

УДК 539.422.24
EDN: DYAMOG

Г.Б. Крыжевич^{1, 2} , Ю.Ф. Волынец¹

¹ ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

² ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный морской технический университет», Санкт-Петербург, Россия

ОБЗОР ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Объект и цель научной работы. Объектом обзора являются современные энергетические критерии усталостного разрушения металлических конструкций. Цели работы – поиск в научных публикациях новых и модифицированных энергетических критериев, их систематизация и группировка на основе подобию свойств, оценка относительной простоты в использовании, универсальности и наглядности результатов расчетов.

Материалы и методы. Рассматриваются сплавы, используемые в судовом корпусе и морской технике. Используются методы механики разрушения и расчета усталостной прочности конструкций.

Основные результаты. На основании проанализированных публикаций установлено, что энергетические критерии усталостного разрушения, описанные в работах [11, 19, 58], обладают достаточно высокой степенью физической обоснованности и удовлетворительной точностью прогнозирования долговечности конструкций, сочетающейся с универсальностью. В части практического использования большое распространение получила группа методов, полученных на основе модификаций моделей Смита – Уотсона – Топпера (SWT), а также модели Лю [19] и Глинки [58], которые можно рассматривать как энергетические. Выявлена целесообразность для повышения точности расчетов применения метода критической плоскости при наличии непропорциональности в циклах нагружения.

Заключение. Анализ широкого спектра критериальных параметров повреждения и соответствующих методов оценки характеристик усталости позволяет заключить, что наибольший потенциал для практики судостроения имеют параметры SWT, в которых усталостная долговечность определяется на основе данных по характеристикам усталости, экспериментально найденных при двух видах напряженно-деформированного состояния образцов, реализуемых в процессе циклического нагружения с отрицательным коэффициентом асимметрии цикла (при растяжении-сжатии и сдвиге).

Ключевые слова: критерий усталостного разрушения, энергетический параметр; критическая плоскость; усталостная прочность конструкций, механика разрушения.

Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

UDC 539.422.24
EDN: DYAMOG

G.B. Kryzhevich^{1, 2} , Yu.F. Volynets¹

¹ Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

² St. Petersburg State Marine Technical University, St. Petersburg, Russia

POWER-BASED CRITERIA OF FATIGUE FAILURE OF METAL STRUCTURES: REVIEW

Object and purpose of research. This paper reviews modern power-based criteria of fatigue failure of metal structures. The purposes of the study were to explore available literature to find out new and modified power-based criteria, as well as to describe and classify them in a systematic manner as per the similarities of their properties, as well as to estimate relative ease of practical use, flexibility and clarity of calculation results.

Для цитирования: Крыжевич Г.Б., Волынец Ю.Ф. Обзор энергетических критериев усталостного разрушения металлических конструкций. Труды Крыловского государственного научного центра. 2026; 3(417): 27–48.

For citations: Kryzhevich G.B., Volynets Yu.F. Power-based criteria of fatigue failure of metal structures: review. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2026; 3(417): 27–48 (in Russian).

Materials and methods. The study investigates the alloys used in hulls and other structures of ships and marine platforms. It follows the methods of failure mechanics and fatigue strength calculation of structures.

Main results. Analysis of available publications has shown that power-based criteria of fatigue failure described in References [11, 19, 58] are sufficiently justified from the standpoint of physics. They are also flexible and give satisfactory estimates of durability for various structures. The methods commonly used in practice are basically modifications of Smith-Watson-Topper (SWT) models, as well as the models of Liu [19] and Glinka [58] that can also be regarded as power-based. It was found that for greater accuracy of calculations for the cases of unproportional loading cycles it would be practicable to apply the method of critical plane.

Conclusion. Analysis of a wide spectrum of criterion-based damage parameters and corresponding methods of fatigue assessment makes it possible to conclude that the most promising for shipbuilding practice are SWT parameters where fatigue life is calculated from the experimental fatigue data for two kinds of stress-strain state of samples achieved through fatigue loading with negative coefficient of cycle asymmetry (tension-compression and shear).

Keywords: fatigue failure criterion, power-based parameter, critical plane, fatigue strength, structural failure mechanics.

The authors declare no conflicts of interest.

Введение

Introduction

Проектирование надежных и конкурентоспособных образцов морской техники требует постоянного совершенствования методов расчета усталостной прочности и их возрождения на новой основе. Начиная с 1960-х гг. опубликовано множество работ ведущих отечественных и зарубежных кораблестроителей, посвященных усталости. Полученные результаты нашли отражение в действующих нормативных документах и правилах классификационных обществ. Сейчас работы в этом направлении продолжаются, однако решение задачи далеко от завершения, о чем говорит не только не уменьшающееся, но и увеличивающееся количество теоретических работ по усталостной прочности и по анализу усталостных повреждений конструкций морской техники.

Вопросам усталостной прочности металлических судовых конструкций посвящены работы А.А. Курдюмова, В.А. Быкова, В.В. Козлякова, А.И. Максимаджи, Н.В. Барабанова, С.В. Петина, А.М. Волкова и др. Определяющая роль в формулировании подходов и методов расчета усталостной прочности судовых конструкций принадлежит ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. Здесь были осуществлены уникальные экспериментальные исследования натурных и крупномасштабных узлов судового корпуса при близких к реальным режимам циклического нагружения. Широко известны работы В.В. Новожилова, Г.В. Бойцова, П.П. Зиганченко, С.Д. Кноринга, О.Г. Рыбакиной и др. Вероятностные и низкотемпературные аспекты проблемы усталости развивались в работах [1–5], но в них не отражены энергетические подходы к расчету усталости.

Одной из важных составных частей вопроса оценки долговечности и надежности судовых кон-

струкций, широко обсуждаемой в современной научной литературе, является разработка физически обоснованных критериев циклической прочности при сложных видах напряженного состояния. Достижения физических методов исследования в 1920-х гг. позволили более глубоко проникнуть в сущность явлений, приводящих к накоплению повреждений структуры материала и усталостному разрушению. В результате Я.И. Френкель, Дж. Тейлор, Е. Орован и др. предложили элементы дислокационной теории прочности, в т.ч. усталостной. Одновременно с развитием теории дислокации появилось научное направление, развивавшее энергетические представления о механизмах и закономерностях деформации и разрушения твердых тел.

Физически более совершенными являются энергетические критерии, в которых мерой повреждения служит работа, затрачиваемая на пластическое деформирование. В этом направлении давно известны работы А. Надаи, В.С. Ивановой, Д. Морроу, Ч. Фелтнера, А.Н. Романова, П.А. Павлова. Из энергетических подходов наиболее перспективными являются те, которые при относительной простоте дают точные прогнозы сроков появления усталостного разрушения в условиях сложного напряженного состояния конструкций, характерного для зон повышенной концентрации напряжений, в которых обычно и появляются трещины усталости. В этой области известны, например, выполненные в прошлом веке отечественные исследования В.С. Ивановой, В.Т. Трошенко [87], А.П. Аносова. Краткое освещение результатов современных работ в этом направлении содержится в статьях [6–9]. Обзору зарубежных работ посвящены публикации [20, 39–44]. Настоящий обзор касается только конструкций из сталей и легких сплавов. Модели усталостного повреждения, от-

носящиеся к полимерным материалам и композициям, здесь не рассматриваются.

Одним из важных нерешенных методических вопросов теории усталостного разрушения является сведение трехосного напряженного состояния к его одноосному эквиваленту. Для этой цели были предложены различные типы критериев усталостной прочности, в которые входят некоторые эквивалентные напряжения или деформации, или энергетические параметры (например, удельная энергия формоизменения), позволяющие упрощенно описать влияние сложных видов напряженно-деформированного состояния (компонент тензоров напряжений и деформаций), на параметры усталостного повреждения (меры усталостного разрушения). Таким образом, критерии многоосной усталости, вытекающие из множества гипотез накопления повреждений, можно условно разделить в зависимости от физической природы параметров, от которых зависит мера повреждения, на силовые критерии (если параметры представляют собой напряжения, т.е. внутренние силы), деформационные критерии (если они являются деформациями) и комбинированные критерии (если параметры зависят как от напряжений, так и от деформаций).

Частным случаем комбинированных критериев являются энергетические критерии (которые зависят от энергетических характеристик напряженно-деформированного состояния в точке или от других пропорциональных им величин). Несмотря на условность приведенной выше классификации критериев усталостной прочности, множество современных критериев являются полуэмпирическими, основанными на испытаниях образцов, большей частью подверженных простому (одноосному) напряженному состоянию и, как следствие, в своих оценках долговечности использующих одну компоненту напряжений (например, силовые модели Велера и Басквина с коррекциями среднего напряжения по Герберу, Гудману, Содебергу, Морроу, Уолкеру и др.), одну компоненту деформаций в случае деформационных критериев (модели Коффина, Коффина – Мэнсона), либо несколько компонент напряжений и деформаций в случае комбинированных моделей критической плоскости (модели Финдли (Findley) [12], Брауна – Миллера (Brown – Miller) [13], Фатеми – Соци (Fatemi – Socie) [14], Данг Вана (Dang Van) [15, 16], Беннантина – Соци (Bannantine – Socie) [17], МакДиармида (McDiarmid) [18]).

К энергетическим критериям можно отнести модели Рыжкова [11], Гаруды [21], Смита – Уотсона – Топпера [22], Лю (Liu) [19] и Глинки (Glinka) [58]. Сегодня в технической литературе (монографиях

и статьях) много внимания уделяется обсуждению энергетических критериев и их преимуществ над силовыми и деформационными критериями. В частности, большой объем публикаций посвящен концепции создания критерия усталостной прочности на основе предложений Смита – Уотсона – Топпера (SWT).

Целями настоящего обзора являются выявление и систематизация положительных сторон энергетических (и близких к ним по физическому существу) критериев.

1. Энергетические критерии усталостного разрушения

1. Energy criteria for fatigue failure

В настоящее время разрабатываются методы прогнозирования усталостной долговечности, основанные на энергетических критериях усталостного разрушения.

Основное достоинство указанных методов заключается в универсальности, связанной с тем, что такие критерии можно использовать для сравнения плотностей энергии деформации при циклическом и статическом разрушениях. Поэтому им посвящен большой объем исследований [6–9, 12–86]. Выполненное в этих работах структурно-энергетическое описание процессов упругопластической деформации и разрушения твердых тел позволило выявить глубокую взаимосвязь пластической деформации металла, накопления повреждений с энергетическими характеристиками процесса.

Важно отметить, что математическая модель такой связи в общем случае не может быть удовлетворительно описана при учете лишь одной циклически изменяющейся компоненты напряженно-деформированного состояния (НДС). Ситуация усугубляется при непропорциональном нагружении конструкции (твердого тела), когда главные оси тензоров σ и ϵ могут поворачиваться в материальной системе координат, что ускоряет процесс накопления усталостных повреждений и требует учета многокомпонентности НДС и взаимосвязи этих тензоров.

Энергетические критерии усталостного разрушения материала были разработаны во второй половине прошлого столетия и продолжают совершенствоваться. Применение в качестве энергетического критерия накопленной плотности энергии деформации позволяет точнее описывать усталостное поведение в режиме малоциклового усталости. Несмотря на то, что не вся энергия, рассеиваемая в материале в процессе циклического нагружения изделий, связана с усталостным повреждением (значительная ее

часть переходит в тепловую), детальный анализ зависимости долговечности от накопленной плотности энергии деформации, приведенный, например, в работе [22], подтвердил высокую эффективность энергетического подхода к расчету усталостной прочности. Полученные данные подтверждают возможность использования энергетического критерия для прогнозирования долговечности металлических материалов в условиях концентрации напряжений.

Прогнозирование усталостной долговечности с использованием энергетического критерия предполагает, что разрушение произойдет при достижении при циклическом деформировании определенного значения плотности энергии деформации. В случае малоциклового усталости определяющей компонентой усталостного повреждения является пластическая составляющая плотности энергии, которая представляет собой при одноосном нагружении площадь петли гистерезиса, построенной в координатах деформации ϵ и напряжения σ .

Удельную энергию, поглощенную при циклическом нагружении (ΔW_p), можно оценить с помощью численного интегрирования петли упругопластического гистерезиса. Полная плотность энергии деформации представляет собой сумму упругой (ΔW_e) и пластической (ΔW_p) компоненты:

$$\Delta W_T = \Delta W_e + \Delta W_p.$$

В работе [11] подтверждено наличие хорошо выраженной функциональной зависимости полной плотности энергии деформации от долговечности N , которая выражается в степенной форме

$$\Delta W_T = W_f N^m, \quad (1)$$

где W_f и m – коэффициент и показатель усталостной долговечности соответственно.

Влияние полной плотности энергии деформации ΔW_T стабилизированной петли гистерезиса в середине испытания на число циклов N до усталостного разрушения образца из никелевого жаропрочного сплава, идентичного зарубежному аналогу Inconel 718, представлено на рис. 1. Там же приведены зависимости долговечности от упругой и пластической составляющих полной плотности энергии. Точка пересечения упругой и пластической составляющих расположена в области $2 \cdot 10^4$ циклов, что свидетельствует о значительном влиянии упругого и пластического деформирования на усталостные явления в этой области.

Модель повреждения материала, рассмотренная Гарудой [21], предусматривает вычисление накопленной пластической энергии следующим образом:

$$\Delta W_p = \int_{\text{cycle}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p,$$

где σ_{ij} – тензор напряжений, ϵ_{ij}^p – тензор пластической деформации.

Эта модель, как и основанная на уравнении (1), базируется на идее связи усталостной долговечности горячей точки с удельной пластической работой, совершаемой при циклическом нагружении. Простое сложение пластической энергии, например, от растяжения-сжатия и кручения, недостаточно корректно описывает процесс усталости, поэтому обычно вводят корректирующие коэффициенты ω для энергии сдвиговой деформации (обычно $\omega = 0,5$).

Другие предложения, вызывающие сомнение в их корректности, касаются добавления к накопленной пластической энергии ΔW_p упругой (связан-

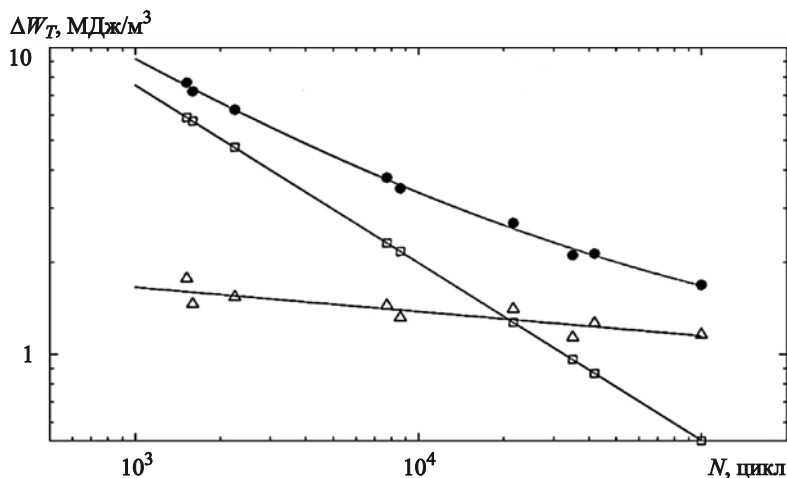


Рис. 1. Упругая (Δ) и пластическая (□) компоненты полной (●) плотности энергии деформации стабилизированной петли гистерезиса в середине испытания

Fig. 1. Elastic (Δ) and plastic (□) components of total (●) density of deformation energy for the stabilized hysteresis loop in the middle of test

ной с изменением формы) и гидростатической энергии (ΔW_e и ΔW_h соответственно):

$$\Delta W = \Delta W_p + \Delta W_e + \Delta W_h. \quad (2)$$

Гидростатическая энергия зависит от гидростатического напряжения σ_h :

$$\Delta W_h = \frac{3(1-2\nu)}{2E} \sigma_h^2, \quad (3)$$

где E – модуль упругости Юнга, ν – коэффициент Пуассона.

Недостатком такого правила суммирования энергий является игнорирование того факта, что пластическая энергия ΔW_p оказывает более существенное повреждающее действие по сравнению с гидростатической энергией. Еще одним недостатком модели Гаруды является отсутствие учета влияния вида напряженного состояния на критическое значение энергии, соответствующее разрушению.

Большее распространение в расчетной практике и технической литературе получила концепция, основанная на использовании параметра Смита – Уотсона – Топпера (SWT) [22], которая, судя по публикациям, все еще находится в стадии доработки, осуществляемой многими авторами. В этой концепции вводится в рассмотрение критериальный параметр, строго говоря, не являющийся энергией, но зависящий от некоторых характерных значений (амплитуд или максимальных величин) напряжения и деформации (точнее, от произведения этих значений). В большинстве случаев такой параметр имеет тесную связь (как правило, линейную) с удельной энергией, накопленной за один цикл упругопластического деформирования. Следует отметить, что независимо от того, является эта величина удельной энергией или энергетическим параметром, зависящим от характерных значений напряжения и деформации, единицей измерения величины является МПа. Согласно [22], критериальный параметр SWT, определяющий меру накопления усталостных повреждений, может быть модифицирован для учета влияния среднего напряжения на усталостную долговечность.

В данной работе представлена процедура суммирования кумулятивного повреждения в терминах этого критериального параметра. Предложенный подход к расчету долговечности протестирован на различных металлах (сталих и алюминиевых сплавах) и условиях циклического нагружения. Подробности использования этого параметра и его различные модификации описаны в последующих разделах.

В разделе 2 дано подробное описание исходного (авторского) варианта параметра усталостного повреждения Смита – Уотсона – Топпера. В разделе 3 описаны модификации в плоскости, определяемой значениями нормального напряжения и деформации. В разделе 4 представлен параметр повреждения, определяемый значениями касательного напряжения и деформации сдвига. Параметр SWT, определяемый деформациями растяжения-сжатия и сдвига, представлен в разделе 5. Проверка различных моделей описана во многих работах, особенно в обзорных статьях [3–18].

В следующем разделе представлены усталостные характеристики материала, используемые для определения долговечности. Далее описаны методы определения параметра повреждения (ПП) в зависимости от выбранной модифицированной модели определения усталостной долговечности. Обсуждение анализируемых (исходной и видоизмененных) моделей представлено в разделе 7. Отметим, что в одной из простейших моделей усталости параметр повреждения может быть определен на основе эквивалентного напряжения. Все эти модели целесообразно определять в критической плоскости, которая позволяет учесть наилучшим образом зависимости параметров повреждения от вида напряженного состояния и ряда важных факторов, учитываемых в модели усталостного разрушения.

2. Описание исходного параметра усталостного повреждения Смита – Уотсона – Топпера

2. Description of the Smith – Watson – Topper fatigue damage initial parameter

Исходный параметр Смита – Уотсона – Топпера [22] можно обозначить как параметр повреждения, D_n :

$$D_n = \sigma_{\max} \varepsilon_a, \quad (4)$$

где $\sigma_{\max}$ – максимальное нормальное напряжение, ε_a – амплитуда линейной деформации или (в модифицированной версии) эквивалентное значение напряжения:

$$D_\sigma = (\sigma_{\max} \varepsilon_a E)^{1/2} + (\sigma_{\max} \sigma_a)^{1/2}, \quad (5)$$

где $\sigma_{\max}$ можно рассматривать как сумму амплитуды напряжений σ_a и их средних значений σ_m

$$\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m, \quad (6)$$

где E – модуль Юнга.

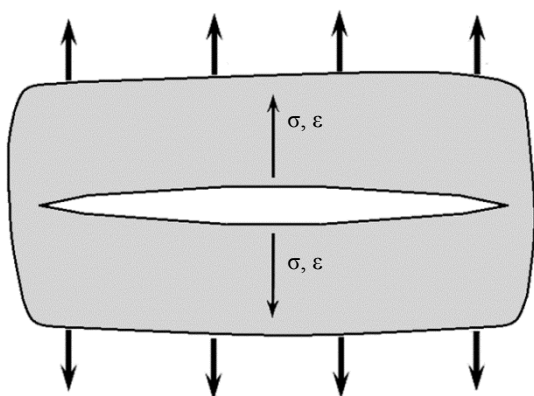


Рис. 2. Интерпретация параметра SWT, определяемого растягивающими (нормальными) компонентами

Fig. 2. Interpretation of SWT parameter determined by normal (tension) component

Параметры в модификациях (4) и (5) успешно использовались для описания одноосной циклической усталости с ненулевым средним значением во всем диапазоне чисел циклов нагружения до появления усталостного разрушения. Здесь можно упомянуть шесть монографий [39–44], в которых представлены результаты циклических испытаний для многочисленных материалов. Эти результаты сопоставлены с прогнозами усталостного разрушения образцов на основе использования параметров SWT в форме (4) или (5). Для образцов, нагружаемых с нулевым и ненулевым средним значением напряжений в циклах, наблюдалось удовлетворительное соответствие прогнозируемых и фактических чисел нагружения до появления трещин усталости.

Этот параметр впоследствии многократно модифицировался и использовался для описания усталостной долговечности в сложных условиях нагружения. Интерпретация параметра SWT, определяемого растягивающей (нормальной) составляющей, показана на рис. 2.

3. Параметр Смита – Уотсона – Топпера, определяемый нормальными напряжениями и деформациями

3. The Smith – Watson – Topper Parameter Defined by Normal Values

Более подробный анализ параметра Смита – Уотсона – Топпера (4), связанного с влиянием среднего значения, можно найти в [45], где Чжан и Акид

проанализировали параметр SWT, основываясь не только на сдвиге или растяжении-сжатии, но и на растяжении-сжатии со статическим кручением и циклическом кручении со статическим растяжением. Эти нестандартные испытания на усталость позволили авторам эффективно проверить предложенную модель.

В [46] авторы оценили влияние средней деформации на общее количество циклов до усталостного разрушения алюминиевого сплава AA7175-T1 на основе эмпирических соотношений для параметра SWT, разработанных Морроу и Уокером, которые использовались для корректировки экспериментальных данных и прогнозирования поведения усталостной долговечности при различных значениях средней деформации, приложенных во время циклической нагрузки. Влияние среднего значения, модифицированного в соответствии с предложением (5), можно записать, согласно предложению Волкера [47], как

$$D_{\sigma} = \sigma_{\max}^{1-\bar{\gamma}} \sigma_a^{\bar{\gamma}}; \quad (7)$$

или Лю и др. [48] в форме

$$D_n = 2\bar{\gamma} \sigma_{\max} \epsilon_a, \quad (8)$$

здесь

$$\bar{\gamma} = 0,5 \pm \frac{\sigma_y - \sigma_u}{\sigma_y + \sigma_u}, \quad (9)$$

где $\bar{\gamma}$ – зависящий от материала показатель степени, σ_y – предел текучести, σ_u – предел прочности плиты.

В данном исследовании, учитывая высокую степень коррекции среднего напряжения цикла и сложность получения характеристик материала в методе Волкера, предложен упрощенный метод описания параметра материала. Согласно [48], предложенная модель зависимости деформации от срока службы обеспечивает более точные результаты прогнозирования срока службы, чем исходный метод SWT.

В [49] проанализированы результаты испытаний на усталость стали SAE 1045 с различными средними значениями. Для этой цели использовались различные модели, включая два исходных параметра SWT, найденные по формуле (5), и две модификации этого параметра, предложенные Бергманном и др. [50]:

$$D_{\sigma} = \{(\sigma_a + k\sigma_m)\epsilon_a E\}^{1/2}. \quad (10)$$

Эта модификация основана на том факте, что при значении коэффициента k , не равном 1, получается лучшее соответствие расчетных данных результатам эксперимента.

В [50] авторы установили, что $k = 0,45$ при анализе результатов, полученных для углеродистой стали, и в [51] показали, что лучшее соответствие эксперименту достигается при $k = 0,4$. В [49] авторы показали, что для стали 1045 наименьшая ошибка по отношению к эксперименту получена при $k = 1,2$. Согласно Робертсу и Эрдогану [52]:

$$D_{\sigma} = \{(\sigma_a)^{\bar{\gamma}} (\sigma_{\max})^{1-\bar{\gamma}} \varepsilon_a E\}^{1/2}. \quad (11)$$

В [51] авторы предложили использовать показатель степени для $\bar{\gamma} = 0,5$. Сак [53] модифицировал исходную форму параметра SWT с учетом максимального диапазона изменения (размаха) деформации $\Delta \varepsilon_{\max}$:

$$D_{\sigma} = \left\{ \left(\sigma_{\max} \frac{\Delta \varepsilon_{\max}}{2} E \right)^{1/2} \right\}. \quad (12)$$

где максимальное значение напряжения определяется в плоскости с наибольшим диапазоном деформации.

В данной работе показано, что режим разрушения зависит от материала, диапазона деформации и гидростатического напряженного состояния. Испытания для подтверждения этих моделей были проведены с Inconel 718, SAE 1045 и трубчатыми образцами из нержавеющей стали типа AISI 304 в режиме контроля деформации. Наварро и др. [54] использовали различные модели, включая модель на основе SWT в ее классической форме, для анализа на основе испытаний на усталостный фреттинг-износ.

Аналогичные допущения можно найти в [27], где также была модифицирована исходная версия

$$D_{\sigma} = \{(\sigma_{\max} \varepsilon_a E)^{1/2}\}_{\max} \quad (13)$$

и искалась плоскость, в которой произведение максимального напряжения и амплитуды деформации достигает максимального значения.

Кроме того, Шолвинский и Фаррис [55] использовали параметр SWT для анализа испытаний на усталостный фреттинг-износ, где максимальное напряжение определяется условиями, при которых проводились испытания, а размах деформации определялся в предположении о плоском напряженно-деформированном состоянии.

4. Параметр Смита – Уотсона – Топпера при сдвиге

4. Smith – Watson – Topper parameter at shear

Ю и др. [56] предложили сдвиговую модель, подобную исходной форме параметра SWT (5), определяемого нормальными напряжениями и деформациями. В этой модели решающим фактором разрушения является произведение максимального напряжения и амплитуды деформации. При сдвиге, характеризуемом максимальной деформацией сдвига $\gamma_{\max}$ и амплитудой этих деформаций γ_a :

$$D_s = (\gamma_{\max} \gamma_a G)^{1/2}, \quad (14)$$

где G – модуль сдвига.

Суман и др. [57] предложили другую форму параметра разрушения (повреждения):

$$D_{\tau} = (G \Delta \gamma)^{\varpi} \tau_{\max}^{1-\varpi} \left[1 + k \frac{(\sigma \tau)_{\max}}{\sigma_0^2} \right], \quad (15)$$

где $\tau_{\max}$ – максимальное напряжение сдвига.

Интерпретация параметра SWT, определяемого сдвигом, показана на рис. 3.

Поскольку уравнение (15) включает амплитуду сдвиговой деформации, его можно записать в модифицированной форме, совместимой с другими уравнениями, в виде:

$$D_{\tau} = \left(\frac{G \Delta \gamma}{2} \right)^w \tau_{\max}^{1-w} \left[1 + k \frac{(\sigma \tau)_{\max}}{\sigma_0^2} \right], \quad (16)$$

где G – модуль сдвига, $\Delta \gamma$ – диапазон сдвиговой деформации, $\tau_{\max}$ – максимальное сдвиговое напряжение.

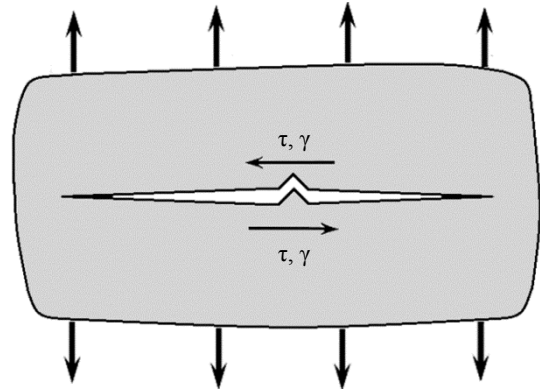


Рис. 3. Интерпретация параметра SWT, определяемого компонентой сдвига

Fig. 3. Interpretation of SWT parameter determined by shear component

ние, $(\sigma\tau)_{\max}$ – максимальное значение произведения сдвигового и растягивающего напряжений, σ_0 – коэффициент, используемый для поддержания единообразия единиц измерения, w и k – параметры, характеризующие свойства материала.

Из анализа результатов, представленных в [37], можно заключить, что использование формулы (16) обеспечивает хорошее соответствие расчетных данных результатам экспериментальных исследований.

Глинка и др. [58] предложили свой параметр повреждения в форме

$$D_s = \frac{\Delta\gamma_{12}}{2} \frac{\Delta\sigma_{12}}{2} \left(\frac{\tau'_f}{\tau'_f - \sigma_{12}^{\max}} + \frac{\sigma'_f}{\sigma'_f - \sigma_{22}^{\max}} \right)_{\max}. \quad (17)$$

Канчаномай и др. [59] предложили модифицированный критерий Глинки в форме:

$$D_s = \frac{\Delta\gamma_{12}}{2} \frac{\Delta\sigma_{12}}{2} \left(\frac{1}{1 - \frac{\sigma_{12}^{\max}}{\tau'_f}} + \frac{1}{1 - \frac{\sigma_{22}^{\max}}{\sigma'_f}} \right). \quad (18)$$

Хао и др. в работе [60] представили еще одно предложение, которое имеет форму:

$$D_s = \frac{\Delta\gamma_{eq}}{2} \frac{\Delta\tau'_{eq}}{2}; \quad (19)$$

$$\frac{\Delta\gamma_{eq}}{2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\gamma_{ns}}{2} \right)^2 + 3 \left(\frac{\Delta\epsilon_n}{2} \right)^2}; \quad (20)$$

$$\frac{\Delta\tau'_{eq}}{2} = \sqrt{\alpha \left(\frac{\Delta\tau_{ns}}{2} \right)^2 + \beta \left(\frac{\Delta\sigma_n}{2} \right)^2}; \quad (21)$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{3} v \frac{\sigma_{a,\max}}{\sigma'_f}; \quad (22)$$

$$\beta = \frac{1}{3} v \frac{\sigma_{a,\max}}{\sigma'_f}, \quad (23)$$

где $\sigma_{a,\max}$ – максимальное нормальное напряжение в плоскости максимальной сдвиговой деформации.

5. Параметр Смита – Уотсона – Топпера, определяемый нормальными и касательными напряжениями и деформациями

5. Smith – Watson – Topper parameter, determined by normal and shear stresses and strains

Для оценки долговечности при многоосном циклическом нагружении (сложном напряженном состоянии),

в теории усталостного разрушения часто используют понятие критической плоскости. Под ней понимают теоретически выделенную плоскость внутри материала, в которой некоторые параметры НДС (например, параметр повреждения D) достигают экстремальных значений, вызывая зарождение и начальный рост усталостной трещины. При этом предполагается, что усталостные повреждения не распределяются равномерно, а локализуются на определенных плоскостях скопления внутри зерен металла.

К таким плоскостям можно отнести:

- плоскости сдвига (максимальных сдвиговых напряжений, вызывающих появление трещин сдвига, характерных для малоциклового усталости и пластичных материалов);
- плоскости отрыва (максимальных нормальных напряжений растяжения, вызывающих появление трещин отрыва, характерных для многоциклового усталости и хрупких материалов).

Основываясь на подходе критической плоскости, в статье [60] разработан новый параметр повреждения путем использования понятия эквивалентной энергии деформации для анализа усталости, пригодного для использования при многоосном НДС. Достоинствами этого параметра является то, что он не включает дополнительных подгоночных коэффициентов и преодолевает недостатки, присущие критериям эквивалентного напряжения и эквивалентной деформации.

Чен [61] предложил добавить касательную часть к исходной модели, а именно произведение диапазона сдвиговой деформации и диапазона сдвигового напряжения (вторые слагаемые в выражениях (24) и (25)). Свои предложения Чен изложил в двух вариантах. Первый касается суммирования в плоскости максимального диапазона нормальной деформации:

$$D_{ns} = \Delta\epsilon_1^{\max} \Delta\sigma_1 + \Delta\gamma_1 \Delta\tau_1. \quad (24)$$

Второй вариант касается суммирования в плоскости максимальной сдвиговой деформации:

$$D_{ns} = \Delta\epsilon_n \Delta\sigma_n + \Delta\gamma^{\max} \Delta\tau_1. \quad (25)$$

Интерпретация параметра SWT, определяемого нормальной и сдвиговой составляющими, показана на рис. 4.

Гупта и др. [62] предложили модифицировать предложение Чена [61] в критической плоскости, соответствующей диапазону максимальных нормальных напряжений, следующим образом:

$$D_{ns} = \Delta\epsilon_1 \Delta\sigma_1^{\max} + \Delta\gamma_1 \Delta\tau_1. \quad (26)$$

Установлено, что прогнозируемая усталостная долговечность, рассчитанная с использованием разработанного параметра для НДС, включающего растяжение и кручение, в различных главных направлениях, хорошо согласуется с результатами испытаний и в основном находится в консервативной области.

Аналогично Чену [61], Кальво и др. [63] предложили (на основе концепции виртуальной энергии деформации Лю и др. [64]) модифицировать уравнения (24) и (25), учитывая влияние ненулевых средних значений и определяя критическую плоскость иным способом.

Первое предложение Кальво [63] определяется в плоскости максимального произведения размаха нормальной деформации $\Delta \epsilon_n$ и размаха нормального напряжения $\Delta \sigma_n$:

$$D_{ns} = (\Delta \epsilon_n \Delta \sigma_n)_{\max} + (\Delta \gamma \Delta \tau) \left(\frac{2}{1 - \frac{\sigma_{n,\min}}{\sigma_{n,\max}}} \right). \quad (27)$$

Второе предложение касается применения максимального произведения размаха сдвиговой деформации и размаха сдвиговых напряжений $(\Delta \gamma \Delta \tau)_{\max}$ в выражении вида:

$$D_{ns} = [(\Delta \epsilon_n \Delta \sigma_n) + (\Delta \gamma \Delta \tau)_{\max}] \left(\frac{\sigma'_f}{\sigma'_f - \sigma'_{n,mean}} \right), \quad (28)$$

где σ'_f – предел усталости.

Нижний индекс $\max$ указывает максимальное значение величины в скобках по всем рассматриваемым плоскостям.

Чу и др. [65] предложили максимизировать сумму следующим образом:

$$D_{ns} = \left(\tau_{\max} \frac{\Delta \gamma}{2} + \sigma_{n,\max} \frac{\Delta \epsilon_n}{2} \right)_{\max}. \quad (29)$$

Этот параметр успешно использовался в [66]. Ли и др. [67] также предложили сумму нормальной и касательной компонент, при этом касательная часть учитывается с помощью весовой функции Ω :

$$D_{ns} = \frac{\Delta \epsilon_1^{\max}}{2} \Delta \sigma_1^{\max} + \Omega \frac{\Delta \tau_1}{2} \frac{\Delta \tau_1}{2}. \quad (30)$$

Как и в [67], Пан и др. [68] ввели весовые коэффициенты, но они применяются к нормальной

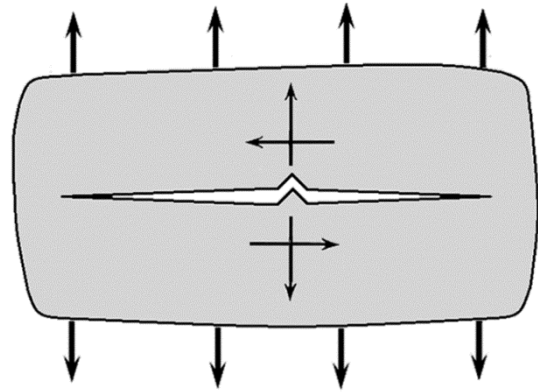


Рис. 4. Интерпретация параметра SWT, определяемого нормальной и сдвиговой составляющими

Fig. 4. Interpretation of SWT parameter determined by both normal and shear components

части. В итоге параметр повреждения определяется как:

$$D_{ns} = \left(\frac{\Delta \sigma_{12}}{2} \frac{\Delta \gamma_{12}}{2} \right) + k_1 k_2 \left(\frac{\Delta \sigma_{22}}{2} \frac{\Delta \epsilon_{22}}{2} \right), \quad (31)$$

где значения в критической плоскости равны:

$$k_1 = \frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f}; \quad (32)$$

$$k_2 = \frac{\sigma'_f}{\tau'_f}. \quad (33)$$

Ролович и Типтон [69] предложили общую форму параметра повреждения, которая представлена как сумма плотности энергии деформации и дополнительной плотности энергии деформации, обусловленной напряжениями и деформациями, действующими в критической плоскости:

$$[\tau_a + f_1(\sigma_n)] \gamma_a + [\sigma_{n,a} + f_2(\sigma_n)] \epsilon_{n,a} = f_3(N). \quad (34)$$

Конкретная форма уравнения (34), предложенная в [49], представлена следующим образом:

$$D_{ns} = [\tau_{\max} + 0,3(\sigma_n)] \gamma_a + \sigma_{n,\max} \epsilon_{n,a}. \quad (35)$$

Инс и Глинка [70] предложили учитывать различные энергетические компоненты в виде:

$$D_{ns} = \left(\tau_{\max} \frac{\Delta \gamma_e}{2} + \frac{\Delta \tau}{2} \frac{\Delta \gamma_p}{2} + \sigma_{n,\max} \frac{\epsilon_{n,e}}{2} + \frac{\Delta \sigma_n}{2} \frac{\Delta \epsilon_{n,p}}{2} \right)_{\max}, \quad (36)$$

отыскивая максимальное значение в сумме, как в работе Чу и др., с использованием уравнения (29).

Цзян и др. [71, 72] преобразовали параметр Смита – Уотсона – Топпера к форме:

$$D_{ns} = 2b \Delta \epsilon \sigma_{\max} + \frac{1-b}{2} \Delta \tau \Delta \gamma, \quad (37)$$

где b – константа материала. Переменная b изменяется от 0 до 1; при $b = 1$ получается исходный параметр SWT.

Таким образом, мы получаем весовые коэффициенты как перед касательной, так и перед нормальной компонентой. Это уравнение также успешно использовалось в работе Бенедетти и др. [73].

Цзян и Сехитоглу [74] получили модифицированный параметр Смита – Уотсона – Топпера:

$$D_{ns} = \frac{\Delta \epsilon}{2} \langle \sigma_{\max} \rangle + J \Delta \tau \Delta \gamma, \quad (38)$$

где $\langle \rangle$ – скобки МакКоли:

$$\langle x \rangle = 0,5(|x| + x), \quad (39)$$

и J – константа материала.

Эта модель также успешно использовалась Аббади и др. [75]. Она аналогична уравнению (30) с другим описанием нормальных напряжений. Модель для прогнозирования количества циклов до начала образования трещин основана на комбинации соотношения Мэнсона – Коффина и параметра усталости Цзяна – Сехитоглу. Предложение Варвани – Фарахани [76] также основано на SWT, но параметр повреждения имеет форму деформации:

$$D_{\epsilon\gamma} = \frac{1}{\sigma'_f \epsilon'_f} (\Delta \sigma_n \Delta \epsilon_n) + \frac{1 + \sigma_n^m / \sigma'_f}{\tau'_f \gamma'_f} \left(\Delta \tau_{\max} \Delta \frac{\gamma_{\max}}{2} \right), \quad (40)$$

где σ'_f – предел усталости, τ'_f – сдвиговой предел усталости, ϵ'_f – предел пластической усталостной деформации, γ'_f – предел пластической сдвиговой усталостной деформации.

Существует также модифицированная версия [34], сформулированная в энергетической форме:

$$D_{ns} = k_2 (\Delta \sigma_n \Delta \epsilon_n) + \left(1 + \frac{\sigma_n^m}{\sigma'_f} \right) \left(\Delta \tau_{\max} \Delta \frac{\gamma_{\max}}{2} \right), \quad (41)$$

где

$$k_2 = \frac{\tau'_f \gamma'_f}{\sigma'_f \epsilon'_f}. \quad (42)$$

Нормальная и сдвиговая энергии, используемые в этом параметре, делятся на характеристики усталости при растяжении и сдвиге соответственно. Согласно [76], предложенный параметр успешно коррелирует с усталостной долговечностью при многоосных НДС, в т.ч. при различных синфазных и противофазных условиях наложения компонент многоосной деформации. Параметр (41) дает хороший прогноз разрушения при нагружениях, в которых среднее напряжение в цикле прикладывалось перпендикулярно плоскости максимального сдвига. Некоторые модификации этой версии (40) были представлены Джахедом и Варвани [77]:

$$D_{\epsilon\gamma} = \frac{1}{\sigma'_f \epsilon'_f} (\Delta \sigma_n \Delta \epsilon_n) + \frac{1 + \sigma_n^m / \sigma'_f}{\tau'_f \gamma'_f} \left(\frac{\Delta \tau}{2} \frac{\Delta \gamma}{2} \right)_{\max}. \quad (43)$$

Ю и др. [36] предложили еще одно уравнение для параметра повреждения, основанное на предложениях Инса и Глинки, аналогично Чу и др. [65]. Это предложение касается критической плоскости, определяемой максимальным касательным напряжением:

$$D_{ns} = \tau_{\max} \frac{\Delta \gamma}{2} + \sigma_{n,\max} \frac{\Delta \epsilon_n}{2}. \quad (44)$$

На этой основе Чжу и др. [37] предложили правочный коэффициент к нормальной компоненте, определяемой в критической плоскости, в виде:

$$D_{ns} = \tau_{\max} \frac{\Delta \gamma}{2} + k \sigma_{n,\max} \frac{\Delta \epsilon_n}{2}. \quad (45)$$

Предложенный параметр повреждения различает эффекты сдвиговой и нормальной деформации, проявляемые при усталостном повреждении, в точках на критической плоскости, расположенных вблизи плоскости максимальной сдвиговой деформации. Это согласуется с предложением, представленным в уравнении (31).

Арора и др. [31] сформулировали параметр повреждения, используя формулу, аналогичную (37):

$$D_{ns} = (k - 1) \tau_{\max} \frac{\Delta \gamma}{2} + k \sigma_{n,\max} \frac{\Delta \epsilon_n}{2}; \quad (46)$$

$$D_{ns} = \left(\tau_{\max} + \frac{\sigma_{n,\max}^2 \tau'_f}{\sqrt{3} \sigma'_f} \right) \sqrt{3 \epsilon_n^{*2} + \left(\frac{\Delta \gamma_{\max}}{2} \right)^2}, \quad (47)$$

где σ_n^* – разность нормальных напряжений, вычисленная для соседних точек на критической плоскости, соответствующих максимальному размаху сдвиговой деформации.

Следующее предложение – уравнение, представленное Ли и др. [67] в виде:

$$D_n = \sqrt{\left(\frac{\Delta \varepsilon_1^{\max}}{2} \Delta \sigma_1^{\max}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \gamma_1}{2} \frac{\Delta \tau_1}{2}\right)^2}. \quad (48)$$

Это уравнение определяет параметр повреждения как геометрическое среднее нормальной и тангенциальной компонент. Обнаружено, что модель SWT обычно переоценивает усталостную долговечность материалов, поскольку учитывает только усталостное повреждение, вызванное растягивающими компонентами.

В [79, 80] авторы предложили использовать параметр плотности энергии деформации для оценки усталостной долговечности в состоянии одноосной случайной нагрузки на основе изменения во времени произведения напряжений и деформаций. На этой основе были предложены критерии случайной усталости при многоосном НДС [81], базирующиеся на этом параметре. Для циклической нагрузки вышеуказанный критерий сводится к двум формам в зависимости от выбора положения критической плоскости. Если критическая плоскость определяется нормальной компонентой, то параметр повреждения принимает форму:

$$D_n = \beta W_{nsa} + W_{na}, \quad (49)$$

где β – коэффициент, учитывающий наилучшее соответствие для данного материала, т.е. с наименьшим разбросом.

Этот коэффициент лучше всего определяется по испытаниям со сдвигом фазы $\pi/2$ и когда амплитуда нормальной тангенциальной компоненты задается уравнениями:

$$W_{nsa} = \sigma_{nsa} \gamma_{nsa}; \quad (50)$$

$$W_{na} = \sigma_{na} \varepsilon_{na}. \quad (51)$$

Однако, если критическая плоскость определяется амплитудой тангенциальной составляющей, то параметр повреждения задается уравнением:

$$D_n = \beta W_{nsa} + \frac{4 - \beta(1 + \nu)}{1 + \nu} W_{na}, \quad (52)$$

где

$$\beta = \frac{\sigma_{af}^2}{\tau_{af}^2 (1 + \nu)}. \quad (53)$$

В [82] предложено применение параметров повреждения (49) и (52) при сложном нагружении для

диапазона малых чисел циклов. В случае критической плоскости, определяемой нормальной составляющей, форма (49) не изменяется. Однако, если критическая плоскость определяется тангенциальной составляющей, параметр повреждения (52) может быть сформулирован следующим образом:

$$D_n = 2 \frac{\sigma_{af} \varepsilon_{af}}{\tau_{af} \gamma_{af}} W_{nsa} + \frac{4}{1 - \gamma_{eff}} \left[1 - \frac{(1 + \nu_{eff}) \sigma_{af} \varepsilon_{af}}{2 \tau_{af} \gamma_{af}} \right] W_{na}. \quad (54)$$

6. Другие энергетические параметры, характеризующие повреждение при усталости

6. Other energy parameters characterizing fatigue damage

В более ранних критериальных моделях параметры повреждения (напряжение-деформация) фактически определяются, соответственно, как нормальные эквиваленты, тангенциальные эквиваленты или комплексные тангенциальные и нормальные эквиваленты. Поэтому их необходимо сравнивать с соответствующими характеристиками усталости. В результате, если при задании основных параметров НДС для оценки усталостных повреждений используются амплитуды или максимальные значения, расчет усталости основан на использовании классического уравнения Мэнсона – Коффина – Баскина:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{a,e} + \varepsilon_{a,p} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c, \quad (55)$$

где b – показатель степени, характеризующий многоцикловую усталость, c – показатель степени, характеризующий малоцикловую усталость, которая обусловлена циклической пластической деформацией.

Характеристики многоциклового усталости также могут соответствовать уравнению Баскина, записанному для случая растяжения [20]:

$$D_\sigma = \sigma'_f (2N_f)^b. \quad (56)$$

Аналогичная характеристика, подобная полученной на основе уравнения (55), может быть представлена в случае сдвиговой деформации следующим образом:

$$\gamma_a = \gamma_{a,e} + \gamma_{a,p} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma'_f (2N_f)^{c_0}, \quad (57)$$

где b_0 – показатель степени предельного числа циклов при испытаниях на многоцикловый сдвиг, c_0 –

показатель степени, учитывающий малоцикловую усталость, которая вызвана пластической сдвиговой деформацией.

Они также могут быть определены в обозначениях сдвигового напряжения аналогично уравнению (56):

$$D_{\tau} = \tau'_f (2N_f)^{b_0}. \quad (58)$$

Приведенные выше параметры повреждения относятся к нормальным и касательным деформациям (уравнения (55) и (57)) и нормальным и касательным напряжениям (уравнения (56) и (58)). На основе уравнений (55) и (56) можно определить параметр повреждения в соответствии с параметром SWT, определенным в нормальной составляющей [20]:

$$D_n = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (59)$$

или в соответствии с уравнениями (56) и (57) на основе параметра, определенного в тангенциальной составляющей, получаем параметр повреждения от сдвига:

$$D_n = \frac{\tau_f'^2}{G} (2N_f)^{2b_0} + \tau'_f \gamma'_f (2N_f)^{b_0+c_0}. \quad (60)$$

Параметр деформации, основанный на нормальных (55) и сдвиговых (57) деформациях, может быть определен как [20]:

$$D_{\varepsilon\gamma} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c + \frac{\tau_f'}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma'_f (2N_f)^{c_0} \quad (61)$$

и комбинация параметров, основанных на нормальных (59) и тангенциальных (60) составляющих [20]:

$$D_{ns} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} + \frac{\tau_f'^2}{G} (2N_f)^{2b_0} + \frac{\tau'_f \gamma'_f}{2} (2N_f)^{b_0+c_0}. \quad (62)$$

Как видно, все эти характеристики нелинейно зависят от предельного числа циклов нагружения N_f . В ряде работ (например, [83–85]) отмечалось, что в некоторых разделах N_f можно определить как линейную функцию в двойной логарифмической системе координат. Исходная степенная форма имеет вид:

$$D = A(N_f)^B. \quad (63)$$

Эта характеристика не имеет физического смысла и является чисто эмпирической, но может быть удобна в вычислениях, в частности, аналитических. Ее эффективность может быть полезна при анализе материалов в упругом состоянии.

7. Обсуждение

7. Discussion

Для прогнозирования деградации материалов при циклической нагрузке предложено значительное количество критериев усталостной прочности и расчетных моделей для оценки усталостной долговечности, но все они до сих пор не могут быть приняты как универсальные. Авторы по всему миру прилагают усилия для модификации и расширения существующих теорий, чтобы включить все переменные, играющие ключевую роль в усталостном повреждении при изменении циклической нагрузки. Сложность проблемы усталости материалов делает эту тему актуальной, и постоянно появляются интересные теории, использующие новые подходы. Область применения каждой модели ограничена и зависит от конкретной задачи прогнозирования усталостной прочности и факторов, которые необходимо учитывать прежде всего.

Физически более совершенными являются энергетические критерии, в которых мерой повреждения служит работа, затрачиваемая на упругое и пластическое деформирование, вследствие чего область использования этих критериев может быть относительно большой, особенно в сочетании с использованием в расчетах НДС метода конечных элементов. Однако в части практического использования, судя по зарубежной литературе, большее распространение получила группа методов, полученных на основе модификаций моделей SWT. Достоинствами этой группы являются относительная простота в использовании, удовлетворительная универсальность, подтвержденная результатами множества усталостных испытаний образцов и конструкций, возможности комбинирования с методом критической плоскости и наглядность результатов расчетов.

Эти достоинства привели не только к широкому использованию модели Смита – Уотсона – Топпера, но и к большому вниманию исследователей, часто подвергавших модель модификации. Параметр SWT в первоначальной форме был предназначен для оценки усталостной долговечности металлических материалов в состоянии одноосной нагрузки (растяжение-сжатие) с отнулевым циклом. Уравнение (56) или (58) можно использовать для оценки много-

цикловой усталостной долговечности, если в зонах концентрации напряжений реализуются упругие деформации. Уравнение (56) применимо в тех же случаях, когда параметр повреждения определяется через нормальное напряжение с помощью зависимостей (5), (7), (10)–(13). Уравнение (58) соответствует условиям оценки параметра повреждения по касательным напряжениям на основе формул (8), (15). Аналогично при использовании модели упругопластического тела усталостная долговечность может быть определена согласно зависимости (59) при тех же условиях, когда энергетический параметр определяется, например, согласно уравнениям (4), (30), (48), (49), (52), (54). Формула (60) может быть выбрана в качестве параметра повреждения при тех же условиях, когда энергетический параметр повреждения определяется уравнениями (14) и (17)–(19).

Дальнейшие модификации расширили применимость модели SWT к другим типам нагрузок, таким как кручение и многоосные нагрузки. С развитием знаний об усталостном разрушении появились модели, основанные на теории критической плоскости, которая характеризуется предположением, что компоненты напряженного состояния, связанные с плоскостью определенной ориентации, отвечают за начало усталости. Модельные представления, основанные на критической плоскости, становятся все более популярными.

Исследователи дополнительно усовершенствовали параметр SWT, сделав пределы прочности материала зависимыми от определения их возникновения в нормальной или сдвиговой плоскости. Последующие модификации касались влияния ненулевых значений средних нагрузок. В этих модификациях дополнительные статические значения учитывались достаточно точно или приближенно; однако приближенный учет влияния средних напряжений на долговечность часто проводился не аналитически, а эмпирически, путем наилучшего соответствия коэффициента снижения экспериментальным результатам.

Многие исследователи успешно реализовали последовательные модификации параметра SWT для многоосевых нагрузок, в которых статические (средние напряжения цикла) напряжения корректировались с использованием специального коэффициента. Анализируя все параметры повреждения и соответствующие характеристики усталости, можно полагать, что наибольший потенциал имеют параметры, в которых усталостная долговечность определяется характеристиками усталости, возникающими на основе двух состояний нагрузки (рас-

тяжение-сжатие и двусторонний сдвиг). Это обстоятельство необходимо учитывать независимо от того, определяется параметр повреждения параметром деформации (61) или параметром энергии (62). Деформационная модель (61) используется относительно редко; она имеет тесную связь с уравнениями (40) и (43). В то же время наиболее часто применяется энергетическая модель (62), базирующаяся на родственных идеях, использованных при формулировке энергетических параметров повреждения, представленных в работе формулами (24)–(29), (31), (36)–(38), (41), (44)–(47).

В будущих исследованиях, направленных на совершенствование расчетов усталостной прочности, основное внимание следует уделить проверке и развитию этой модели. Весьма перспективной остается энергетическая модель (1), обладающая хорошей физической обоснованностью, универсальностью и возможностью обеспечения высокой точности расчетов при одновременном использовании МКЭ для оценки НДС.

Заключение

Conclusion

После анализа представленных моделей оценки усталостной долговечности можно сделать следующие выводы:

- Физически более совершенными являются энергетические критерии, в которых мерой повреждения служит работа, затрачиваемая на упругое и пластическое деформирование.
- В части практического использования, судя по зарубежной литературе, большое распространение получила группа методов, полученных на основе модификаций моделей SWT, а также модели Лю [19] и Глинки [58], которые можно рассматривать как энергетические.
- Изучение литературы по усталостному разрушению материалов позволяет заметить значительное увеличение числа моделей оценки усталостной долговечности, которые поначалу кажутся новыми идеями, но при внимательном анализе видно, что некоторые из них основаны на той же идее, что и модель Смита – Уотсона – Топпера.
- При высокой степени непропорциональности циклического нагружения все методы, кроме тех, в которых мерой повреждения служит работа, затрачиваемая на упругое и пластическое деформирование, неконкурентоспособны по сравнению с методом критической плоскости

из-за недооценки меры накопленных усталостных повреждений и поэтому не могут быть рекомендованы к применению. В этой связи сделанные в работе [20] предложения по оценке параметра SWT с использованием критической плоскости в расчетах усталостной долговечности являются прогрессивными.

- Анализ широкого спектра критериальных параметров повреждения и соответствующих методов оценки характеристик усталости позволяет заключить, что наибольший потенциал для практики судостроения, кроме энергетических критериев Рыжкова и Гаруды, имеют и параметры SWT. В них усталостная долговечность определяется на основе данных по характеристикам усталости, экспериментально найденных при двух видах напряженно-деформированного состояния образцов, реализуемых в процессе циклического нагружения с отрицательным коэффициентом асимметрии цикла (при растяжении-сжатии и сдвиге).

Список использованной литературы

1. Бойцов Г.В., Крыжевич Г.Б. Вероятностные методы в расчетах прочности и надежности судовых конструкций. Санкт-Петербург : ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 2007. 257, [5] с.
2. Крыжевич Г.Б. Основы расчетов надежности судовых конструкций. Санкт-Петербург : СПбГМТУ, 1995. 160 с.
3. Kryzhevich G.B. Assessment of reliability and service life index of structures of high speed ships considering interdependability of their units fatigue life // Strength, reliability and operating life of ship and off-shore structures / Krylov Shipbuilding Research Institute. St. Petersburg, 1994. P. 59–65.
4. Крыжевич Г.Б., Петров А.А. Учет температурного фактора в расчетах усталостной долговечности конструкций морской техники // Морские интеллектуальные технологии. 2018. № 2, т. 1. С. 11–19.
5. Крыжевич Г.Б. Методы расчета предельной и усталостной прочности конструкций морской техники в низкотемпературных условиях // Труды Крыловского государственного научного центра. 2019. Вып. 2(388). С. 41–54. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-2-388-41-54.
6. Крыжевич Г.Б., Филатов А.Р. Модель упругопластического деформирования алюминиевых сплавов и критерии малоциклового усталости конструкций // Труды Крыловского государственного научного центра. 2018. Спец. вып. 2. С. 85–95. DOI: 10.24937/2542-2324-2018-2-S-I-85-95.
7. Крыжевич Г.Б., Филатов А.Р. Учет многоосности нагружения узлов соединения конструкций морской техники при расчетах их усталостной прочности // Труды Крыловского государственного научного центра. 2019. Спец. вып. 1 : Материалы науч.-техн. конф. по строит. механике корабля, посвящ. 125-летию со дня основания ФГУП «Крыловский государственный научный центр». С. 153–161. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-1-S-I-153-161.
8. Филатов А.Р. Сопоставление различных методов сведения сложного напряженного состояния к простому при непропорциональном нагружении // Труды Крыловского государственного научного центра. 2021. Вып. 1(395). С. 42–46. DOI: 10.24937/2542-2324-2021-1-395-42-46.
9. Филатов А.Р. Различные способы учета трехосности напряженного состояния при расчетах усталостной прочности // Труды Крыловского государственного научного центра. 2019. Спец. вып. 2. С. 132–142. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-2-S-I-132-142.
10. Расчетный анализ усталостной долговечности и скорости выработки ресурса на различных стадиях жизненного цикла СПБУ / А.В. Александров, Г.Б. Крыжевич, А.Р. Филатов, Т.Р. Рыбалко // Труды Крыловского государственного научного центра. 2019. Спец. вып. 1. С. 137–145. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-1-S-I-137-145.
11. Рыжков П.В., Горбовец М.А., Ходинев И.А. Энергетический критерий усталостного разрушения жаропрочного никелевого сплава // Труды ВИАМ. 2023. № 11(129). С. 111–122. DOI: 10.18577/2307-6046-2023-0-11-111-122.
12. Findley W.N., Coleman J.J., Hanley B.C. Theory for combined bending and torsion fatigue with data for SAE 4340 steel // Proceedings of international conference on fatigue of metals. London, 1956. P. 150–157.
13. Brown M.W., Miller K.J. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. 1973. Vol. 187, No. 1. P. 745–755. DOI: 10.1243/PIME_PROC_1973_187_069_02.
14. Fatemi A., Socie D.F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading // Fatigue & fracture of engineering materials & structures. 1988. Vol. 11, No. 3. P. 149–165. DOI: 10.1111/j.1460-2695.1988.tb01169.x.
15. Criterion for high cycle fatigue failure under multiaxial loading / K. Dang Van, G. Cailletaud, J.F. Flavenot [et al.] // Biaxial and multiaxial fatigue. London : Mechanical Engineering, 1989. P. 459–478. (EGF publication ; Vol. 3).
16. Dang Van K., Griveau B., Message O. On a new multiaxial fatigue limit criterion: theory and application //

- Biaxial and multiaxial fatigue. London : Mechanical Engineering, 1989. P. 479–496. (EGF publication ; Vol. 3).
17. *Bannantine J.A., Socie D.F.* A variable amplitude multi-axial fatigue life prediction method // *Fatigue under biaxial and multiaxial loading*. Lodon : Mechanical Engineering Publ., 1991. P. 35–51. (European structural integrity society publ. ; 10).
18. *McDiarmid D.L.* A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 1994. Vol. 17, No. 12. P. 1475–1484. DOI: 10.1111/j.1460-2695.1994.tb00789.x.
19. *Liu K.C.* A method based on virtual strain-energy parameters for multiaxial fatigue life prediction // *Advances in multiaxial fatigue*. Ann Arbor: American society for testing and materials, 1993. P. 37–54. (ASTM special technical publications ; vol. 1191). DOI: 10.1520/STP24796S.
20. Using the Smith-Watson-Topper parameter and its modifications to calculate the fatigue life of metals: The state-of-the-art / *T. Lagoda, S. Vantadori, K. Glowacka* [et al.] // *Materials*. 2022. Vol. 15, No. 10. P. 3481. DOI: 10.3390/ma15103481.
21. *Garud Y.S.* A New Approach to the Evaluation of Fatigue under Multiaxial Loadings // *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1981. Vol. 103, No. 2. P. 118–125. DOI: 10.1115/1.3224982.
22. *Smith K.N., Watson P., Topper T.H.* A stress-strain function for the fatigue of metals // *Journal of Materials*. 1970. Vol. 5. P. 767–778.
23. *Wang Y.Y., Yao W.-X.* Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria // *International journal of fatigue*. 2004. Vol. 26, No. 1. P. 17–25. DOI: 10.1016/S0142-1123(03)00110-5.
24. *Kamal M., Rahman M.M.* Advances in fatigue life modeling : A review // *Renewable and sustainable energy reviews*. 2018. Vol. 82. P. 940–949. DOI: 10.1016/j.rser.2017.09.047.
25. *You B.-R., Lee S.-B.* A critical review on multiaxial fatigue assessments of metals // *International journal of fatigue*. 1996. Vol. 18, No. 4. P. 235–244. DOI: 10.1016/0142-1123(96)00002-3.
26. *Cui W.* A state-of-the-art review on fatigue life prediction methods for metal structures // *Journal of marine science and technology*. 2002. Vol. 7, No. 1. P. 43–56. DOI: 10.1007/s007730200012.
27. Evaluation of multiaxial stress-strain models and fatigue life prediction methods under proportional loading / *Meggiolaro M.A., Tupiassú J., De Castro P.* [et al.] // *Solid mechanics in Brazil*. Rio de Janeiro : ABCM, 2009. P. 365–384.
28. *Skibicki D., Pejkowski Ł.* Low-cycle multiaxial fatigue behaviour and fatigue life prediction for CuZn37 brass using the stress-strain models // *International journal of fatigue*. 2017. Vol. 102. P. 18–36. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2017.04.011.
29. *Lu C., Melendez J., Martinez-Esnaola J.M.* A universally applicable multiaxial fatigue criterion in 2D cyclic loading // *International journal of fatigue*. 2018. Vol. 110. P. 95–104. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2018.01.013.
30. A novel energy-based equivalent damage parameter for multiaxial fatigue life prediction / *Zhu H., Wu H., Lu Y., Zhong Z.* // *International journal of fatigue*. 2019. Vol. 121. P. 1–8. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2018.11.025.
31. Development of new critical plane model for assessment of fatigue life under multi-axial loading conditions / *P. Arora, S.K. Gupta, M. Samal, J. Chattopadhyay* // *International journal of fatigue*. 2019. Vol. 129. P. 105209. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2019.105209.
32. *Esmaili F., Chakherlou T., Zehsaz M.* Prediction of fatigue life in aircraft double lap bolted joints using several multiaxial fatigue criteria // *Materials and design*. 2014. Vol. 59. P. 430–438. DOI: 10.1016/j.matdes.2014.03.019.
33. Multiaxial fatigue life prediction on S355 structural and offshore steel using the SKS critical plane model / *A.S. Cruces, P. Lopez-Crespo, B. Moreno, F.V. Antunes* // *Metals*. 2018. Vol. 8, No. 12. P. 1060. DOI: 10.3390/met8121060.
34. *Han C., Chen X., Kim K.* Evaluation of multiaxial fatigue criteria under irregular loading // *International journal of fatigue*. 2002. Vol. 24, No. 9. P. 913–922. DOI: 10.1016/S0142-1123(02)00013-0.
35. Toward consistent fatigue crack initiation criteria for 304L austenitic stainless steel under multi-axial loads / *B.-M. Lei, V.-X. Tran, S. Taheri* [et al.] // *International journal of fatigue*. 2015. Vol. 75. P. 57–68. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2015.02.001.
36. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction without any additional material constants / *Yu Z.-Y., Zhu S.-P., Liu Q., Liu Y.* // *Materials*. 2017. Vol. 10, No. 8. P. 923. DOI: 10.3390/ma10080923.
37. Evaluation and comparison of critical plane criteria for multiaxial fatigue analysis of ductile and brittle materials / *S.-P. Zhu, Z.-Y. Yu, J. Correia* [et al.] // *International journal of fatigue*. 2018. Vol. 112. P. 279–288. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2018.03.028.
38. *Chen X., Song J., Kim K.S.* Low cycle fatigue life prediction of 63Sn–37Pb solder under proportional and non-proportional loading // *International journal of fatigue*. 2006. Vol. 28, No. 7. P. 757–766. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2005.08.005.

39. *Boeller C., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Pt. A : Unalloyed steels. Amsterdam : Elsevier, 1987. X, 370 p. (Materials science monographs ; vol. 42).
40. *Boeller C., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Pt. B : Low-alloyed steels. Amsterdam : Elsevier, 1987. VII, 568 p. (Materials science monographs ; vol. 42).
41. *Boeller C., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Pt. C : High-alloyed steels. Amsterdam : Elsevier, 1987. VI, 550 p. (Materials science monographs ; vol. 42).
42. *Boeller C., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Pt. D : Aluminium and titanium alloys. Amsterdam : Elsevier, 1987. VI, 165 p. (Materials science monographs ; vol. 42).
43. *Boeller C., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Pt. E : Cast and welded materials. Amsterdam : Elsevier, 1987. VI, 201. (Materials science monographs ; vol. 42).
44. *Bäumel A., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Supplement 1. Amsterdam ; New York : Elsevier, 1990. Pag. var. (Materials science monographs ; vol. 61).
45. *Zhang W., Akid R.* Effect of biaxial mean stress on cyclic stress-strain response and behaviour of short fatigue cracks in a high strength spring steel // *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*. 1997. Vol. 20, No. 2. P. 167–177. DOI: 10.1111/j.1460-2695.1997.tb00276.x.
46. *Salerno G., Magnabosco R., Neto C.D.M.* Mean strain influence in low cycle fatigue behavior of AA7175-T1 aluminum alloy // *International journal of fatigue*. 2007. Vol. 29, No. 5. P. 829–835. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2006.09.004.
47. *Walker K.* The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum // *Effects of environment and complex load history on fatigue life : [symposia papers]*. Lutherville-Timonium : American society for testing and materials, 1970. P. 1–14. (ASTM special technical publications ; vol. 462). DOI: 10.1520/STP32032S.
48. Determining the Walker exponent and developing a modified Smith-Watson-Topper parameter model / *Z. Lv, H.-Z. Huang, H.-K. Wang [et al.]* // *Journal of mechanical science and technology*. 2016. Vol. 30, No. 3. P. 1129–1137. DOI: 10.1007/s12206-016-0217-3.
49. *Wehner T., Fatemi A.* Effects of mean stress on fatigue behaviour of a hardened carbon steel // *International journal of fatigue*. 1991. Vol. 13, No. 3. P. 241–248. DOI: 10.1016/0142-1123(91)90248-W.
50. *Bergmann J., Seeger T.* On the influence of cyclic stress-strain curves, damage parameters, and various evaluation concepts on the life prediction by the local approach // *Proceedings of the 2nd European conference on fracture*. Darmstadt, 1978. P. 270–285. (VDI-Berichte ; Vol. 18, No. 6).
51. Evaluation of mean stress effect on fatigue life by use of damage parameters / *M. Nihei, P. Heuler, C. Boller, T. Seeger* // *International journal of fatigue*. 1986. Vol. 8, No. 3. P. 119–126. DOI: 10.1016/0142-1123(86)90002-2.
52. *Roberts R., Erdogan F.* The effect of mean stress on fatigue crack propagation in plates under extension and bending // *Journal of basic engineering*. 1967. Vol. 89, No. 4. P. 885–892. DOI: 10.1115/1.3609733.
53. *Socie D.F.* Multiaxial fatigue damage models // *Journal of engineering materials and technology*. 1987. Vol. 109, No. 4. P. 293–298. DOI: 10.1115/1.3225980.
54. *Navarro C., Muñoz S., Dominguez J.* On the use of multi-axial fatigue criteria for fretting fatigue life assessment // *International journal of fatigue*. 2008. Vol. 30, No. 1. P. 32–44. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2007.02.018.
55. *Szolwinski M.P., Farris T.N.* Observation, analysis and prediction of fretting fatigue in 2024-T351 aluminum alloy // *Wear*. 1998. Vol. 221, No. 1. P. 24–36. DOI: 10.1016/S0043-1648(98)00264-6.
56. A new energy-critical plane damage parameter for multi-axial fatigue life prediction of turbine blades / *Z.-Y. Yu, S.-P. Zhu, Q. Liu, Y. Liu* // *Materials*. 2017. Vol. 10, No. 5. P. 513. DOI: 10.3390/ma10050513.
57. *Suman S., Kallmeyer A., Smith J.* Development of a multi-axial fatigue damage parameter and life prediction methodology for non-proportional loading // *Fracture and Structural Integrity*. 2016. Vol. 10, No. 38. P. 224–230. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.38.30.
58. *Glinka G., Shen G., Plumtree A.* A multiaxial fatigue strain energy density parameter related to the critical fracture plane // *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*. 1995. Vol. 18, No. 1. P. 37–46. DOI: 10.1111/j.1460-2695.1995.tb00140.x.
59. *Kanchanomai C., Miyashita Y., Mutoh Y.* Strain-rate effects on low cycle fatigue mechanism of eutectic Sn–Pb solder // *International journal of fatigue*. 2002. Vol. 24, No. 9. P. 987–993. DOI: 10.1016/S0142-1123(02)00011-7.
60. *Hao M.-F., Zhu S.-P., Liao D.* New strain energy-based critical plane approach for multiaxial fatigue life prediction // *Journal of strain analysis for engineering design*. 2019. Vol. 54, No. 5–6. P. 310–319. DOI: 10.1177/0309324719873251.
61. *Chen X., Xu S., Huang D.* A critical plane-strain energy density criterion for multiaxial low-cycle fatigue life under non-proportional loading // *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*. 1999. Vol. 22, No. 8. P. 679–686. DOI: 10.1046/j.1460-2695.1999.t01-1-00199.x.
62. A critical plane based model for fatigue assessment under fixed and rotating principal direction loading / *S.K. Gupta, T.M. Fisch, X. Schuler, E. Roos* // *Proceed-*

- ings of 21st International conference on structural mechanics in reactor technology (SMiRT 21). Red Hook : Curran, 2011. Vol. 4. P. 3099–3110.
63. Probabilistic formulation of the multiaxial fatigue damage of Liu / S. Calvo, M. Canales, C. Gómez, J. Valdés, J. Núñez // International journal of fatigue. 2011. Vol. 33, No. 3. P. 460–465. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2010.10.003.
64. Liu K., Wang J.-A. An energy method for predicting fatigue life, crack orientation, and crack growth under multiaxial loading conditions // International journal of fatigue. 2001. Vol. 23, suppl. 1. P. 129–134. DOI: 10.1016/S0142-1123(01)00169-4.
65. Chu C.C., Conle F.A., Bonnen J.J. Multiaxial stress-strain modeling and fatigue life prediction of sea axle shafts // Advances in multiaxial fatigue. Ann Arbor : American society for testing and materials, 1993. P. 37–54. (ASTM special technical publications ; 1191).
66. Bonnen J., Topper T. The effect of bending overloads on torsional fatigue in normalized 1045 steel // International journal of fatigue. 1999. Vol. 21, No. 1. P. 23–33. DOI: 10.1016/S0142-1123(98)00054-1.
67. A modification of Smith-Watson-Topper damage parameter for fatigue life prediction under non-proportional loading / J. Li, Q. Sun, Z. Zhang [et al.] // Fatigue & fracture of engineering materials & structures. 2012. Vol. 35, No. 4. P. 301–316. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2011.01620.x.
68. Pan W.-F., Hung C.-Y., Chen L.-L. Fatigue life estimation under multiaxial loadings // International journal of fatigue. 1999. Vol. 21, No. 1. P. 3–10. DOI: 10.1016/S0142-1123(98)00050-4.
69. Rolović R., Tipton S.M. An energy based critical plane approach to multiaxial fatigue analysis // Fatigue and Fracture Mechanics: 29th vol. West Conshohocken : American society for testing and materials, 1999. P. 599–613. (ASTM special technical publications ; vol. 1332).
70. Ince A., Glinka G. A generalized fatigue damage parameter for multiaxial fatigue life prediction under proportional and non-proportional loadings // International journal of fatigue. 2014. Vol. 62. P. 34–41. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2013.10.007.
71. Jiang Y. A fatigue criterion for general multiaxial loading // Fatigue & fracture of engineering materials & structures. 2000. Vol. 23. P. 19–32. DOI: 10.1046/j.1460-2695.2000.00247.x.
72. Jiang Y., Hertel O., Vormwald M. An experimental evaluation of three critical plane multiaxial fatigue criteria // International journal of fatigue. 2007. Vol. 29, No. 8. P. 1490–1502. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2006.10.028.
73. Multiaxial fatigue resistance of shot peened high-strength aluminum alloys / M. Benedetti, V. Fontanari, M. Bandini, D. Taylor // International journal of fatigue. 2014. Vol. 61. P. 271–282. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2013.10.020.
74. Jiang Y.R., Sehitoglu H. Fatigue and Stress Analyses of Rolling Contact / Department of Mechanical and Industrial Engineering. Urbana-Champaign : University of Illinois Urbana, 1992. (Fracture control program report ; 161).
75. On low cycle fatigue life of nickel-based superalloy valve membranes under non-proportional cyclic loading / M. Abbadi, S. Belouettar, P. Muzzo [et al.] // International journal of fatigue. 2008. Vol. 30, No. 7. P. 1160–1168. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2007.09.010.
76. Varvani-Farahani A. A new energy-critical plane parameter for fatigue life assessment of various metallic materials subjected to in-phase and out-of-phase multiaxial fatigue loading conditions // International journal of fatigue. 2000. Vol. 22, No. 4. P. 295–305. DOI: 10.1016/S0142-1123(00)00002-5.
77. Jahed H., Varvani-Farahani A. Upper and lower fatigue life limits model using energy-based fatigue properties // International journal of fatigue. 2006. Vol. 28, No. 5–6. P. 467–473. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2005.07.039.
78. Equivalent energy-based critical plane fatigue damage parameter for multiaxial LCF under variable amplitude loading / L. Xue, D.-G. Shang, D.-H. Li [et al.] // International journal of fatigue. 2020. Vol. 131. P. 105350. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2019.105350.
79. Łagoda T. Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Pt. I: The model elaboration // International journal of fatigue. 2001. Vol. 23, No. 6. P. 467–480. DOI: 10.1016/S0142-1123(01)00016-0.
80. Łagoda T. Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Pt. II: Verification of the model // International journal of fatigue. 2001. Vol. 23, No. 6. P. 481–489. DOI: 10.1016/S0142-1123(01)00017-2.
81. Łagoda T., Ogonowski P. Criteria of multiaxial random fatigue based on stress, strain and energy parameters of damage in the critical plane // Materialwissenschaft und Werkstofftechnik. 2005. Vol. 36, No. 9. P. 429–437. DOI: 10.1002/mawe.200500898.
82. The multiaxial random fatigue criteria based on strain and energy damage parameters on the critical plane for the low-cycle range / K. Walat, M. Kurek, P. Ogonowski, T. Łagoda // International journal of fatigue. 2012. Vol. 37. P. 100–111. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2011.09.013.
83. Plumtree A., Cheng G. A fatigue damage parameter for off-axis unidirectional fibre-reinforced composites // International journal of fatigue. 1999. Vol. 21, No. 8. P. 849–856. DOI: 10.1016/S0142-1123(99)00026-2.

84. *Petermann J., Plumtree A.* A unified fatigue failure criterion for unidirectional laminates // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2001. Vol. 32, No. 1. P. 107–118. DOI: 10.1016/S1359-835X(00)00099-3.
85. *Roostaei A.A., Jahed H.* Multiaxial cyclic behaviour and fatigue modelling of AM30 Mg alloy extrusion // *International journal of fatigue*. 2017. Vol. 97. P. 150–161. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2016.12.037.
86. *Liao D., Zhu S.-P.* Energy field intensity approach for notch fatigue analysis // *International journal of fatigue*. 2019. Vol. 127. P. 190–202. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2019.06.010.
87. *Троценко В.Т.* Усталость и неупругость металлов. Киев : Наукова думка, 1973. 268 с.
9. *Filatov A.R.* Different approaches to consideration of stressed-state three-axiality in fatigue strength calculations // *Transactions of the Krylov State Research Centre. Special Issue 2*. 2019. P. 132–142. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-2-S-I-132-142 (*in Russian*).
10. Analytical analysis of fatigue life and wear rate of jack-ups at various stages of their life cycle / *A.V. Aleksandrov, G.B. Kryzhevich, A.R. Filatov, T.R. Rybalko* // *Transactions of the Krylov State Research Centre. Special Issue 1*. 2019. P. 137–145. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-1-S-I-137-145 (*in Russian*).
11. *Ryzhkov P.V., Gorbovets M.A., Khodinev I.A.* Energy criteria for fatigue fracture of a heatresistant nickel alloy // *Transactions of VIAM*. 2023. No. 11(129). P. 111–122. DOI: 10.18577/2307-6046-2023-0-11-111-122 (*in Russian*).

References

1. *Boitsov G.V., Kryzhevich G.B.* Probabilistic methods in strength and reliability calculations of ship structures. St. Petersburg : Krylov Central Research Institute, 2007. 257, [5] p. (*in Russian*).
2. *Kryzhevich G.B.* Fundamentals of reliability calculations for ship structures. St. Petersburg : SMTU, 1995. 160 p. (*in Russian*).
3. *Kryzhevich G.B.* Assessment of reliability and service life index of structures of high speed ships considering interdependability of their units fatigue life // *Strength, reliability and operating life of ship and off-shore structures* / Krylov Shipbuilding Research Institute. St. Petersburg, 1994. P. 59–65.
4. *Kryzhevich G.B., Petrov A.A.* Temperature factor in fatigue life assessment of marine engineering structures // *Marine Intellectual Technologies*. 2018. No. 2(40), Vol. 1. P. 11–19 (*in Russian*).
5. *Kryzhevich G.B.* Limit and fatigue strength calculation methods for Arctic marine structures // *Transactions of the Krylov State Research Centre*. 2019. Vol. 2(388). P. 41–54. DOI: 10.24937/2542-2324-2019-2-388-41-54 (*in Russian*).
6. *Kryzhevich G.B., Filatov A.R.* Elastoplastic straining model of aluminum alloys and low-cycle structural fatigue criteria // *Transactions of the Krylov State Research Centre*. 2018. Special Issue 2. P. 85–95. DOI: 10.24937/2542-2324-2018-2-S-I-85-95 (*in Russian*).
7. *Kryzhevich G.B., Filatov A.R.* Load multi-axiality factor in fatigue strength calculations of marine structures // *Transactions of the Krylov State Research Centre*. 2019. Special Issue 1. P. 153–161 (*in Russian*).
8. *Filatov A.R.* Transition from complex strained state to simple one under non-proportional loading: comparison of various approaches // *Transactions of the Krylov State Research Centre*. 2021. Vol. 1(395). P. 42–46. DOI: 10.24937/2542-2324-2021-1-395-42-46 (*in Russian*).
12. *Findley W.N., Coleman J.J., Hanley B.C.* Theory for combined bending and torsion fatigue with data for SAE 4340 steel // *Proceedings of international conference on fatigue of metals*. London, 1956. P. 150–157.
13. *Brown M.W., Miller K.J.* A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. 1973. Vol. 187, No. 1. P. 745–755. DOI: 10.1243/PIME_PROC_1973_187_069_02.
14. *Fatemi A., Socie D.F.* A critical plane approach to multi-axial fatigue damage including out-of-phase loading // *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*. 1988. Vol. 11, No. 3. P. 149–165. DOI: 10.1111/j.1460-2695.1988.tb01169.x.
15. Criterion for high cycle fatigue failure under multiaxial loading / *K. Dang Van, G. Cailletaud, J.F. Flavenot* [et al.] // *Biaxial and multiaxial fatigue*. London : Mechanical Engineering, 1989. P. 459–478. (EGF publication ; Vol. 3).
16. *Dang Van K., Griveau B., Message O.* On a new multi-axial fatigue limit criterion: theory and application // *Biaxial and multiaxial fatigue*. London : Mechanical Engineering, 1989. P. 479–496. (EGF publication ; Vol. 3).
17. *Bannantine J.A., Socie D.F.* A variable amplitude multi-axial fatigue life prediction method // *Fatigue under biaxial and multiaxial loading*. London : Mechanical Engineering Publ., 1991. P. 35–51. (European structural integrity society publ. ; 10).
18. *McDiarmid D.L.* A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 1994. Vol. 17, No. 12. P. 1475–1484. DOI: 10.1111/j.1460-2695.1994.tb00789.x.
19. *Liu K.C.* A method based on virtual strain-energy parameters for multiaxial fatigue life prediction // *Advances in multiaxial fatigue*. Ann Arbor: American society for testing

- and materials, 1993. P. 37–54. (ASTM special technical publications ; vol. 1191). DOI: 10.1520/STP24796S.
20. Using the Smith-Watson-Topper parameter and its modifications to calculate the fatigue life of metals: The state-of-the-art / *T. Lagoda, S. Vantadori, K. Glowacka* [et al.] // *Materials*. 2022. Vol. 15, No. 10. P. 3481. DOI: 10.3390/ma15103481.
21. *Garud Y.S.* A New Approach to the Evaluation of Fatigue under Multiaxial Loadings // *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1981. Vol. 103, No. 2. P. 118–125. DOI: 10.1115/1.3224982.
22. *Smith K.N., Watson P., Topper T.H.* A stress-strain function for the fatigue of metals // *Journal of Materials*. 1970. Vol. 5. P. 767–778.
23. *Wang Y.Y., Yao W.-X.* Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria // *International journal of fatigue*. 2004. Vol. 26, No. 1. P. 17–25. DOI: 10.1016/S0142-1123(03)00110-5.
24. *Kamal M., Rahman M.M.* Advances in fatigue life modeling : A review // *Renewable and sustainable energy reviews*. 2018. Vol. 82. P. 940–949. DOI: 10.1016/j.rser.2017.09.047.
25. *You B.-R., Lee S.-B.* A critical review on multiaxial fatigue assessments of metals // *International journal of fatigue*. 1996. Vol. 18, No. 4. P. 235–244. DOI: 10.1016/0142-1123(96)00002-3.
26. *Cui W.* A state-of-the-art review on fatigue life prediction methods for metal structures // *Journal of marine science and technology*. 2002. Vol. 7, No. 1. P. 43–56. DOI: 10.1007/s007730200012.
27. Evaluation of multiaxial stress-strain models and fatigue life prediction methods under proportional loading / *Meggiolaro M.A., Tupiassú J., De Castro P.* [et al.] // *Solid mechanics in Brazil*. Rio de Janeiro : ABCM, 2009. P. 365–384.
28. *Skibicki D., Pejkowski Ł.* Low-cycle multiaxial fatigue behaviour and fatigue life prediction for CuZn37 brass using the stress-strain models // *International journal of fatigue*. 2017. Vol. 102. P. 18–36. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2017.04.011.
29. *Lu C., Melendez J., Martinez-Esnaola J.M.* A universally applicable multiaxial fatigue criterion in 2D cyclic loading // *International journal of fatigue*. 2018. Vol. 110. P. 95–104. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2018.01.013.
30. A novel energy-based equivalent damage parameter for multiaxial fatigue life prediction / *Zhu H., Wu H., Lu Y., Zhong Z.* // *International journal of fatigue*. 2019. Vol. 121. P. 1–8. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2018.11.025.
31. Development of new critical plane model for assessment of fatigue life under multi-axial loading conditions / *P. Arora, S.K. Gupta, M. Samal, J. Chattopadhyay* // *International journal of fatigue*. 2019. Vol. 129. P. 105209. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2019.105209.
32. *Esmaeili F., Chakherlou T., Zehsaz M.* Prediction of fatigue life in aircraft double lap bolted joints using several multiaxial fatigue criteria // *Materials and design*. 2014. Vol. 59. P. 430–438. DOI: 10.1016/j.matdes.2014.03.019.
33. Multiaxial fatigue life prediction on S355 structural and offshore steel using the SKS critical plane model / *A.S. Cruces, P. Lopez-Crespo, B. Moreno, F.V. Antunes* // *Metals*. 2018. Vol. 8, No. 12. P. 1060. DOI: 10.3390/met8121060.
34. *Han C., Chen X., Kim K.* Evaluation of multiaxial fatigue criteria under irregular loading // *International journal of fatigue*. 2002. Vol. 24, No. 9. P. 913–922. DOI: 10.1016/S0142-1123(02)00013-0.
35. Toward consistent fatigue crack initiation criteria for 304L austenitic stainless steel under multi-axial loads / *B.-M. Lei, V.-X. Tran, S. Taheri* [et al.] // *International journal of fatigue*. 2015. Vol. 75. P. 57–68. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2015.02.001.
36. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction without any additional material constants / *Yu Z.-Y., Zhu S.-P., Liu Q., Liu Y.* // *Materials*. 2017. Vol. 10, No. 8. P. 923. DOI: 10.3390/ma10080923.
37. Evaluation and comparison of critical plane criteria for multiaxial fatigue analysis of ductile and brittle materials / *S.-P. Zhu, Z.-Y. Yu, J. Correia* [et al.] // *International journal of fatigue*. 2018. Vol. 112. P. 279–288. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2018.03.028.
38. *Chen X., Song J., Kim K.S.* Low cycle fatigue life prediction of 63Sn–37Pb solder under proportional and non-proportional loading // *International journal of fatigue*. 2006. Vol. 28, No. 7. P. 757–766. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2005.08.005.
39. *Boeller C., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Pt. A : Unalloyed steels. Amsterdam : Elsevier, 1987. X, 370 p. (Materials science monographs ; vol. 42).
40. *Boeller C., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Pt. B : Low-alloyed steels. Amsterdam : Elsevier, 1987. VII, 568 p. (Materials science monographs ; vol. 42).
41. *Boeller C., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Pt. C : High-alloyed steels. Amsterdam : Elsevier, 1987. VI, 550 p. (Materials science monographs ; vol. 42).
42. *Boeller C., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Pt. D : Aluminium and titanium alloys. Amsterdam : Elsevier, 1987. VI, 165 p. (Materials science monographs ; vol. 42).
43. *Boeller C., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Pt. E : Cast and welded materials. Amsterdam : Elsevier, 1987. VI, 201. (Materials science monographs ; vol. 42).

44. *Bäumel A., Seeger T.* Materials data for cyclic loading. Supplement 1. Amsterdam ; New York : Elsevier, 1990. Pag. var. (Materials science monographs ; vol. 61).
45. *Zhang W., Akid R.* Effect of biaxial mean stress on cyclic stress-strain response and behaviour of short fatigue cracks in a high strength spring steel // *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*. 1997. Vol. 20, No. 2. P. 167–177. DOI: 10.1111/j.1460-2695.1997.tb00276.x.
46. *Salerno G., Magnabosco R., Neto C.D.M.* Mean strain influence in low cycle fatigue behavior of AA7175-T1 aluminum alloy // *International journal of fatigue*. 2007. Vol. 29, No. 5. P. 829–835. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2006.09.004.
47. *Walker K.* The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum // *Effects of environment and complex load history on fatigue life : [symposia papers]*. Lutherville-Timonium : American society for testing and materials, 1970. P. 1–14. (ASTM special technical publications ; vol. 462). DOI: 10.1520/STP32032S.
48. Determining the Walker exponent and developing a modified Smith-Watson-Topper parameter model / *Z. Lv, H.-Z. Huang, H.-K. Wang [et al.]* // *Journal of mechanical science and technology*. 2016. Vol. 30, No. 3. P. 1129–1137. DOI: 10.1007/s12206-016-0217-3.
49. *Wehner T., Fatemi A.* Effects of mean stress on fatigue behaviour of a hardened carbon steel // *International journal of fatigue*. 1991. Vol. 13, No. 3. P. 241–248. DOI: 10.1016/0142-1123(91)90248-W.
50. *Bergmann J., Seeger T.* On the influence of cyclic stress-strain curves, damage parameters, and various evaluation concepts on the life prediction by the local approach // *Proceedings of the 2nd European conference on fracture*. Darmstadt, 1978. P. 270–285. (VDI-Berichte ; Vol. 18, No. 6).
51. Evaluation of mean stress effect on fatigue life by use of damage parameters / *M. Nihei, P. Heuler, C. Bolter, T. Seeger* // *International journal of fatigue*. 1986. Vol. 8, No. 3. P. 119–126. DOI: 10.1016/0142-1123(86)90002-2.
52. *Roberts R., Erdogan F.* The effect of mean stress on fatigue crack propagation in plates under extension and bending // *Journal of basic engineering*. 1967. Vol. 89, No. 4. P. 885–892. DOI: 10.1115/1.3609733.
53. *Socie D.F.* Multiaxial fatigue damage models // *Journal of engineering materials and technology*. 1987. Vol. 109, No. 4. P. 293–298. DOI: 10.1115/1.3225980.
54. *Navarro C., Muñoz S., Domínguez J.* On the use of multiaxial fatigue criteria for fretting fatigue life assessment // *International journal of fatigue*. 2008. Vol. 30, No. 1. P. 32–44. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2007.02.018.
55. *Szolwinski M.P., Farris T.N.* Observation, analysis and prediction of fretting fatigue in 2024-T351 aluminum alloy // *Wear*. 1998. Vol. 221, No. 1. P. 24–36. DOI: 10.1016/S0043-1648(98)00264-6.
56. A new energy-critical plane damage parameter for multiaxial fatigue life prediction of turbine blades / *Z.-Y. Yu, S.-P. Zhu, Q. Liu, Y. Liu* // *Materials*. 2017. Vol. 10, No. 5. P. 513. DOI: 10.3390/ma10050513.
57. *Suman S., Kallmeyer A., Smith J.* Development of a multiaxial fatigue damage parameter and life prediction methodology for non-proportional loading // *Fracture and Structural Integrity*. 2016. Vol. 10, No. 38. P. 224–230. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.38.30.
58. *Glinka G., Shen G., Plumtree A.* A multiaxial fatigue strain energy density parameter related to the critical fracture plane // *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*. 1995. Vol. 18, No. 1. P. 37–46. DOI: 10.1111/j.1460-2695.1995.tb00140.x.
59. *Kanchanomai C., Miyashita Y., Mutoh Y.* Strain-rate effects on low cycle fatigue mechanism of eutectic Sn–Pb solder // *International journal of fatigue*. 2002. Vol. 24, No. 9. P. 987–993. DOI: 10.1016/S0142-1123(02)00011-7.
60. *Hao M.-F., Zhu S.-P., Liao D.* New strain energy-based critical plane approach for multiaxial fatigue life prediction // *Journal of strain analysis for engineering design*. 2019. Vol. 54, No. 5–6. P. 310–319. DOI: 10.1177/0309324719873251.
61. *Chen X., Xu S., Huang D.* A critical plane-strain energy density criterion for multiaxial low-cycle fatigue life under non-proportional loading // *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*. 1999. Vol. 22, No. 8. P. 679–686. DOI: 10.1046/j.1460-2695.1999.t01-1-00199.x.
62. A critical plane based model for fatigue assessment under fixed and rotating principal direction loading / *S.K. Gupta, T.M. Fisch, X. Schuler, E. Roos* // *Proceedings of 21st International conference on structural mechanics in reactor technology (SMiRT 21)*. Red Hook : Curran, 2011. Vol. 4. P. 3099–3110.
63. Probabilistic formulation of the multiaxial fatigue damage of Liu / *S. Calvo, M. Canales, C. Gómez, J. Valdés, J. Núñez* // *International journal of fatigue*. 2011. Vol. 33, No. 3. P. 460–465. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2010.10.003.
64. *Liu K., Wang J.-A.* An energy method for predicting fatigue life, crack orientation, and crack growth under multiaxial loading conditions // *International journal of fatigue*. 2001. Vol. 23, suppl. 1. P. 129–134. DOI: 10.1016/S0142-1123(01)00169-4.
65. *Chu C.C., Conle F.A., Bonnen J.J.* Multiaxial stress-strain modeling and fatigue life prediction of sea axle

- shafts // *Advances in multiaxial fatigue*. Ann Arbor : American society for testing and materials, 1993. P. 37–54. (ASTM special technical publications ; 1191).
66. *Bonnen J., Topper T.* The effect of bending overloads on torsional fatigue in normalized 1045 steel // *International journal of fatigue*. 1999. Vol. 21, No. 1. P. 23–33. DOI: 10.1016/S0142-1123(98)00054-1.
67. A modification of Smith-Watson-Topper damage parameter for fatigue life prediction under non-proportional loading / *J. Li, Q. Sun, Z. Zhang* [et al.] // *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*. 2012. Vol. 35, No. 4. P. 301–316. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2011.01620.x.
68. *Pan W.-F., Hung C.-Y., Chen L.-L.* Fatigue life estimation under multiaxial loadings // *International journal of fatigue*. 1999. Vol. 21, No. 1. P. 3–10. DOI: 10.1016/S0142-1123(98)00050-4.
69. *Rolovič R., Tipton S.M.* An energy based critical plane approach to multiaxial fatigue analysis // *Fatigue and Fracture Mechanics: 29th vol.* West Conshohocken : American society for testing and materials, 1999. P. 599–613. (ASTM special technical publications ; vol. 1332).
70. *Ince A., Glinka G.* A generalized fatigue damage parameter for multiaxial fatigue life prediction under proportional and non-proportional loadings // *International journal of fatigue*. 2014. Vol. 62. P. 34–41. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2013.10.007.
71. *Jiang Y.* A fatigue criterion for general multiaxial loading // *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*. 2000. Vol. 23. P. 19–32. DOI: 10.1046/j.1460-2695.2000.00247.x.
72. *Jiang Y., Hertel O., Vormwald M.* An experimental evaluation of three critical plane multiaxial fatigue criteria // *International journal of fatigue*. 2007. Vol. 29, No. 8. P. 1490–1502. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2006.10.028.
73. Multiaxial fatigue resistance of shot peened high-strength aluminum alloys / *M. Benedetti, V. Fontanari, M. Bandini, D. Taylor* // *International journal of fatigue*. 2014. Vol. 61. P. 271–282. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2013.10.020.
74. *Jiang Y.R., Sehitoglu H.* Fatigue and Stress Analyses of Rolling Contact / Department of Mechanical and Industrial Engineering. Urbana-Champaign : University of Illinois Urbana, 1992. (Fracture control program report ; 161).
75. On low cycle fatigue life of nickel-based superalloy valve membranes under non-proportional cyclic loading / *M. Abbadi, S. Belouettar, P. Muzzo* [et al.] // *International journal of fatigue*. 2008. Vol. 30, No. 7. P. 1160–1168. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2007.09.010.
76. *Varvani-Farahani A.* A new energy-critical plane parameter for fatigue life assessment of various metallic materials subjected to in-phase and out-of-phase multiaxial fatigue loading conditions // *International journal of fatigue*. 2000. Vol. 22, No. 4. P. 295–305. DOI: 10.1016/S0142-1123(00)00002-5.
77. *Jahed H., Varvani-Farahani A.* Upper and lower fatigue life limits model using energy-based fatigue properties // *International journal of fatigue*. 2006. Vol. 28, No. 5–6. P. 467–473. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2005.07.039.
78. Equivalent energy-based critical plane fatigue damage parameter for multiaxial LCF under variable amplitude loading / *L. Xue, D.-G. Shang, D.-H. Li* [et al.] // *International journal of fatigue*. 2020. Vol. 131. P. 105350. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2019.105350.
79. *Łagoda T.* Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Pt. I: The model elaboration // *International journal of fatigue*. 2001. Vol. 23, No. 6. P. 467–480. DOI: 10.1016/S0142-1123(01)00016-0.
80. *Łagoda T.* Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Pt. II: Verification of the model // *International journal of fatigue*. 2001. Vol. 23, No. 6. P. 481–489. DOI: 10.1016/S0142-1123(01)00017-2.
81. *Łagoda T., Ogonowski P.* Criteria of multiaxial random fatigue based on stress, strain and energy parameters of damage in the critical plane // *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*. 2005. Vol. 36, No. 9. P. 429–437. DOI: 10.1002/mawe.200500898.
82. The multiaxial random fatigue criteria based on strain and energy damage parameters on the critical plane for the low-cycle range / *K. Walat, M. Kurek, P. Ogonowski, T. Łagoda* // *International journal of fatigue*. 2012. Vol. 37. P. 100–111. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2011.09.013.
83. *Plumtree A., Cheng G.* A fatigue damage parameter for off-axis unidirectional fibre-reinforced composites // *International journal of fatigue*. 1999. Vol. 21, No. 8. P. 849–856. DOI: 10.1016/S0142-1123(99)00026-2.
84. *Petermann J., Plumtree A.* A unified fatigue failure criterion for unidirectional laminates // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2001. Vol. 32, No. 1. P. 107–118. DOI: 10.1016/S1359-835X(00)00099-3.
85. *Roostaei A.A., Jahed H.* Multiaxial cyclic behaviour and fatigue modelling of AM30 Mg alloy extrusion // *International journal of fatigue*. 2017. Vol. 97. P. 150–161. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2016.12.037.
86. *Liao D., Zhu S.-P.* Energy field intensity approach for notch fatigue analysis // *International journal of fatigue*. 2019. Vol. 127. P. 190–202. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2019.06.010.
87. *Troshenko V.T.* Fatigue and non-elasticity of metals. Kiev : Naukova dumka, 1973. 268 p. (in Russian).

Сведения об авторах

Крыжевич Геннадий Брониславович, д.т.н., профессор ФГУП «Крыловский государственный научный центр»; профессор кафедры теоретической механики ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный морской технический университет». Адрес: 190121, Россия, Санкт-Петербург, Лоцманская ул., д. 3. E-mail: G_Kryzhevich@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0003-4856-4617>.
Волынец Юрий Филиппович, заведующий кафедрой техники и технологий кораблестроения и водного транспорта ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 386-67-41. E-mail: Y_Volynets@ksrc.ru.

About the authors

Gennady B. Kryzhevich, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Krylov State Research Centre; Professor of theoretical mechanics department, Saint-Petersburg State Marine Technical University. Address: 3, Lotsmanskaya, St. Petersburg, Russia, post code 190121. E-mail: G_Kryzhevich@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0003-4856-4617>.
Yury F. Volynets, Head of Department, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoe sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 386-67-41. E-mail: Y_Volynets@ksrc.ru.

Поступила / Received: 23.04.26
Принята в печать / Accepted: 27.07.26
© Крыжевич Г.Б., Волынец Ю.Ф., 2026