из-за различия собственных векторов, чего формула (3) вовсе не учитывает. Следовательно, в отличие от вязкоупругого подхода (1), энергетический метод не позволяет обеспечить надежное прогнозирование диссипативных свойств композитных структур с высокой демпфирующей способностью.

Вместе с тем существует незначительное число работ, содержащих результаты численных исследований диссипативных свойств композитных структур на основе решения уравнения (1). При этом авторы статей [4–8] ограничивались рассмотрением простейших конструкций. Отсутствие публикаций по прогнозированию демпфирования конструкций сложной геометрии, расчет которых может быть выполнен только на основе метода конечных элементов, объясняется значительными трудностями построения численной процедуры решения комплексной задачи на собственные значения для систем большой размерности. Однако применение композитных конструкций с высокими уровнями рассеяния энергии требует разработки инженерных методов их расчета.

Для композитных структур, образованных несущими слоями из конструкционных композитов и слоями вязкоупругих материалов, существующий пробел может быть заполнен путем применения комбинированного подхода, суть которого состоит в поэтапном определении коэффициентов механических потерь составляющих элементов и системы в целом.

На первом этапе, учитывая структуру армирования конструкции и граничные условия, вычисляются диссипативные характеристики раз-

личных форм колебаний несущих слоев в соответствии с приближенным алгоритмом, реализующим формулу (7).

На втором этапе, используя полученные на первом этапе результаты в качестве осредненных упруго-диссипативных свойств материалов несущих слоев и экспериментально определенные температурно-частотные зависимости комплексных модулей вязкоупругих материалов, вычисляются диссипативные характеристики слоистой структуры в целом. Для этого средствами коммерческих программных комплексов находят амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) установившихся вынужденных колебаний рассматриваемых диссипативных механических систем. Численное значение коэффициента механических потерь k -й моды колебаний вычисляется на отрезке $[f_{k1}, f_{k2}]$ по формуле

$$\eta_k = \frac{\Delta f_k}{f_k} = \frac{f_{k2} - f_{k1}}{f_k}, \quad (8)$$

где f_{k1} и f_{k2} – левая и правая абсциссы АЧХ, соответствующие ординатам $A = 0,707A_k$; A_k – амплитуда, соответствующая k -й собственной частоте f_k .

Валидация методов моделирования диссипативных характеристик

Simulation methods for dissipative properties: validation

Валидация приближенных методов моделирования коэффициентов механических потерь композитных конструкций осуществлялась путем сопоставления результатов, вычисленных по формулам (7), (8), с опубликованными аналогичными результатами, полученными путем решения комплексной задачи на собственные значения, и с результатами экспериментальных исследований.

Учитывая сказанное, для проверки достоверности формулы (7) естественно воспользоваться результатами, приведенными в [10, 12]. Характеристики квадратных в плане пластин ($a \times a$), использованных в экспериментах [10], и упруго-диссипативные свойства слоев углепластика HMS/DX-210, соответствующие различному объемному содержанию волокон V_f , представлены в табл. 1, 2.

Таблица 1. Характеристики экспериментальных пластин

Table 1. Parameters of experimental plates

№ пластины	Кол-во слоев	ρ , кг/м ³	p , мм	$a \times a$, мм	V_f	Структура армирования
762	8	1566,0	1,58	178×178	0,516	[0 / 0 / 0 / 0] _s
764	8	1446,0	2,12	235×235	0,342	[0 / 90 / 0 / 90] _s
770	8	1551,0	1,62	215×215	0,494	[0 / 90 / +45 / -45] _s
772	12	1636,0	2,02	216×216	0,618	[0 / ±60 / 0 / ±60] _s

Таблица 2. Свойства материалов слоев углепластика HMS/DX-210

Table 2. Material properties of layers for HMS/DX-210 carbon-reinforced plastic

V_f	0,000	0,5	0,342	0,494	0,516	0,618
E_1 , ГПа	3,210	172,700	119,141	170,666	178,124	212,700
E_2 , ГПа	3,210	7,200	5,926	7,147	7,345	8,361
G_{12} , ГПа	1,200	3,760	2,746	3,712	3,892	4,937
G_{23} , ГПа	–	–	1,648	2,227	2,335	2,962
G_{13} , ГПа	–	–	2,746	3,712	3,892	4,937
$\eta_1 \times 10^4$	104,100	7,1620	7,9872	7,1840	7,1060	6,8167
$\eta_2 \times 10^3$	10,410	6,7816	7,1101	6,7320	6,6730	6,3569
$\eta_{12} \times 10^2$	1,0640	1,1220	1,3685	1,1220	1,1220	0,9193
$\eta_{23} \times 10^2$	–	–	1,3685	1,1220	1,1220	0,9193
$\eta_{13} \times 10^2$	–	–	1,3685	1,1220	1,1220	0,9193
ν_{12}	0,34	0,3	0,313	0,3	0,3	0,291

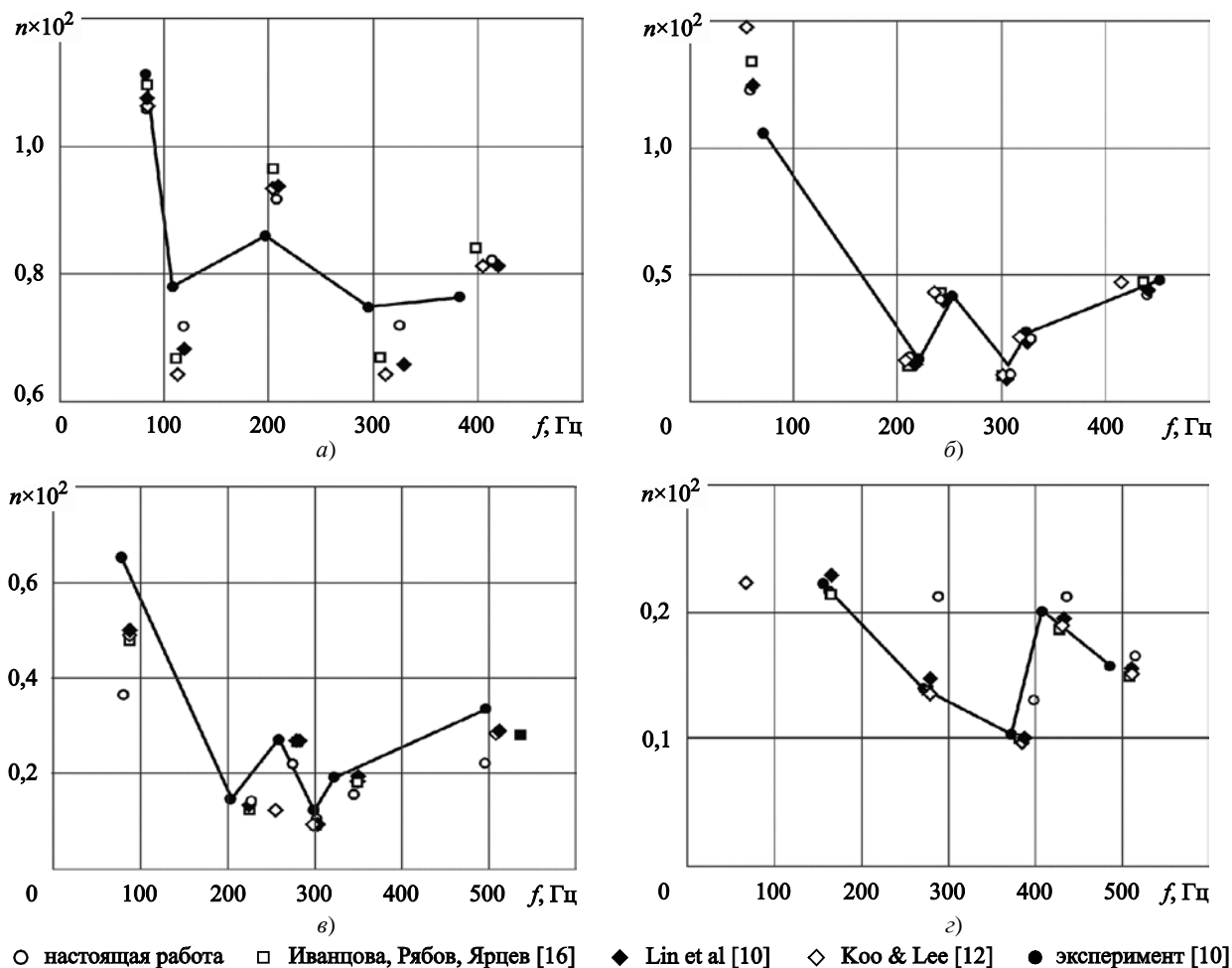


Рис. 1. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь безопорной квадратной пластины из углепластика: а) № 762; б) № 764; в) № 770, г) № 772

Fig. 1. Calculated vs experimental results for natural frequencies and mechanical loss coefficients for an unsupported square CRP plate: a) No. 762; b) No. 764; c) No. 770; d) No. 772

Авторы работы [10] использовали классическую теорию пластин. Поэтому они ограничивались определением численных значений только вещественных и мнимых частей комплексных модулей упругости E_1 , E_2 и комплексного модуля сдвига в плоскости армирования G_{12} . Эти величины приведены в статье для $V_f = 0,5$. Методика определения упруго-диссипативных характеристик материала слоя описана в [13]. Недостающие значения вещественных и мнимых частей комплексных модулей межслойного сдвига G_{13} , G_{23} для $V_f = 0,5$ и E_1 , E_2 , G_{12} , G_{13} , G_{23} для $V_f = 0,342$; $0,494$; $0,516$; $0,618$ определялись в соответствии с рекомендациями, изложенными в работах [14, 15].

На рис. 1 представлены экспериментальные и расчетные значения собственных частот f_i и коэффициентов механических потерь η_i для четырех пластин из углепластика, приведенные в работах [10, 11, 16], и значения f_i , η_i , вычисленные по формуле (7). Совместный анализ всей совокупности результатов позволяет отметить хорошее соответствие экспериментальных величин собственных частот и коэффициентов механических потерь аналогичным расчетным значениям, вычисленным по различным математическим моделям.

Оценка достоверности приближенного комбинированного подхода к определению диссипативных свойств композитных структур, образованных

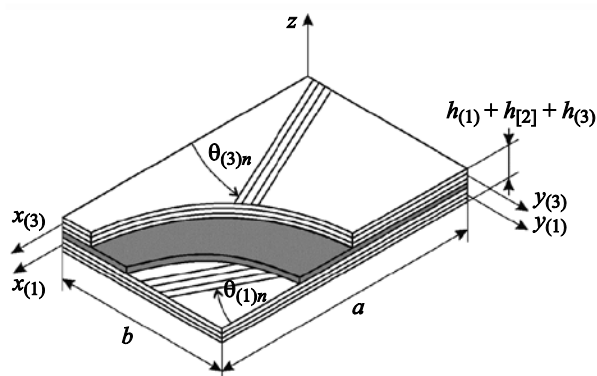


Рис. 2. Трехслойная пластина
Fig. 2. Three-layered plate

ортотропными несущими слоями и слоями вязкоупругих материалов (8), проводилась путем сопоставления расчетных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь с приведенными в работе [5] аналогичными расчетными и экспериментальными значениями безопорных трехслойных пластин (рис. 2).

Эксперименты проводились на двух сериях трехслойных прямоугольных пластин (по четыре образца в серии: $a = 0,25$ м; $b = 0,04$ м). Жесткие слои трехслойных пластин выполнялись из однонаправленного углепластика CM-Preg-C-230/600 CP004 39 ($h_{(1)} = h_{(3)} = h = 0,005$ м; $\theta_1 = \theta_3 = \theta = 0^\circ$). Мягкий слой трехслойных пла-

стин первой серии выполнялся из вязкоупругого полимера ВПС-2,5 ($h_{[2]} = 0,0006$ м), а трехслойных пластин второй серии – из вязкоупругого полимера ВПС-3 ($h_{[2]} = 0,001$ м). Упруго-диссипативные характеристики однонаправленного углепластика ($\rho = 1500$ кг/м³, $E_1 = 129(1 + i \cdot 9 \cdot 10^{-4})$ ГПа, $E_2 = 8(1 + i \cdot 9,6 \cdot 10^{-3})$ ГПа, $G_{12} = G_{13} = 4,4 \times (1 + i \cdot 1,6 \cdot 10^{-2})$ ГПа, $G_{23} = 2,7(1 + i \cdot 1,5 \cdot 10^{-2})$ ГПа, $\nu_{12} = 0,27$) и вязкоупругих полимеров (рис. 3 и 4) определялись экспериментально.

Расчетные и экспериментальные значения собственных частот $f_{i\text{calc}}$, $f_{i\text{exp}}$ и коэффициентов механических потерь $\eta_{i\text{calc}}$, $\eta_{i\text{exp}}$ изгибных ($i = \overline{1, 4}$) и крутильных ($i = \overline{1, 3}$) колебаний трехслойных пластин представлены на рис. 5 и 6. Сопоставление полученных результатов позволяет утверждать, что использование приближенного комбинированного подхода к определению диссипативных свойств композитных структур приводит к хорошему согласованию с экспериментальными данными. Расхождения $\Delta f_i = [(f_{i\text{calc}}/f_{i\text{exp}}) - 1] \cdot 100\%$; $\Delta \eta_i = [(\eta_{i\text{calc}}/\eta_{i\text{exp}}) - 1] \cdot 100\%$ между значениями $f_{i\text{calc}} = f_{i\text{calc}}(f)$ и $f_{i\text{exp}} = f_{i\text{exp}}(f)$; $\eta_{i\text{calc}} = \eta_{i\text{calc}}(f)$ и $\eta_{i\text{exp}} = \eta_{i\text{exp}}(f)$ возрастают по мере увеличения демпфирующей способности механической системы, но для всех рассмотренных случаев справедливы неравенства $\Delta f_i \leq |10\%|$, $\Delta \eta_i \leq |15\%|$.

Кроме того, оценка достоверности приближенного комбинированного подхода определения дис-

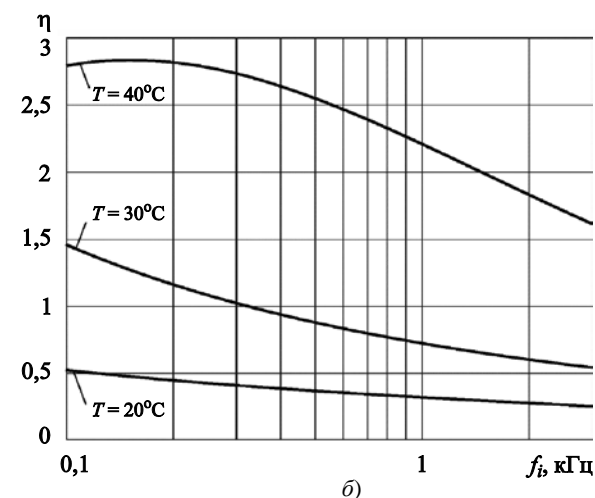
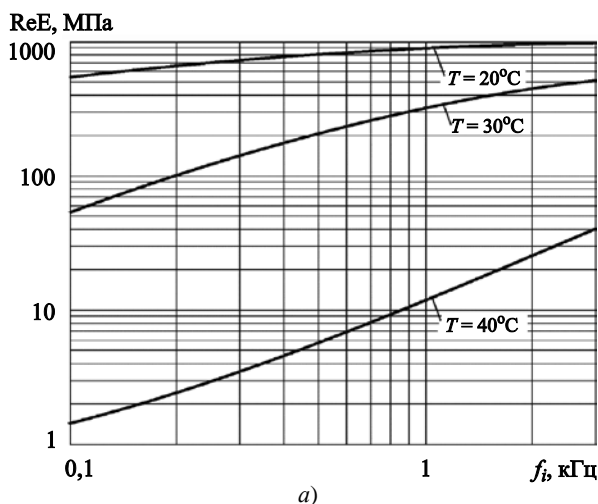


Рис. 3. Частотные зависимости вещественной части комплексного модуля упругости (а) и коэффициента механических потерь (б) вязкоупругого полимера ВПС-2,5 при фиксированных значениях температуры окружающей среды

Fig. 3. Frequency curves for the real part of the complex Young's modulus (a) and mechanical loss coefficient (b) of VPS-2.5 viscoelastic polymer at constant ambient temperatures

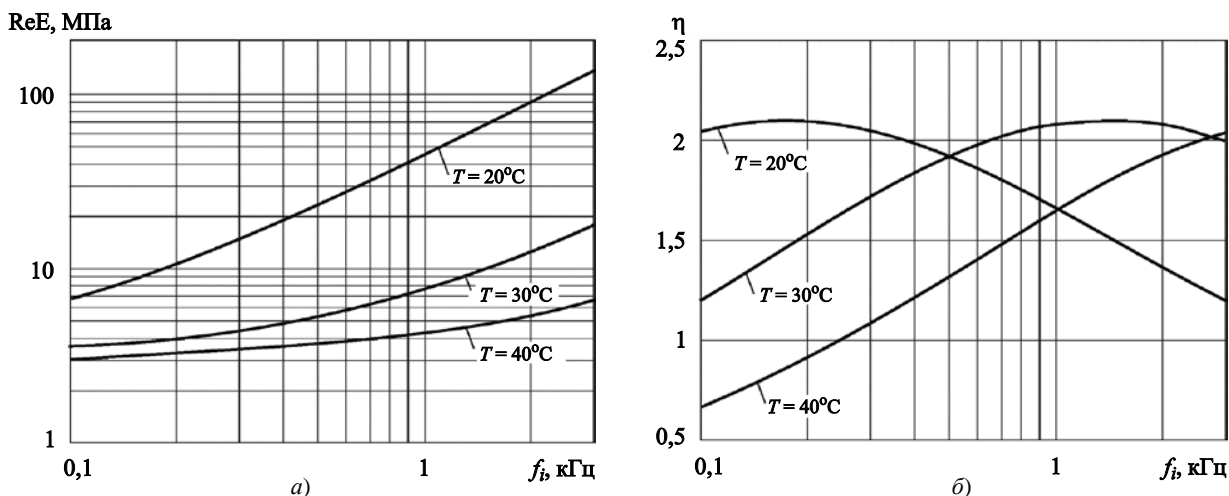


Рис. 4. Частотные зависимости вещественной части комплексного модуля упругости (а) и коэффициента механических потерь (б) вязкоупругого полимера ВПС-3 при фиксированных значениях температуры окружающей среды

Fig. 4. Frequency curves for the real part of the complex Young's modulus (a) and mechanical loss coefficient (b) of VPS-3 viscoelastic polymer at constant ambient temperatures

сипативных свойств композитных структур, образованных несущими слоями из конструкционных композитов и слоями вязкоупругих материалов, проводилась путем сопоставления экспериментальных и расчетных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь трех опытных конструкций сборной композитной упругой муфты.

Эти конструкции образованы двумя трехслойными кольцевыми мембранами, соединенными с промежуточным валом (рис. 7). Кольцевые мембраны состоят из жестких наружных слоев – несущего внешнего и прикрывающего внутреннего, связанных слоем вязкоупругого полимера ВПС-2,5. Материал промежуточного вала и жестких наруж-

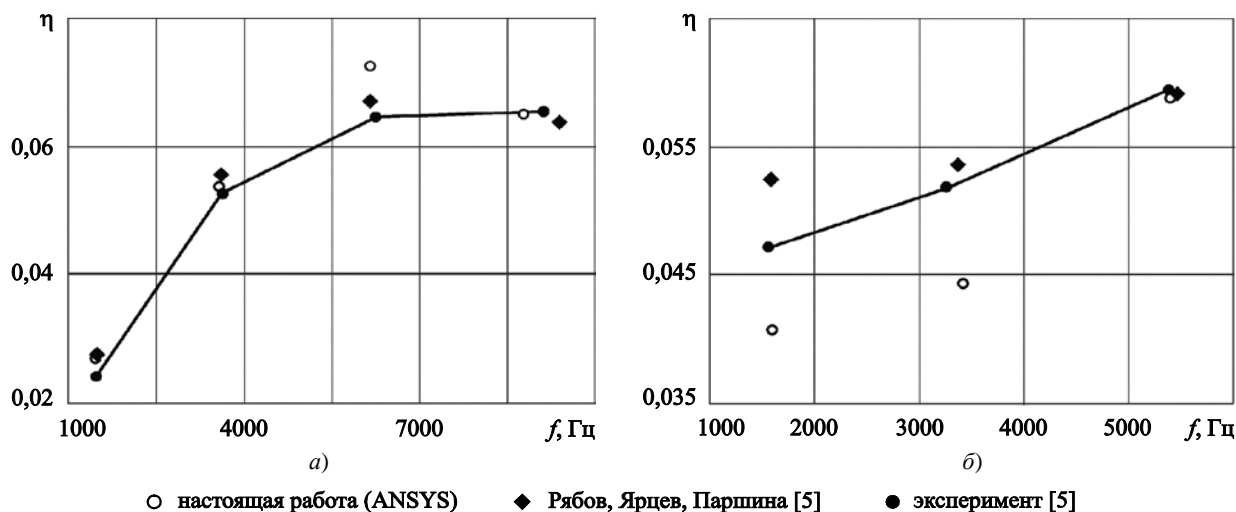


Рис. 5. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь изгибных (а) и крутильных (б) колебаний безопорной трехслойной пластины с вязкоупругим средним слоем из ВПС-2,5

Fig. 5. Calculated vs experimental results for natural frequencies and mechanical loss coefficients for bending (a) and torsion (b) vibrations of an unsupported three-layered plate with viscoelastic middle layer (VPS-2.5)

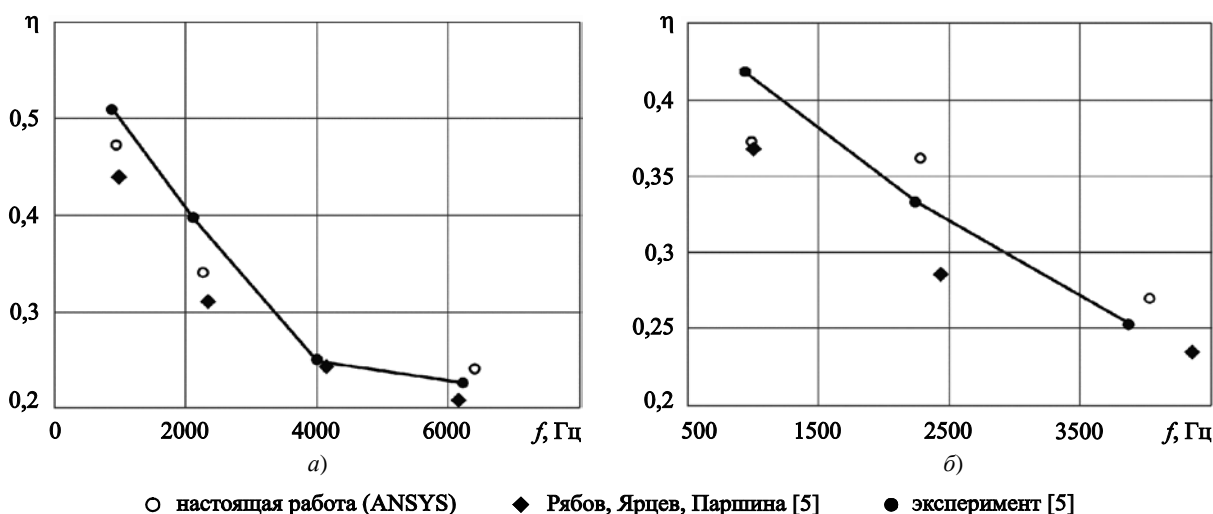


Рис. 6. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь изгибных (а) и крутильных (б) колебаний безопорной трехслойной пластины с вязкоупругим средним слоем из ВПС-3

Fig. 6. Calculated vs experimental results for natural frequencies and mechanical loss coefficients for bending (a) and torsion (b) vibrations of an unsupported three-layered plate with viscoelastic middle layer (VPS-3)

ных слоев мембран – стеклопластик Т-10-14/DION FR 9300. Структура армирования промежуточного вала толщиной 10 мм – параллельная, с ориентацией основы в тангенциальном направлении. Струк-

тура армирования жестких наружных слоев мембран толщиной $h_1 = h_3 = 2,5$ мм – квазиизотропная в плоскости армирования $[0^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{1s}$. Толщина среднего слоя мягкого вязкоупругого полимера ВПС-2,5 $h_2 = 0,5$ мм.

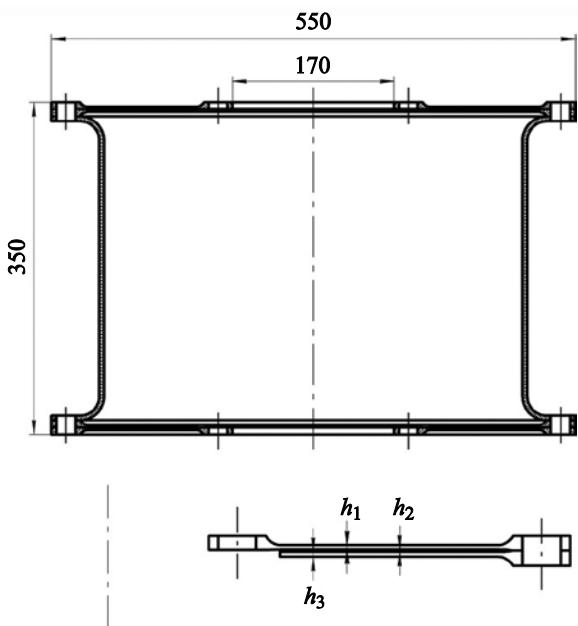


Рис. 7. Конструкция сборной композитной упругой муфты

Fig. 7. Design of a compound elastic composite coupling

В табл. 3 представлены расчетные и экспериментальные значения трех собственных частот (f_{cal} , f_{exp}) и соответствующих им коэффициентов механических потерь (η_{cal} , η_{exp}) низших тонов колебаний конструкций. Здесь же приведены расхождения расчетных и экспериментальных величин Δf_i , $\Delta \eta_i$. Сравнение величин коэффициентов механических потерь позволяет отметить, что сборная композитная упругая муфта обеспечивает эффективное рассеяние энергии всех мод колебаний. Ее высокие диссипативные характеристики обусловлены рассеянием значительной части потенциальной энергии деформации за счет циклического сдвигового деформирования среднего слоя из вязкоупругого полимера.

При сопоставлении расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь низших тонов колебаний рассматриваемой конструкции учитывается существование ряда неопределенностей, оказывающих значительное влияние на сходимость результатов численного моделирования с результатами эксперимента для динамических систем. К этим неопределенностям, увеличивающим расхождения

Таблица 3. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь опытных конструкций сборной композитной упругой муфты

Table 3. Calculated vs experimental results for natural frequencies and mechanical loss coefficients for the prototypes of compound elastic composite coupling

№ констр.	f_{exp} , Гц	f_{cal} , Гц	Δf_i , %	η_{exp}	η_{cal}	$\Delta \eta_i$, %	Примечания
1	19,64		13,95	0,285		-9,82	Первый тон осевых колебаний нижней мембраны
2	24,56	22,38	-8,88	0,307	0,257	-16,28	
3	27,70		-19,21	0,249		3,21	
1	63,88		11,52	0,342		-23,39	Первый тон осевых колебаний верхней мембраны
2	64,50	71,24	10,44	0,371	0,262	-29,38	
3	85,75		-16,92	0,317		-17,35	
1	239,41		13,69	0,0873		-12,71	Первый тон крутильных колебаний
2	254,67	272,19	6,88	0,103	0,0762	-26,02	
3	319,74		-14,87	0,0967		-21,20	

расчетных и экспериментальных величин, прежде всего относится неточность воспроизведения при проведении испытаний используемых в расчете граничных условий.

Кроме того, известно, что свойства выпускаемых промышленностью вязкоупругих полимеров могут изменяться от партии к партии, а фирмы время от времени вносят изменения в их состав или процесс изготовления, следовательно, характеристики, представляемые изготовителями, не могут быть полностью гарантированы [17]. Поэтому достигнутая сходимость расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь может считаться удовлетворительной.

Моделирование колебаний композитной упругой муфты

Simulation of elastic composite coupling vibrations

Исследование вынужденных колебаний вращающейся композитной упругой муфты производится на основе численного решения уравнений движения [9, 18, 19]:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + ([G] + [D])\{\dot{u}(t)\} + ([B] + [C])\{u(t)\} = \{F(t)\}, \quad (9)$$

где $[M]$, $[D]$, $[C]$ – симметричные матрицы масс ($[M] = [M]^T$), демпфирования ($[D] = [D]^T$) и жесткости ($[C] = [C]^T$); $[G]$ – антисимметричная матрица гироскопических моментов ($[G] = -[G]^T$), элементы которой зависят от угловой скорости вращения $\omega = \dot{\varphi}(t)$; $[B]$ – антисимметричная матрица некон-

сервативных позиционных сил (циркуляционная матрица) ($[B] = -[B]^T$); $\{u(t)\}$, $\{\dot{u}(t)\}$, $\{\ddot{u}(t)\}$ – векторы виброперемещений, виброскоростей и виброускорений; $\{F(t)\}$ – вектор внешних сил.

В случае свободных колебаний $\{F(t)\} = \{0\}$, и уравнения (9) принимают вид:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + ([G] + [D])\{\dot{u}(t)\} + ([B] + [C])\{u(t)\} = \{0\}. \quad (10)$$

Из анализа уравнения (10) следует, что увеличение угловой скорости вращения сопровождается изменением собственных частот вращающейся механической системы относительно собственных частот невращающейся механической системы. Это различие порождается влиянием гироскопических моментов и неконсервативных позиционных сил в уравнениях движения вращающегося валопровода, а именно связью собственного кинематического момента тела с угловой скоростью вращения относительно оси.

Зависимость собственных частот колебаний упругой муфты f_k и частот возбуждающих гармоник от угловой скорости вращения n , называемая диаграммой Кэмпбелла, позволяет определить режимы, на которых происходят резонансные колебания вращающейся композитной упругой муфты, изображенной на рис. 7. Мембраны упругой муфты жестко связаны с концами соединяемых валов. Другие концы валов закреплены в подпятниках, запрещающих все линейные и угловые перемещения за исключением вращения относительно оси валопровода.

В результате серии решений задачи на собственные значения с учетом гироскопических эффектов

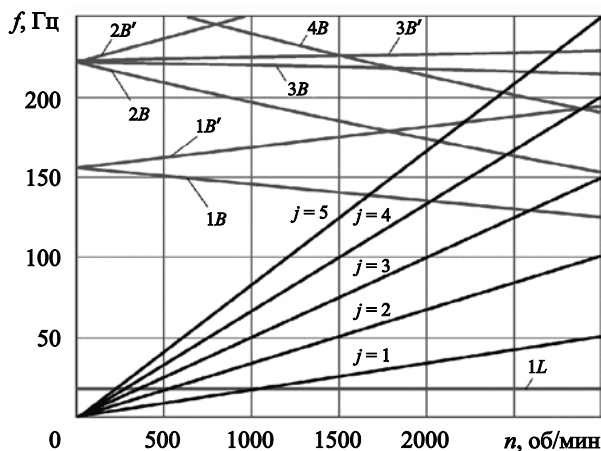


Рис. 8. Диаграмма Кэмпбелла для сборной композитной упругой муфты

Fig. 8. Campbell diagram for compound elastic composite coupling

и неконсервативных позиционных сил (10) для рассматриваемой упругой муфты построена диаграмма Кэмпбелла (рис. 8). На этой диаграмме по оси абсцисс отложены числа оборотов вращения валопровода n , а по оси ординат – собственные частоты колебаний упругой муфты f_k . Восходящие линии на диаграмме соответствуют прямой прецессии (линии $1B'$, $2B'$, $3B'$, ... на рис. 8), а нисходящие – обратной прецессии (линии $1B$, $2B$, $3B$, ... на рис. 8).

Лучи, проведенные из начала координат, представляют собой частоты возбуждения, кратные числу оборотов $f = 2\pi n/60$ с. Кратность j указана для каждого луча. Точки пересечения лучей с кривыми f_k и определяют частоты вращения валопровода, при которых возникают резонансные колебания упругой муфты. Таким образом, диаграмма Кэмпбелла позволяет найти резонансные частоты колебаний упругой муфты, которых следует избегать при проектировании валопровода. Это достигается за счет отстройки частоты вращения от рабочей частоты $n_{\text{раб}}$ вращающегося валопровода.

Диаграмма Кэмпбелла, строящаяся на основе решения задачи на собственные значения, устанавливает запретные частотные диапазоны эксплуатации композитной упругой муфты. Этого достаточно для динамических механических систем с малым демпфированием, для которых амплитуды перемещений при резонансных колебаниях велики. Но диаграмма Кэмпбелла не позволяет оценить влияние демпфирования на величины резонансных амплитуд перемещений и, следовательно, соответствующих этим перемещениям

величины деформаций и напряжений, возникающих в элементах упругой муфты с высокими диссипативными характеристиками.

Оценка влияния уровня диссипативных характеристик на величины резонансных амплитуд перемещений композитной упругой муфты может быть получена путем рассмотрения ее вынужденных колебаний на основе численного решения уравнений движения (9). В настоящей работе выполнены два варианта такой оценки.

В первом варианте рассматриваются вынужденные колебания невращающейся композитной упругой муфты, жестко связанной с концами соединяемых валов. Другие концы валов закреплены в подпятниках. На одном из подпятников запрещены все линейные и угловые перемещения за исключением угла поворота относительно оси вала. На втором подпятнике, помимо угла поворота относительно оси вала, разрешены осевое и радиальное смещения. К валу приложен изменяющийся по гармоническому закону вектор внешних сил

$$\{F(t)\} = \{F_L F_R M M_T\}^T e^{i\omega t},$$

где F_L , F_R – проекции амплитуды вектора внешних сил на осевое (L) и радиальное (R) направления; M , M_T – амплитуды изгибающего и крутящего моментов.

В этом случае $[G] = [B] = [0]$, и уравнения (9) приводятся к виду:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [D]\{\dot{u}(t)\} + [C]\{u(t)\} = \{F(t)\}. \quad (11)$$

Во втором варианте рассматриваются вынужденные колебания вращающейся композитной упругой муфты, находящейся в гравитационном поле сил тяжести. Мембраны упругой муфты жестко связаны с концами соединяемых валов. Другие концы валов закреплены в подпятниках, запрещающих все линейные и угловые перемещения за исключением угла поворота относительно оси вала. Закон изменения угловой скорости вращения входящего приводного вала во времени принимался в виде:

$$\omega = \dot{\phi}(t) = 100 \cdot t + 10 \cdot t. \quad (12)$$

Сравнительные численные исследования выполнялись для двух вариантов конструктивного исполнения композитной упругой муфты: а) слой вязкоупругого полимера ВПС-2,5 включен в состав конструкции мембран (рис. 7) и б) слой вязкоупругого полимера ВПС-2,5 исключен из состава конструкции мембран.

На рис. 9 представлены амплитудно-частотные характеристики, построенные по результатам численного исследования вынужденных колебаний невращающейся композитной упругой муфты. Сплошной черной линией обозначена АЧХ упругой муфты, в состав конструкции мембран которой включен слой вязкоупругого полимера ВПС-2,5. Сплошная серая линия соответствует АЧХ упругой муфты, из состава конструкции мембран которой исключен слой вязкоупругого полимера ВПС-2,5. Колебания возбуждались вектором внешних сил $\{F(t)\} = \{1N \ 1N \ 0 \ 1N_M\}^T e^{i\omega t}$.

Сопоставление АЧХ, приведенных на рис. 9, позволяет отметить, что включение в состав конструкции мембран слоя вязкоупругого полимера ВПС-2,5 приводит к незначительному изменению ее инерционно-жесткостных характеристик и существенному снижению резонансных максимумов.

Результаты численного моделирования вынужденных колебаний вращающейся композитной упругой муфты, находящейся в гравитационном поле сил тяжести, приведены на рис. 10 в виде графиков амплитудно-частотных зависимостей модулей главных векторов дополнительных динамических реакций в опорах валопровода, возникающих при изменении угловой скорости вращения входящего приводного вала в соответствии с равенством (12). Используемые на рис. 10 обозначения соответствуют обозначениям, принятым на рис. 9.

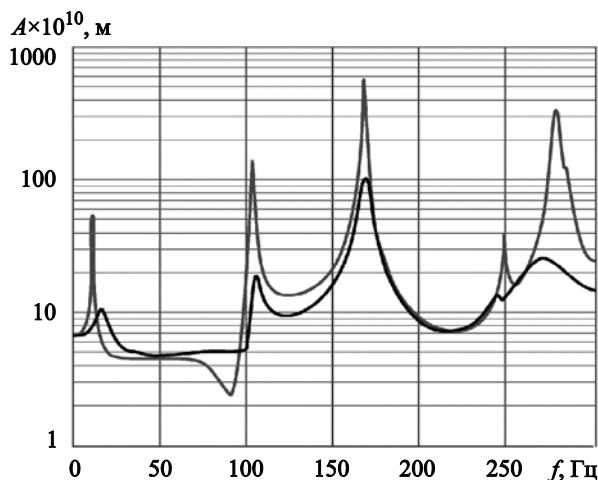
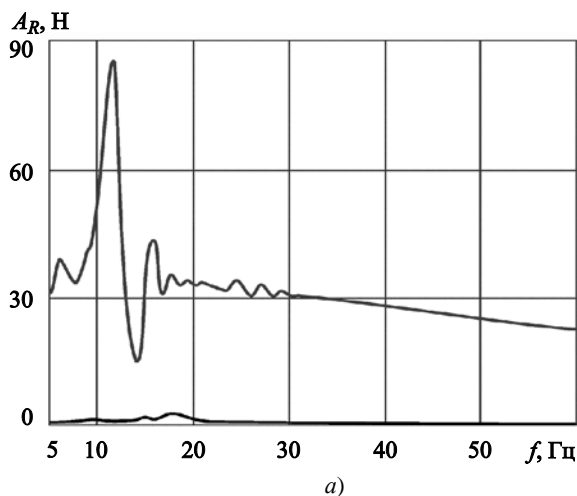


Рис. 9. Амплитудно-частотные характеристики двух вариантов конструкции сборной композитной упругой муфты, полученные в результате гармонического анализа

Fig. 9. Amplitude and frequency parameters for the two variants of compound elastic composite coupling (harmonic analysis results)

Совместный анализ графиков зависимостей, приведенных на рис. 8 и 10, позволяет отметить корреляцию между значениями частот колебаний, соответствующих локальным экстремумам функций $A_R = A_R(f)$, и резонансными частотами колебаний упругой муфты, определяемыми по диаграмме Кэмпбелла.

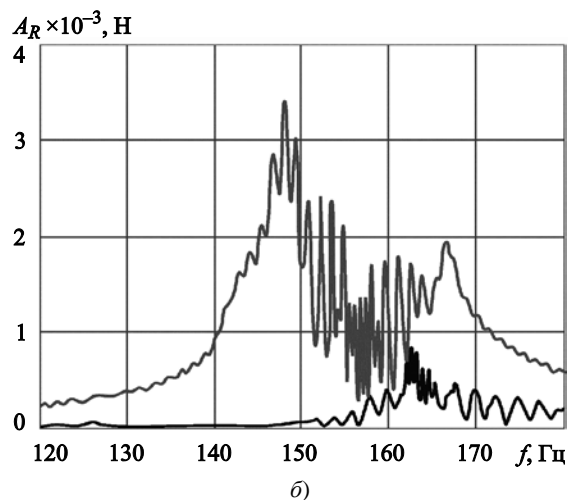


Рис. 10. Амплитудно-частотные характеристики модулей главных векторов дополнительных динамических реакций в опорах валопровода двух вариантов конструкции сборной упругой муфты в диапазоне частот: а) $f \in [5, 60]$ Гц; б) $f \in [120, 180]$ Гц

Fig. 10. Amplitude and frequency parameters for main vector moduli of additional dynamic responses in shafting supports for two variants of compound elastic composite coupling at frequencies а) $f \in [5, 60]$ Hz; б) $f \in [120, 180]$ Hz

Приведенные на рис. 10 графики однозначно свидетельствуют о целесообразности включения в состав конструкции мембран композитной упругой муфты слоя вязкоупругого полимера ВПС-2,5 с целью значительного снижения амплитуд резонансных максимумов частотных зависимостей модулей главных векторов дополнительных динамических реакций в опорах валопровода.

Заключение

Conclusion

Таким образом, в настоящей работе изложен приближенный комбинированный метод определения коэффициентов механических потерь композитных структур, образованных несущими слоями из конструкционных композитов и слоями вязкоупругих полимеров. Приведено описание процедуры валидации этого метода, выполненной путем сопоставления расчетных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь с экспериментальными данными.

Показано, что использование диаграммы Кэмпбелла не позволяет оценить влияние демпфирования на величины резонансных амплитуд перемещений, деформаций и напряжений, возникающих в элементах вращающейся композитной упругой муфты. Для конструкций вращающихся упругих муфт с высоким уровнем демпфирования более информативны оценки, основанные на анализе вынужденных колебаний.

Список использованной литературы

1. *Ефремов Л.В.* Теория и практика исследований крутильных колебаний силовых установок с применением компьютерных технологий. Санкт-Петербург: Наука. 2007. 276 с.
2. *Троцкий А.В., Чернышев А.А., Бухарина Г.И.* Крутильные колебания в судовых валопроводах энергетических установок с упругими нелинейными элементами // Труды Крыловского государственного научного центра. 2019. Спец. вып. 1. С. 183–188. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-1-S-I-183-188.
3. Вибрации в технике: справочник: [В 6 т.]. Т. 6: Защита от вибрации и ударов / Под ред. *К.В. Фролова*. Москва: Машиностроение. 1995. 456 с.
4. *Рябов В.М., Ярцев Б.А., Паришина Л.В.* Связанные колебания вязкоупругих трехслойных композитных пластин. 1. Постановка задачи // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2020. № 7(65). Вып. 3. С. 469–480. DOI: 10.21638/spbu01.2020.309.
5. *Рябов В.М., Ярцев Б.А., Паришина Л.В.* Связанные колебания вязкоупругих трехслойных композитных пластин. 2. Численный эксперимент // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2021. № 8(66). Вып. 1. С. 88–100. DOI: 10.21638/spbu01.2021.108.
6. *Паришина Л.В., Рябов В.М., Ярцев Б.А.* Рассеяние энергии при колебаниях неоднородных композитных структур. 1. Постановка задачи // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2018. Т. 5(63). Вып. 2. С. 300–309. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2018.210.
7. *Паришина Л.В., Рябов В.М., Ярцев Б.А.* Рассеяние энергии при колебаниях неоднородных композитных структур. 2. Метод решения // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2018. Т. 5(63). Вып. 4. С. 678–688. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2018.414.
8. *Паришина Л.В., Рябов В.М., Ярцев Б.А.* Рассеяние энергии при колебаниях неоднородных композитных структур. 3. Численный эксперимент // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2019. Т. 6(64). Вып. 1. С. 144–156. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2019.111.
9. Вибрации в технике: справочник: [В 6 т.]. Т. 1: Колебания линейных систем / Под ред. *В.В. Болотина*. Москва: Машиностроение, 1978. 352 с.
10. *Lin D.X., Ni R.G., Adams R.D.* Prediction and measurement of the vibrational damping parameters of carbon and glass fibre-reinforced plastics plates // Journal of Composite Materials. 1984. Vol. 18, No. 3. P. 132–152.
11. *Maheri M.R.* The effect of layup and boundary conditions on the modal damping of FRP composite panels // Journal of Composite Materials. 2010. Vol. 45(13). P. 1411–1422.
12. *Koo K.N., Lee I.* Vibration and damping analysis of composite laminates using shear deformable finite element // AIAA Journal. 1993. Vol. 31, No. 4. P. 728–735.
13. *Ni R.G., Adams R.D.* The damping and dynamic moduli of symmetric laminated composite beams – Theoretical and experimental results // Journal of Composite Materials. 1984. Vol. 18, No. 3. P. 104–121.
14. *Saravanos D.A., Chamis C.C.* Unified micromechanics of damping for unidirectional and off-axis fiber composite // Journal of Composite Technology & Research. 1990. Vol. 12, No. 1. P. 31–40.
15. *Ni R.G., Adams R.D.* A rational method for obtaining the dynamic mechanical properties of laminae for predicting the stiffness and damping of laminated plates and beams // Composites. 1984. Vol. 15, No. 3. P. 193–199.
16. *Иванцова О.Н., Рябов В.М., Ярцев Б.А.* Собственные колебания анизотропных пластин из полимерных

- компози́тов. I. Слоистые квазиоднородные пластины // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика, механика, астрономия. 1999. Вып. 2 (№ 8). С. 28–34.
17. *Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж.* Демпфирование колебаний. Москва : Мир. 1988. 448 с.
18. *Meirovitch L.* Computational methods in structural dynamics. Alphen aan den Rijn, The Netherlands; Rockville, Maryland, USA : Sijthoff & Noordhoff, 1980. 439 p.
19. *Самогин Ю.Н., Серков С.А., Чирков В.П.* Метод конечных элементов в динамических расчетах турбомашин / Под ред. В.П. Чиркова. Москва : Физматлит, 2016. 212 с.
2018. Vol. 51, No. 4. P. 413–420. DOI: 10.3103/S106345411804012X.
8. *Parshina L.V., Ryabov V.M., Yartsev B.A.* Energy Dissipation during Vibrations of Heterogeneous Composite Structures: 3. Numerical Experiments. // Pleiades Publishing, Ltd. Vestnik St. Petersburg University. Mathematics. 2019. Vol. 52, No. 1. P. 102–111. DOI: 10.3103/S1063454119010114.
9. 9. Vibrations in engineering. Reference book. In 6 vol. Vol. 1. Vibrations of linear systems / Under editorship of V.V. Bolotin. Moscow : Mashinostroyeniye, 1978. 352 p. (in Russian).
10. *Lin D.X., Ni R.G., Adams R.D.* Prediction and measurement of the vibrational damping parameters of carbon and glass fibre-reinforced plastics plates // Journal of Composite Materials. 1984. Vol. 18, No. 3. P. 132–152.
11. *Maheri M.R.* The effect of layup and boundary conditions on the modal damping of FRP composite panels // Journal of Composite Materials. 2010. Vol. 45(13). P. 1411–1422.
12. *Koo K.N., Lee I.* Vibration and damping analysis of composite laminates using shear deformable finite element // AIAA Journal. 1993. Vol. 31, No. 4. P. 728–735.
13. *Ni R.G., Adams R.D.* The damping and dynamic moduli of symmetric laminated composite beams – Theoretical and experimental results // Journal of Composite Materials. 1984. Vol. 18, No. 3. P. 104–121.
14. *Saravanos D.A., Chamis C.C.* Unified micromechanics of damping for unidirectional and off-axis fiber composite // Journal of Composite Technology & Research. 1990. Vol. 12, No. 1. P. 31–40.
15. *Ni R.G., Adams R.D.* A rational method for obtaining the dynamic mechanical properties of laminae for predicting the stiffness and damping of laminated plates and beams // Composites. 1984. Vol. 15, No. 3. P. 193–199.
16. *Ivantsova O.N., Ryabov V.M., Yartsev B.A.* Natural vibrations of anisotropic plates made of polymeric composites. I. Quasi-uniform layered plates // Vestnik of St. Petersburg University. Series 1: Mathematics, mechanics, astronomy, 1999, Issue 2 (No. 8). P. 28–34 (in Russian).
17. *Nashif A.D., Johnes D.I.G., Henderson J.P.* Vibration Damping. 1985. John Wiley & Sons. 480 p.
18. *Meirovitch L.* Computational methods in structural dynamics. Alphen aan den Rijn, The Netherlands; Rockville, Maryland, USA : Sijthoff & Noordhoff, 1980. 439 p.
19. *Samogin Yu.N., Serkov S.A., Chirkov V.P.* Finite-element method in dynamic calculations of turbomachines / Under editorship of V.P. Chirkov. Moscow : Fizmatlit, 2016. 212 p. (in Russian).

References

1. *Yefremov L.V.* Computer-based torsion vibration studies of power plants: theory and practice. St. Petersburg : Nauka, 2007. 276 p. (in Russian).
2. *Troitsky A.V., Chernyshev A.A., Bukharina G.I.* Torsional vibrations of marine propulsion shafting with elastic non-linear elements // Transactions of Krylov State Research Centre. 2019. Special Issue No. 1. P. 183–188. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-1-S-I-183-188 (in Russian).
3. Vibrations in engineering. Reference book. Vol. 6 Vibration and impact protection / Under editorship of K.V. Frolov. Moscow : Mashinostroyeniye, 1995. 456 p. (in Russian).
4. *Ryabov V.M., Yartsev B.A., Parshina L.V.* Coupled Vibrations of Viscoelastic Three-Layer Composite Plates. 1. Formulation of the Problem // Pleiades Publishing, Ltd. Vestnik St. Petersburg University. Mathematics. 2020. Vol. 53, No. 3. P. 320–328. DOI: 10.1134/S1063454120030127.
5. *Ryabov V.M., Yartsev B.A., Parshina L.V.* Coupled Vibrations of Viscoelastic Three-Layer Composite Plates. 2. Numerical Experiments // Pleiades Publishing, Ltd. Vestnik St. Petersburg University. Mathematics. 2021. Vol. 54, No. 1. P. 69–77. DOI: 0.1134/S106345412101009X.
6. *Parshina L.V., Ryabov V.M., Yartsev B.A.* Energy dissipation during vibrations of nonuniform composite structures: 1. Formulation of the problem. // Pleiades Publishing, Ltd. Vestnik St. Petersburg University. Mathematics. 2018. Vol. 51, No. 2. P. 175–181. DOI: 10.3103/S1063454118020073.
7. *Parshina L.V., Ryabov V.M., Yartsev B.A.* Energy Dissipation during Vibrations of Heterogeneous Composite Structures: 2. Method of Solution. // Pleiades Publishing, Ltd. Vestnik St. Petersburg University. Mathematics.

Сведения об авторах

Лысенко Александр Петрович, инженер 1-й категории ФГУП «Крыловский государственный научный центр».

Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 415-46-10. E-mail: krylov.ksrc.ru.

Ярцев Борис Александрович, д.т.н., начальник сектора ФГУП «Крыловский государственный научный центр».

Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 415-47-06. <https://orcid.org/0000-0001-7443-1039>.

About the authors

Alexandr P. Lysenko, 1st Category Engineer, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 415-46-10. E-mail: krylov.ksrc.ru.

Boris A. Yartsev, Dr. Sci. (Eng.), Head of Sector, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh. St. Petersburg Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 415-47-06. <https://orcid.org/0000-0001-7443-1039>.

Поступила / Received: 07.03.23
Принята в печать / Accepted: 28.08.23
© Лысенко А.П., Ярцев Б.А., 2023