

DOI: 10.24937/2542-2324-2022-3-401-00-00
УДК 678.067:620.168.3+534.83

Б.А. Ярцев¹, В.М. Рябов², Л.В. Паршина¹

¹ ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

² Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

ДИССИПАТИВНЫЕ СВОЙСТВА ТРЕХСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ СТРУКТУР. 4. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Объект и цель научной работы. Объектом исследования является трехслойная пластина, образованная двумя жесткими анизотропными слоями и мягким средним изотропным слоем из вязкоупругого полимера. Каждый жесткий слой представляет собой анизотропную структуру, формируемую конечным числом произвольно ориентированных ортотропных вязкоупругих слоев композитов.

Цель работы – исследование влияния ориентации армирования жестких слоев, относительной толщины мягкого слоя изотропного вязкоупругого полимера и температуры окружающей среды на величины собственных частот и коэффициентов механических потерь связанных затухающих колебаний симметричной и асимметричной безопорных вязкоупругих трехслойных композитных пластин.

Материалы и методы. Численный эксперимент с помощью компьютерной программы, реализующей предложенный ранее метод решения связанных дифференциальных уравнений затухающих колебаний анизотропных трехслойных пластин [2].

Основные результаты. Показано, что в безопорной глобально моноклинной симметричной трехслойной прямоугольной пластине возникает изгибно-крутильное взаимодействие, порождающее взаимные трансформации собственных форм связанных мод колебаний в случае, если хотя бы в одном из направлений пластины одна из собственных форм характеризуется четным числом четвертей волны, а другая собственная форма – нечетным числом четвертей волны. В безопорной глобально ортотропной асимметричной трехслойной прямоугольной пластине возникает взаимодействие изгибных мод колебаний в двух взаимно ортогональных плоскостях, если в главных направлениях пластины обе собственные формы характеризуются либо четным, либо нечетным числом четвертей волны.

Установлено, что каждой моде собственных колебаний как симметричных, так и асимметричных трехслойных пластин соответствует эффективная относительная толщина мягкого слоя изотропного вязкоупругого полимера, соответствующая максимальному уровню диссипативных свойств. Дальнейшее увеличение относительной толщины часто сопровождается снижением величин коэффициентов механических потерь. Продемонстрировано существенное влияние температуры окружающей среды на величины собственных частот и коэффициентов механических потерь всех рассматриваемых мод колебаний симметричных и асимметричных безопорных прямоугольных трехслойных композитных пластин.

Заключение. Установлено, что связанные затухающие колебания симметричной трехслойной пластины описываются двумя системами дифференциальных уравнений, структуры которых близки структурам систем соответствующих дифференциальных уравнений, описывающих затухающие колебания квазиоднородной моноклинной пластины. В то же время связанные затухающие колебания асимметричной трехслойной пластины описываются двумя системами дифференциальных уравнений, совпадающими с системами соответствующих дифференциальных уравнений, описывающих затухающие колебания глобально ортотропной трехслойной пластины.

Ключевые слова: демпфирование, анизотропия, вязкоупругие полимеры, температурно-частотная зависимость, колебания, собственная частота, коэффициент.

Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

DOI: 10.24937/2542-2324-2022-3-401-00-00
UDC 678.067:620.168.3+534.83

В.А. Yartsev¹, V.M. Ryabov², L.V. Parshina¹

¹ Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

² St. Petersburg State University, Russia

Для цитирования: Ярцев Б.А., Рябов В.М., Паршина Л.В. Диссипативные свойства трехслойных композитных структур. 4. Численный эксперимент. Труды Крыловского государственного научного центра. 2022; 3(401): 00–00.

For citations: Yartsev B.A., Ryabov V.M., Parshina L.V. Dissipative properties of three-layered composite structures. 4. Numerical experiment. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2022; 3(401): 00–00 (in Russian).

DISSIPATIVE PROPERTIES OF THREE-LAYERED COMPOSITE STRUCTURES. 4. NUMERICAL EXPERIMENT

Object and purpose of research. The study is concerned with a three-layer plate formed by two rigid anisotropic layers and a soft medium isotropic layer of viscoelastic polymer. Each rigid layer presents anisotropic structure formed by a finite number of randomly oriented orthotropic viscoelastic layers of composites.

The paper is intended to study the influence of reinforcement orientation of rigid layers, relative thickness of the soft layer of an isotropic viscoelastic polymer and the ambient temperature on values of natural frequencies and mechanical loss factors of the coupled damped oscillations in symmetric and asymmetric plates.

Materials and methods. Numerical experiment using a computer program implementing the previously proposed method for solving coupled differential equations of damped oscillations in anisotropic three-layer plates [2].

Main results. It was shown that in unsupported globally monoclinic symmetrical three-layer rectangular plate a bending-torsional interaction occurs, generating mutual transformations of the eigenforms of the coupled oscillation modes if at least in one of the directions of the plate one of the eigenforms is characterized by an even number of quarters of the wave, and the other eigenform is characterized by an odd number of quarters of the wave. In unsupported globally orthotropic asymmetric three-layer rectangular plate interaction of bending modes of oscillations occurs in two mutually orthogonal planes, if both eigenforms are characterized by either an even or an odd number of wave quarters in main directions of the plate.

It was found that each mode of natural oscillations of both symmetric and asymmetric three-layer plates has its own effective relative thickness of the soft layer of an isotropic viscoelastic polymer corresponding to the maximum level of dissipative properties. A further increase in the relative thickness is often accompanied by a decrease in values of the mechanical loss factors. The significant influence of ambient temperature on natural frequencies values and mechanical loss factors of all considered oscillation modes of symmetric and asymmetric unsupported rectangular three-layer composite plates is demonstrated.

Conclusion. It was found that coupled damped oscillations of a symmetric three-layer plate are described by two systems of differential equations, with structures close to that of the systems of corresponding differential equations describing the damped oscillations of a quasi-homogeneous monoclinic plate. At the same time, the coupled damped oscillations of an asymmetric three-layer plate are described by two systems of differential equations that coincide with the systems of corresponding differential equations describing the damped oscillations of a globally orthotropic three-layer plate.

Keywords: damping, anisotropy, viscoelastic polymer, temperature-frequency relation, oscillations, natural frequency, coefficient.

The authors declare no conflicts of interest.

Введение

Introduction

В настоящей статье, являющейся продолжением работ [1–3], приводятся результаты численного исследования влияния структурных параметров и температуры окружающей среды на параметры динамического отклика безопорных трехслойных композитных пластин. Жесткие слои трехслойных пластин толщиной $h_{(1)} = h_{(3)} = h = a/100 = 0,0016 \text{ м} = \text{const}$ представляют собой квазиоднородные структуры, образованные совокупностью конечного числа армирующих слоев углепластика HMS/DX-209.

В симметричных пластинах все армирующие слои относительно глобальных систем координат $x_{(1)}y_{(1)}z_{(1)}$ и $x_{(3)}y_{(3)}z_{(3)}$ ориентированы в одном направлении ($\theta_{(1)} = \theta_{(3)} = \theta$), а в асимметричных пластинах – в противоположных направлениях ($\theta_{(1)} = -\theta_{(3)} = \theta$). В качестве материала мягкого слоя используется вязкоупругий полимер ВДМ-2. Упруго-диссипативные характеристики материалов жест-

ких и мягкого слоев приведены в [2]. В [3] показано, что симметричная и асимметричная трехслойные композитные пластины представляют собой глобально моноклинную и глобально ортотропную структуры соответственно.

Влияние ориентации армирования жестких слоев

Influence of reinforcement orientation of rigid layers

Влияние ориентации армирования жестких слоев симметричной и асимметричной трехслойных пластин на величины их собственных частот и коэффициентов механических потерь исследовалось путем варьирования угла θ при фиксированном значении относительной толщины мягкого слоя вязкоупругого полимера $\bar{h} = h_{[21]}/h = 0,2$ для трех значений температуры окружающей среды: $T_c = 20^\circ \text{C}$, 30°C , 40°C . При $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$ симметричная трехслойная пластина совершает связанные изгибно-крутильные колебания в двух взаимно ортогональ-

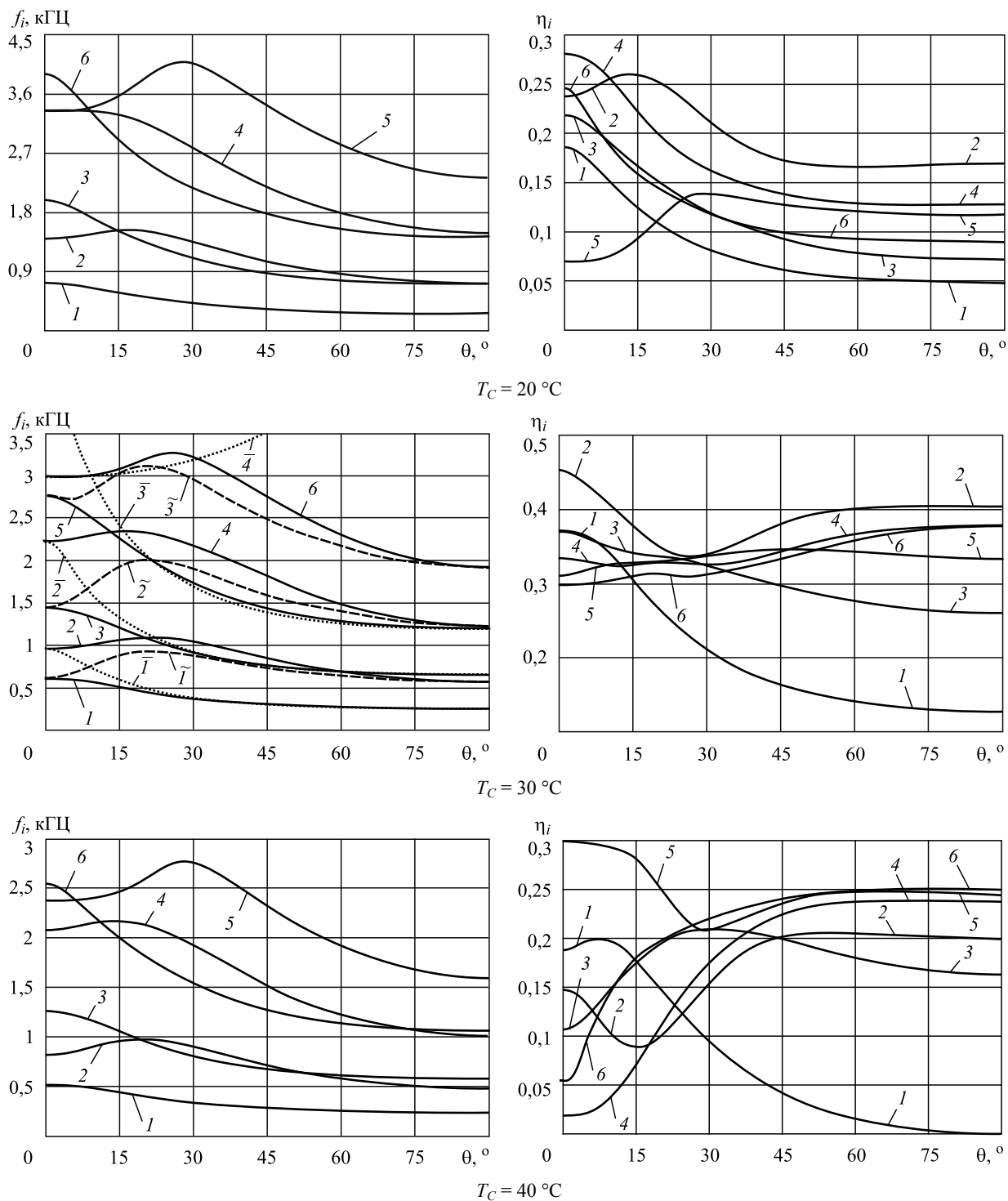


Рис. 1. Зависимости собственных частот и коэффициентов механических потерь низших тонов колебаний симметричной трехслойной пластины от угла ориентации армирования жестких слоев

Fig. 1. Dependencies of natural frequencies and mechanical loss factors of the lowest oscillation tones of a symmetric three-layer plate on the orientation angle of rigid layers reinforcement

ных плоскостях, а асимметричная трехслойная пластина – изгибные и крутильные колебания в двух взаимно ортогональных плоскостях [3].

Результаты численных исследований зависимостей собственных частот $f_i = f_i(\theta)$, коэффициентов механических потерь $\eta_i = \eta_i(\theta)$ и собственных форм шести низших тонов колебаний симметричной трехслойной пластины приведены на рис. 1, 2. Сопоставление графиков зависимостей $f_i = f_i(\theta)$ и собственных форм колебаний для глобально моноклинной симметричной трехслойной пластины с аналогичными зависимостями для моноклинной квазиоднородной пластины из однонаправленного углепластика HMS/DX-209 [3] позволяет отметить подобие их изменения, обусловленное изгибно-крутильной связанностью.

Об этом свидетельствует появление множества областей взаимных трансформаций собственных форм связанных мод колебаний. Последовательность взаимных трансформаций собственных форм симметричной трехслойной пластины определяется ориентацией армирования ее жестких слоев, а также частотой колебаний и температурой окружающей среды, поскольку упруго-диссипативные характеристики мягкого слоя вязкоупругого полимера демонстрируют существенную зависимость от этих параметров.

Из сопоставления результатов, представленных на рис. 1, 2, следует, что при $T_c = 20^\circ\text{C}$, 30°C , 40°C для всех $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$ последовательности взаимных трансформаций собственных форм четырех низших тонов связанных колебаний симметричной трехслойной пластины совпадают. Более того, последовательности взаимных трансформаций собственных форм трех низших тонов связанных колебаний симметричной трехслойной пластины совпадают с аналогичными последовательностями для связанных колебаний квазиоднородной пластины из однонаправленного углепластика HMS/DX-209 [3].

Влияние температуры окружающей среды на последовательность изменений собственных форм начинает проявляться с пятого тона связанных колебаний симметричной трехслойной пластины. Для иллюстрации сказанного на общем графике зависимостей собственных частот связанных колебаний $f_i = f_i(\theta)$ при $T_c = 30^\circ\text{C}$ дополнительно нанесены графики зависимостей парциальных изгибных $\tilde{f}_i = \tilde{f}_i(\theta)$ и крутильных $\tilde{f}_i = \tilde{f}_i(\theta)$ собственных частот (соответственно, точечные кривые $\bar{1} - \bar{4}$ и пунктирные кривые $\tilde{1} - \tilde{3}$ на рис. 1).

Величины парциальных собственных частот определялись из решения системы дифференциальных уравнений, описывающей колебания глобально-

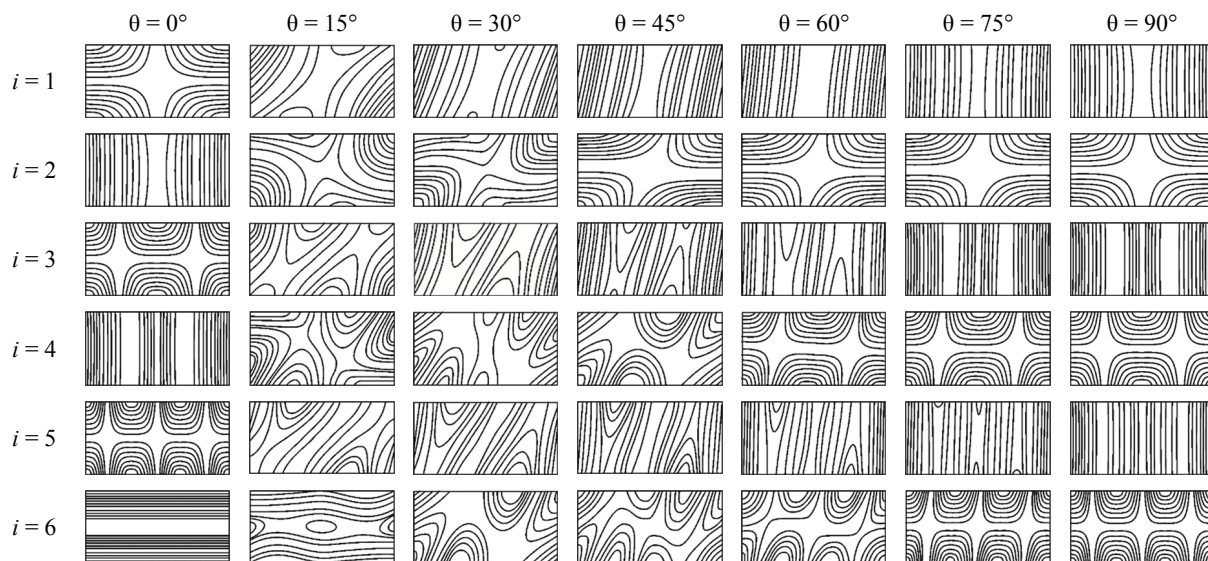


Рис. 2. Зависимость собственных форм связанных мод колебаний симметричной трехслойной пластины от угла ориентации армирования жестких слоев ($T_c = 30^\circ\text{C}$)

Fig. 2. Dependence of the eigenforms of the coupled oscillation modes of a symmetric three-layer plate on the orientation angle of rigid layers reinforcement ($T_c = 30^\circ\text{C}$)

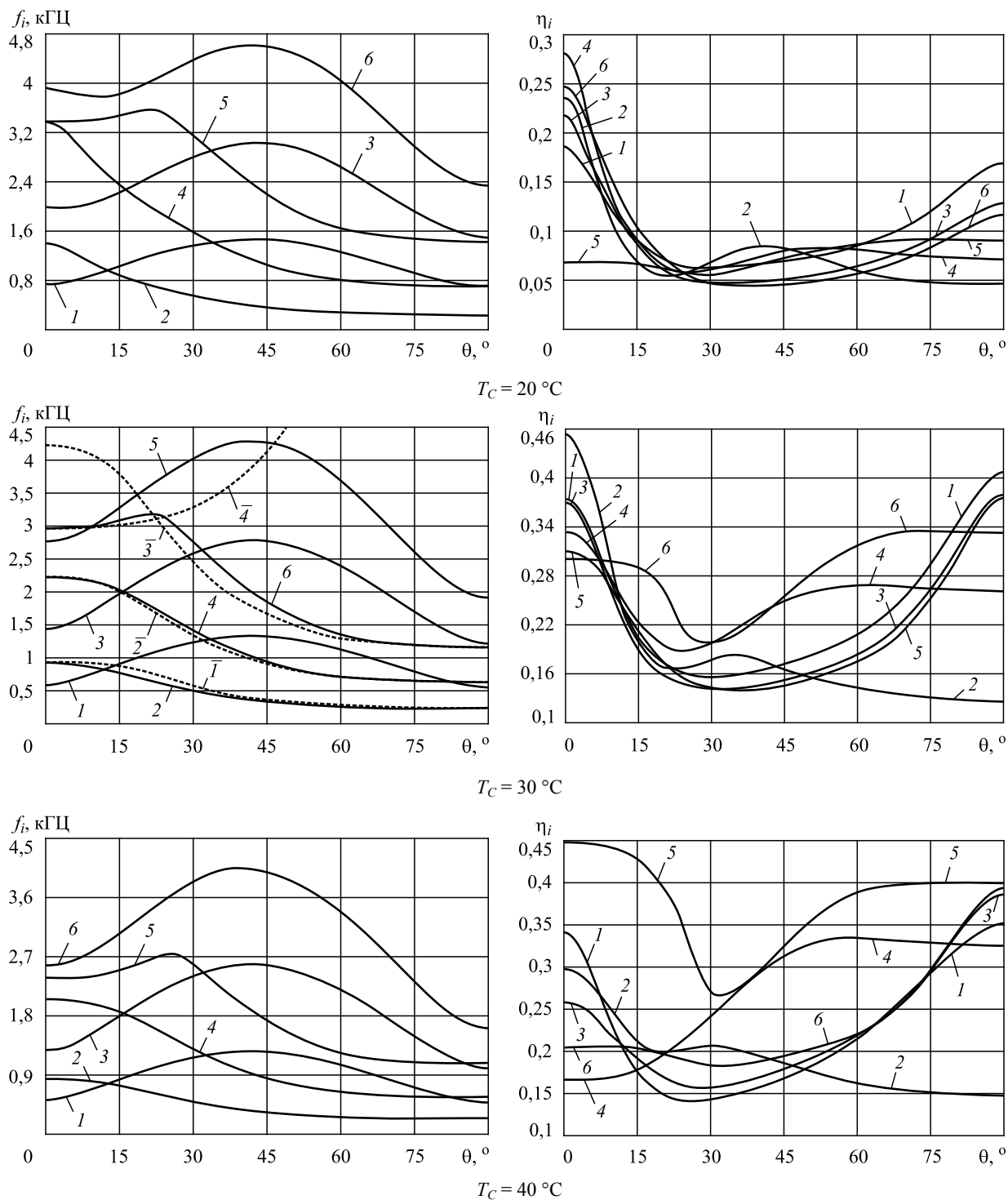


Рис. 3. Зависимости собственных частот и коэффициентов механических потерь низших тонов колебаний асимметричной трехслойной пластины от угла ориентации армирования жестких слоев

Fig. 3. Dependencies of natural frequencies and mechanical loss factors of the lowest oscillation tones of an asymmetric three-layer plate on the orientation angle of rigid layers reinforcement

ортоотропной трехслойной пластины, по т.н. свободным комплексным модулям упругости $E_{xx} = E_{xx}(\theta)$, свободным комплексным модулям межслойного сдвига $G_{xz} = G_{xz}(\theta)$, $G_{yz} = G_{yz}(\theta)$ и т.н. чистому комплексному модулю сдвига в плоскости армирования $\bar{G}_{xy}(\theta) = G_{xy}(\theta)/[1 - \mu_{xy,x}(\theta) \cdot \mu_{x,xy}(\theta)]$.

Из совместного анализа приведенных на рис. 1, 2 зависимостей следует, что при $T_C = 30^\circ\text{C}$ на отрезке $\theta \in [0^\circ, 30^\circ]$ происходят взаимные трансформации собственных форм первой и второй, третьей и четвертой, а также пятой и седьмой мод связанных колебаний. Об этом свидетельствует появление точек пересечения графиков зависимостей соответствующих парциальных изгибных $\bar{f}_i = \bar{f}_i(\theta)$ и крутильных $\tilde{f}_i = \tilde{f}_i(\theta)$ собственных частот от угла ориентации армирующих слоев θ внутри областей, ограниченных функциями $f_m = f_m(\theta)$ и $f_n = f_n(\theta)$ связанных мод колебаний (пересечения кривых $\bar{1}, \tilde{1}$ при $\theta \approx 10^\circ$, кривых $\bar{2}, \tilde{2}$ при $\theta \approx 8^\circ$, кривых $\bar{3}, \tilde{3}$ при $\theta \approx 12^\circ$).

Температурно-частотная зависимость упругодиссипативных характеристик вязкоупругого полимера влечет за собой снижение собственных частот всех рассматриваемых мод колебаний ($\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$). Качественное отличие изменения функций $\eta_i = \eta_i(\theta)$ по мере увеличения аргумента θ при $T_C = 20^\circ\text{C}$ от аналогичных изменений этих же функций при

$T_C = 30^\circ\text{C}$, 40°C также обусловлено температурно-частотной зависимостью коэффициента механических потерь вязкоупругого полимера $\eta = \eta(f, T_C)$ [2]. На отрезке $f \in [0, 2; 5, 0]$ кГц функция $\eta = \eta(f, 20^\circ\text{C})$ убывает, функция $\eta = \eta(f, 30^\circ\text{C})$ достигает экстремума, а функция $\eta = \eta(f, 40^\circ\text{C})$ возрастает. Именно экстремумом функции $\eta = \eta(f, 30^\circ\text{C})$ для вязкоупругого полимера объясняются высокие значения коэффициентов механических потерь всех рассматриваемых мод колебаний ($\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$) при $T_C = 30^\circ\text{C}$.

Влияние ориентации армирования жестких слоев

Influence of reinforcement orientation of rigid layers

Результаты численных исследований зависимостей собственных частот $f_i = f_i(\theta)$, коэффициентов механических потерь $\eta_i = \eta_i(\theta)$ и собственных форм шести низших тонов колебаний асимметричной трехслойной пластины для трех значений температуры окружающей среды – $T_C = 20^\circ\text{C}$, 30°C , 40°C – приведены на рис. 3–4. В безопорной асимметричной трехслойной пластине возникает взаимодействие изгибных мод колебаний в двух взаимно ортогональных плоскостях (изгибно-изгибное взаимодействие).

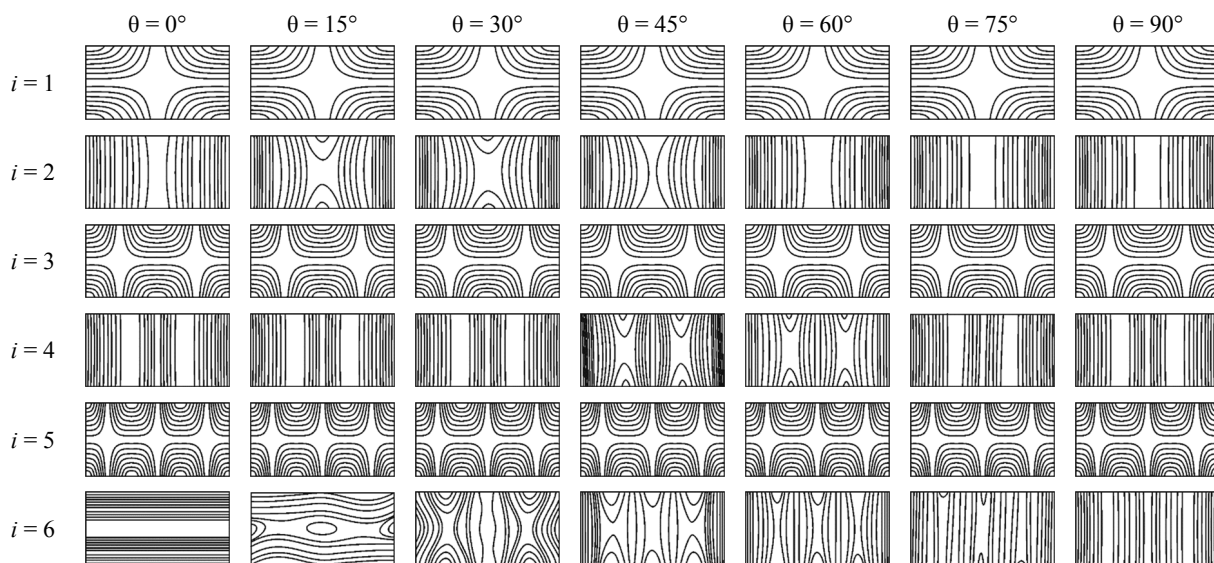


Рис. 4. Зависимость собственных форм связанных мод колебаний асимметричной трехслойной пластины от угла ориентации армирования жестких слоев ($T_C = 30^\circ\text{C}$)

Fig. 4. Dependence of the eigenforms of the coupled oscillation modes of an asymmetric three-layer plate on the orientation angle of rigid layers reinforcement ($T_C = 30^\circ\text{C}$)

Для иллюстрации этого взаимодействия на графике зависимостей собственных частот колебаний $f_i = f_i(\theta)$ при $T_C = 30^\circ\text{C}$ нанесены графики зависимостей парциальных изгибных собственных частот $\bar{f}_i = \bar{f}_i(\theta)$ (точечные кривые $\bar{1} - \bar{4}$ на рис. 3). Величины парциальных изгибных собственных частот определялись из решения системы дифференциальных уравнений, описывающей колебания глобально ортотропной трехслойной пластины по чистым комплексным модулям упругости $\bar{E}_{xx}(\theta) = E_{xx}(\theta)/[1 - \mu_{xy,x}(\theta) \cdot \mu_{x,xy}(\theta)]$ и свободным комплексным модулям межслойного сдвига $G_{xz} = G_{xz}(\theta)$, $G_{yz} = G_{yz}(\theta)$.

Совместный анализ зависимостей, приведенных на рис. 3–4, позволяет утверждать, что на отрезке $\theta \in [15^\circ, 30^\circ]$ происходит взаимная трансформация собственных форм шестой и седьмой мод колебаний. Об этом свидетельствует появление точки пересечения графиков зависимостей соответствующих парциальных собственных частот при $\theta \approx 23$ (кривые $\bar{3}$, $\bar{4}$). В результате взаимной трансформации собственная форма шестой связанной моды, при $\theta = 0^\circ$ идентифицируемая как первая изгибная относительно оси x , при $\theta = 90^\circ$ идентифицируется как третья изгибная относительно оси y (рис. 4).

Представленные результаты позволяют заключить, что для безопорной асимметричной трехслойной пластины взаимодействие изгибных мод колебаний в двух взаимно ортогональных плоскостях возникает, если в направлениях пластины x или y обе собственные формы характеризуются либо четным, либо нечетным числом четвертей волны. Как и в случае симметричной трехслойной пластины, повышение температуры окружающей среды на отрезке $T_C \in [20^\circ\text{C}, 40^\circ\text{C}]$ влечет за собой понижение собственных частот всех рассматриваемых мод колебаний асимметричной трехслойной пластины при $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$. Однако в отличие от симметричной трехслойной пластины максимальные значения коэффициентов механических потерь асимметричной трехслойной пластины для всех $T_C \in [20^\circ\text{C}, 40^\circ\text{C}]$ достигаются при $\theta = 0^\circ, 90^\circ$.

Влияние относительной толщины мягкого слоя

Influence of the relative thickness of the soft layer

Численные исследования влияния относительной толщины мягкого слоя изотропного вязкоупругого полимера \bar{h} на величины собственных частот

$f_i = f_i(\bar{h})$ и коэффициентов механических потерь $\eta_i = \eta_i(\bar{h})$ шести низших тонов колебаний ($i = \bar{1}, \bar{6}$) проводились при $T_C = 20^\circ\text{C}, 30^\circ\text{C}, 40^\circ\text{C}$ и для фиксированных углов ориентации армирования жестких слоев трехслойных пластин. Рассматривались ортотропная симметричная ($\theta_{(1)} = \theta_{(3)} = \theta = 0^\circ$), глобально моноклинная симметричная ($\theta_{(1)} = \theta_{(3)} = \theta = 15^\circ$) и глобально ортотропная асимметричная ($\theta_{(1)} = -\theta_{(3)} = \theta = 15^\circ$) трехслойные пластины. Полученные результаты приведены на рис. 5–7 в виде графиков зависимостей $f_i = f_i(\bar{h})$ и $\eta_i = \eta_i(\bar{h})$.

Судя по приведенным на рис. 5–7 данным, согласующимся с результатами работы [4], каждой моде собственных колебаний как симметричных, так и асимметричных трехслойных пластин соответствует эффективная относительная толщина мягкого слоя изотропного вязкоупругого полимера \bar{h}_e , при которой функция $\eta_i = \eta_i(\bar{h})$ достигает максимума. Дальнейшее увеличение величины $\bar{h} > \bar{h}_e$ не только не приводит к увеличению значений коэффициентов механических потерь $\eta_i = \eta_i(\bar{h})$, но часто сопровождается снижением уровней демпфирования. Последнее объясняется температурно-частотной зависимостью упруго-диссипативных характеристик вязкоупругого полимера, порождающей аналогичную зависимость величины $\bar{h}_e = \bar{h}_e(f, T_C)$. Повышение температуры окружающей среды T_C влечет за собой уменьшение величины \bar{h}_e , а понижение T_C порождает увеличение величины \bar{h}_e . При $\bar{h} = \bar{h}_e$ функции $\eta_i = \eta_i(\bar{h})$ достигают глобального максимума. Эти же области значений аргумента \bar{h} соответствуют максимальным значениям функций $\partial f_i(\bar{h})/\partial \bar{h}$.

Сопоставление представленных на рис. 6–7 функций $\eta_i = \eta_i(\bar{h})$ ($\bar{h} \in [0, 1]$) позволяет отметить, что изгибно-крутильная связанность колебаний симметричных трехслойных пластин позволяет реализовать уровни демпфирования, превышающие уровни демпфирования асимметричных трехслойных пластин.

Влияние температуры окружающей среды

Influence of ambient temperature

Численные исследования влияния изменения температуры окружающей среды $T_C \in [20^\circ\text{C}, 40^\circ\text{C}]$ на величины их собственных частот $f_i = f_i(T_C)$ и коэффициентов механических потерь $\eta_i = \eta_i(T_C)$ шести низших тонов колебаний проводились при фиксированных значениях относительной толщины

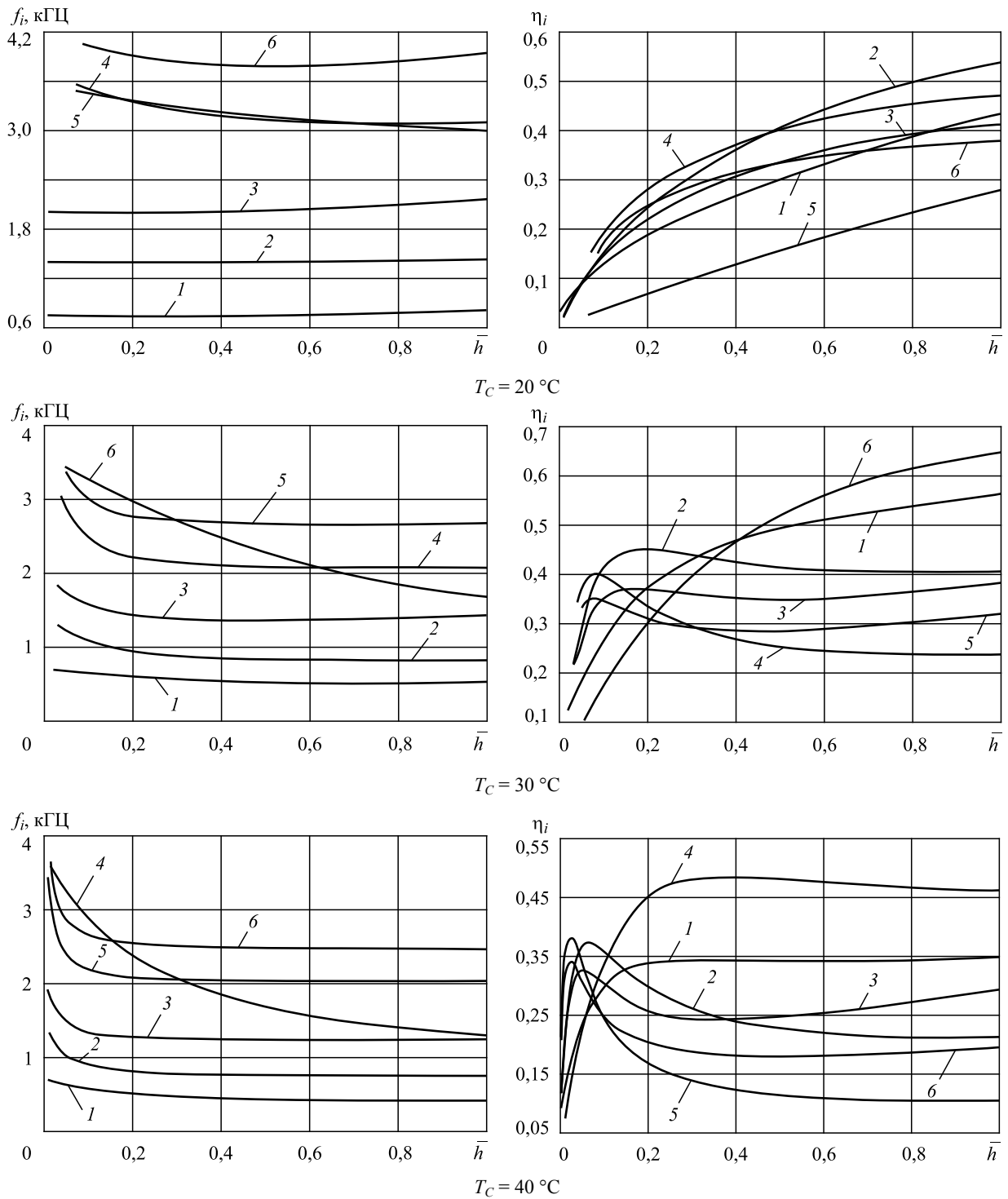


Рис. 5. Зависимости собственных частот и коэффициентов механических потерь ортотропной симметричной трехслойной пластины от относительной толщины мягкого слоя вязкоупругого полимера ($\theta_{(1)} = \theta_{(3)} = \theta = 0^\circ$)

Fig. 5. Dependencies of the natural frequencies and mechanical loss factors of an orthotropic symmetrical three-layer plate on the relative thickness of the soft layer of a viscoelastic polymer ($\theta_{(1)} = \theta_{(3)} = \theta = 0^\circ$)

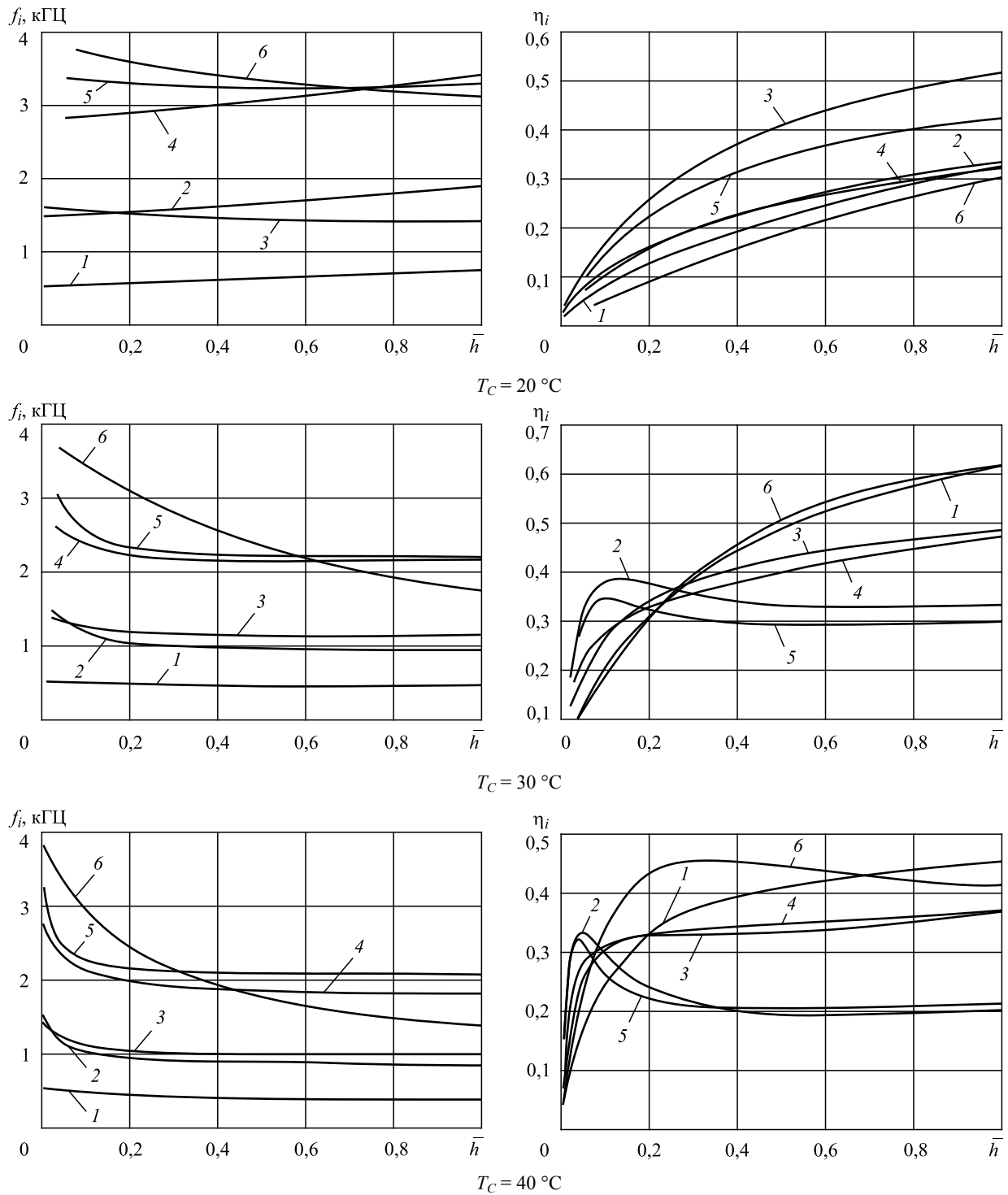


Рис. 6. Зависимости собственных частот и коэффициентов механических потерь симметричной трехслойной пластины от относительной толщины мягкого слоя вязкоупругого полимера ($\theta_{(1)} = \theta_{(3)} = \theta = 15^\circ$)

Fig. 6. Dependencies of the natural frequencies and mechanical loss factors of a symmetric three-layer plate on the relative thickness of the soft layer of a viscoelastic polymer ($\theta_{(1)} = \theta_{(3)} = \theta = 15^\circ$)

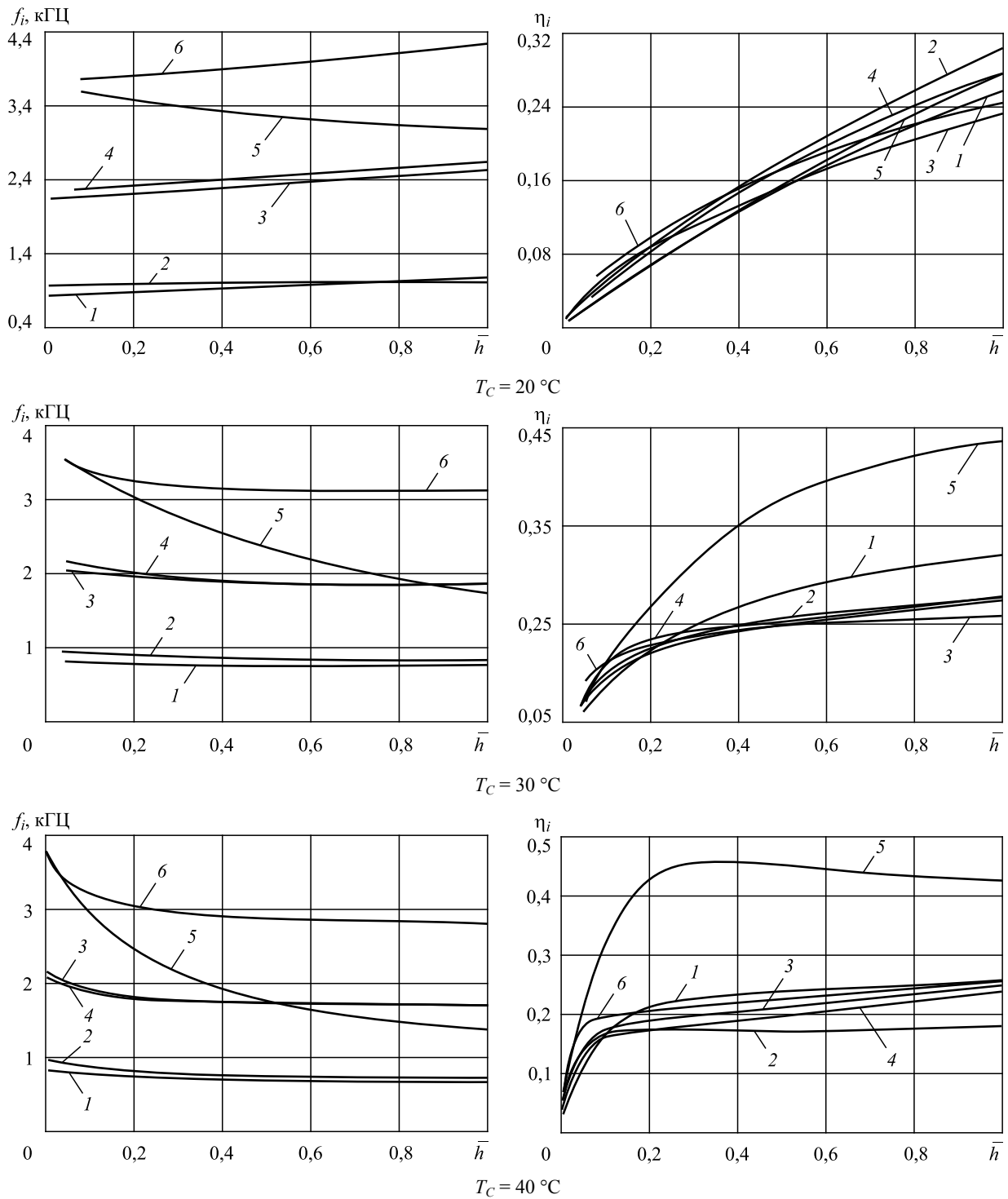


Рис. 7. Зависимости собственных частот и коэффициентов механических потерь асимметричной трехслойной пластины от относительной толщины мягкого слоя вязкоупругого полимера ($\theta_{(1)} = -\theta_{(3)} = \theta = 15^\circ$)

Fig. 7. Dependencies of the natural frequencies and mechanical loss factors of an asymmetric three-layer plate on the relative thickness of the soft layer of a viscoelastic polymer ($\theta_{(1)} = -\theta_{(3)} = \theta = 15^\circ$)

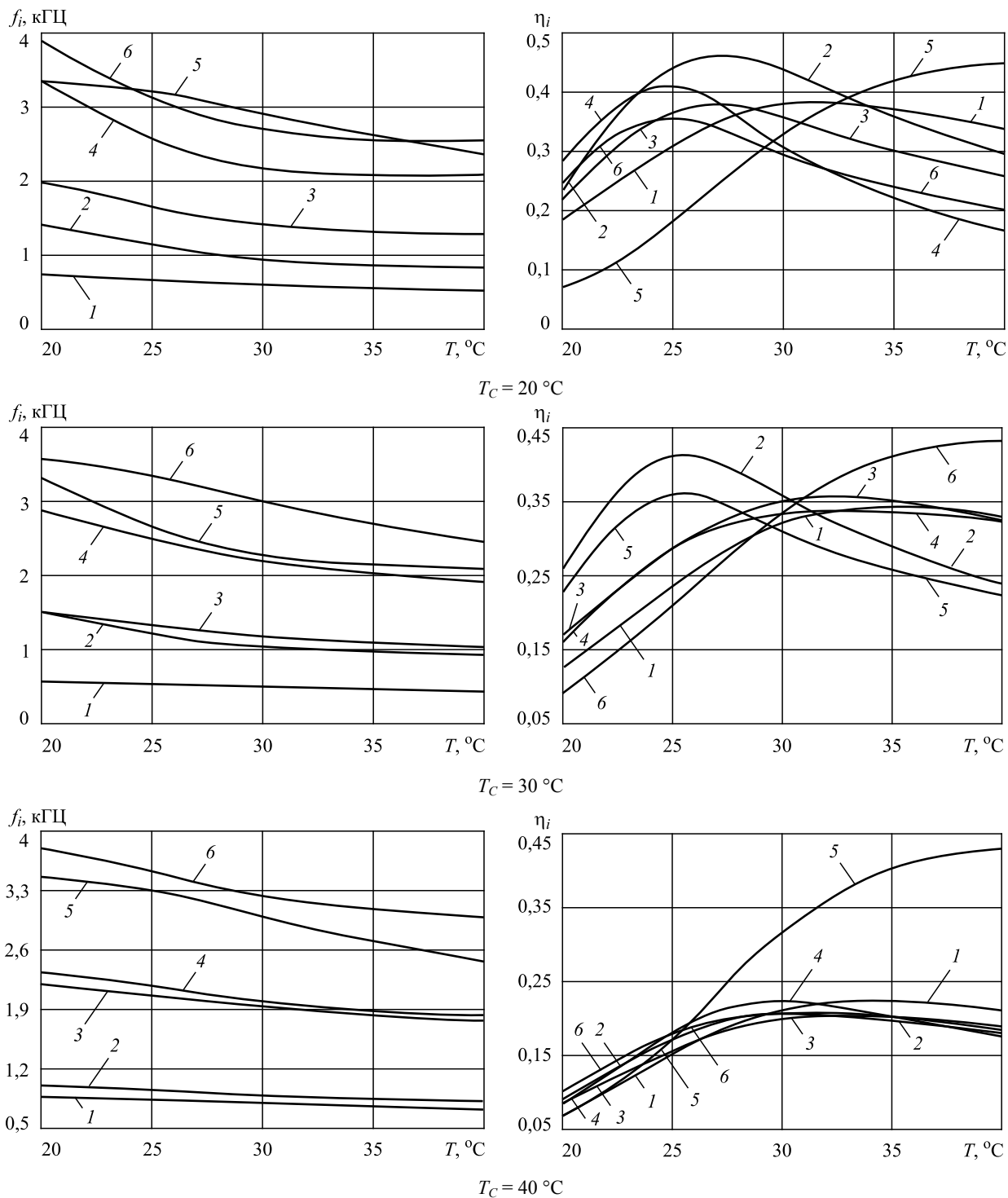


Рис. 8. Зависимости собственных частот и коэффициентов механических потерь низших тонов колебаний трехслойной пластины от температуры окружающей среды

Fig. 8. Dependencies of natural frequencies and mechanical loss factors of the lowest oscillation tones of three-layer plate on ambient temperature

мягкого слоя изотропного вязкоупругого полимера $\bar{h} = 0,2 = \text{const}$ и углов ориентации армирования жестких слоев трехслойных пластин.

Рассматривались ортотропная симметричная ($\theta_{(1)} = \theta_{(3)} = \theta = 0^\circ$), глобально моноклиная симметричная ($\theta_{(1)} = \theta_{(3)} = \theta = 15^\circ$) и глобально ортотропная асимметричная ($\theta_{(1)} = -\theta_{(3)} = \theta = 15^\circ$) трехслойные пластины. Полученные результаты приведены на рис. 8 в виде графиков зависимостей $f_i = f_i(T_C)$ и $\eta_i = \eta_i(T_C)$ (символами $\bar{1}, \bar{6}$ обозначены номера мод колебаний).

Совместный анализ представленных на этом рисунке зависимостей позволяет отметить ожидаемое монотонное убывание функций $f_i = f_i(T_C)$ по мере увеличения температуры окружающей среды T_C для всех форм колебаний как симметричных, так и асимметричной трехслойных пластин. При этом все функции $\eta_i = \eta_i(T_C)$ при $T_C = \bar{T}_C$ обладают отчетливо выраженным глобальным максимумом. Значение аргумента \bar{T}_C определяется значением собственной частоты, собственной формой и температурно-частотной зависимостью упруго-диссипативных характеристик вязкоупругого полимера.

Заключение

Conclusion

Таким образом, связанные затухающие колебания симметричной трехслойной пластины описываются двумя системами дифференциальных уравнений (5), (6), структуры которых близки структурам систем соответствующих дифференциальных уравнений, описывающих затухающие колебания квазиоднородной моноклиной пластины (1), (2).

В то же время связанные затухающие колебания асимметричной трехслойной пластины описываются двумя системами дифференциальных уравнений (7), (8), которые совпадают с системами соответствующих дифференциальных уравнений, описывающих затухающие колебания глобально ортотропной трехслойной пластины.

Список использованной литературы

1. Ярцев Б.А., Рябов В.М., Паршина Л.В. Диссипативные свойства трехслойных композитных структур. 1. Постановка задачи // Труды Крыловского государственного научного центра. 2021. Вып. 4(398). С. 24–34. DOI: 10.24937/2542-2324-2021-4-398-24-34.
2. Ярцев Б.А., Рябов В.М., Паршина Л.В. Диссипативные свойства трехслойных композитных структур. 2. Метод решения // Труды Крыловского государ-

ственного научного центра. 2022. Вып. 1(399). С. 55–64. DOI: 10.24937/2542-2324-2022-1-399-55-64.

3. Ярцев Б.А., Рябов В.М., Паршина Л.В. Диссипативные свойства трехслойных композитных структур. 3. Объекты исследования // Труды Крыловского государственного научного центра. 2022. Вып. 2(400). С. 51–58. DOI: 10.24937/2542-2324-2022-2-400-51-58.
4. Паршина Л.В., Рябов В.М., Ярцев Б.А. Рассеяние энергии при колебаниях неоднородных композитных структур. 3. Численный эксперимент // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2019. Т. 6(64). Вып. 1. С. 144–156.

References

1. Yartsev B.A., Ryabov V.M., Parshina L.V. Dissipative properties of three-layer composite structures. 1. Statement of the problem // Transactions of the Krylov State Research Center. 2021. Vol. 4(398). P. 24–34. DOI: 10.24937/2542-2324-2021-4-398-24-34 (in Russian).
2. Yartsev B.A., Ryabov V.M., Parshina L.V. Dissipative properties of three-layer composite structures. 2. Solution method // Transactions of the Krylov State Research Center. 2022. Vol. 1(399). P. 55–64. DOI: 10.24937/2542-2324-2022-1-399-55-64 (in Russian).
3. Yartsev B.A., Ryabov V.M., Parshina L.V. Dissipative properties of three-layer composite structures. 3. Subjects of research // Transactions of the Krylov State Research Center. 2022. Vol. 2(400). P. 51–58. DOI: 10.24937/2542-2324-2022-2-400-51-58 (in Russian).
4. Parshina L.V., Ryabov V.M., Yartsev B.A. Energy dissipation during oscillations of inhomogeneous composite structures. 3. Numerical experiment // Bulletin of St. Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy. 2019. Vol. 6(64). No. 1. P. 144–156 (in Russian).

Сведения об авторах

Ярцев Борис Александрович, д.т.н., начальник сектора ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 415-47-06. E-mail: krylov@krylov.spb.ru. <https://orcid.org/0000-0001-7443-1039>.

Рябов Виктор Михайлович, д.т.н., заведующий кафедрой «Вычислительная математика» Санкт-Петербургского государственного университета. Адрес: 199034, Россия, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7–9. Тел.: +7 (812) 543-83-37. E-mail: v.gyabov@spbu.ru.

Паршина Людмила Валентиновна, к.т.н., старший научный сотрудник ФГУП «Крыловский государственный

научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 415-47-06. E-mail: krylov@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0002-8424-0903>.

About the authors

Boris A. Yartsev, Dr. Sci. (Eng.), Head of Sector, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 415-47-06. E-mail: krylov@krylov.spb.ru. <https://orcid.org/0000-0001-7443-1039>.

Viktor M. Ryabov, Dr. Sci. (Eng.), Head of Computational Mathematics Department, St. Petersburg State University. Address: 7–9, Universitetskaya Embankment, St. Petersburg, Russia, post code 199034. Tel.: +7 (812) 543-83-37. E-mail: v.ryabov@spbu.ru.

Lyudmila V. Parshina, Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 415-47-06. E-mail: krylov@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0002-8424-0903>.

Поступила / Received: 00.00.22

Принята в печать / Accepted: 00.00.22

© Ярцев Б.А., Рябов В.М., Паршина Л.В., 2022