
DOI: 10.24937/2542-2324-2023-1-S-I-108-117
УДК 621.313+681.537
EDN: JGMKNP

Б.В. Бруслиновский^{1,2}, О.В. Мохова¹

¹ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

²ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия

ИТЕРАТИВНЫЙ СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ИМПУЛЬСНЫМ ИСТОЧНИКОМ ТОКА БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ

Рассмотрены вопросы разработок импульсных источников тока большой мощности на основе электромеханических преобразователей энергии, предназначенных для формирования в обмотках индукторов сильных знакопеременных импульсных полей.

Качественное формирование импульсов тока по заданной временной программе должна обеспечивать высокоточная система управления электромеханическим агрегатом. Для обеспечения высокой точности необходимо учитывать нелинейность характеристик электрических машин, в т.ч. явление магнитного гистерезиса. При таком учете математическая модель объекта представляет собой систему неоднозначных нелинейных дифференциальных уравнений.

Авторы предлагают итеративный синтез нелинейной системы управления электромеханическим импульсным источником тока большой мощности, что позволит решить обозначенную задачу.

Ключевые слова: импульсный источник тока большой мощности, синхронный двигатель, генератор постоянного тока, нелинейная система управления, бэкстеппинг.

Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

DOI: 10.24937/2542-2324-2023-1-S-I-108-117
UDC 621.313+681.537
EDN: JGMKNP

B.V. Bruslinovskii^{1,2}, O.V. Mokhova¹

¹KSRC, St. Petersburg, Russia

²St. Petersburg State Electrotechnical University (LETI), Russia

ITERATIVE SYNTHESIS OF NON-LINEAR CONTROL SYSTEM FOR PULSE SOURCE OF HIGH CURRENT

This paper discusses development of pulse sources of high current based on electromechanical power converters intended to form strong alternating-sign pulse fields in inductor windings.

High-quality generation of current pulses as per pre-defined time program must be ensured by a very accurate control system for the electromechanical assembly. To attain required accuracy, it is necessary to take into account non-linearity of electric machine parameters, like magnetic hysteresis. Therefore, mathematical model of the object will become a system of ambiguous non-linear differential equations.

To overcome this challenge, the authors suggest iterative synthesis of non-linear control system for pulse source of high current.

Keywords: pulse source of high current, synchronous motor, DC generator, of non-linear control system, backstepping

The authors declare no conflicts of interest.

Для цитирования: Бруслиновский Б.В., Мохова О.В. Итеративный синтез нелинейной системы управления импульсным источником тока большой мощности. Труды Крыловского государственного научного центра. 2023; Специальный выпуск 1: 108–117.

For citations: Bruslinovskii B.V., Mokhova O.V. Iterative synthesis of non-linear control system for pulse source of high current. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2023; Special Issue 1: 108–117 (in Russian).

Введение

Introduction

В данной работе рассматривается импульсный источник тока (ИИТ), позволяющий создавать в обмотках индукторов сильные знакопеременные импульсные магнитные поля с убывающей амплитудой. Элементная база ИИТ может быть разной: электрические машины, полупроводниковые преобразователи, аккумуляторные батареи, магнитные индукторы, неразрушаемые магниты. В настоящей статье рассматривается ИИТ, состоящий из механически связанных приводного синхронного двигателя (СД) и генератора постоянного тока с независимым возбуждением (ГПТ НВ).

Выходной ток ГПТ НВ характеризуется следующими параметрами: в нагрузке ИИТ большой мощности должна быть сформирована знакопеременная импульсная последовательность тока трапецеидальной формы с длительностью импульсов порядка десятков секунд и убывающей по заданному закону амплитудой, которая для первого импульса может составлять несколько килоампер. При этом точность воспроизведения входного сигнала должна соответствовать долям процента от амплитуды текущей пары импульсов.

Исследование работы ИИТ производится путем математического моделирования. Следовательно, математическая модель электромагнитных процессов объекта должна содержать минимум допущений и учитывать различного рода нелинейности. К числу таких относится явление магнитного гистерезиса, которое, как показали результаты испытаний, оказывает негативное влияние на точность воспроизведения входного сигнала. Поэтому для управления электромеханическим агрегатом предлагается нелинейная система, полученная методом итеративного синтеза.

Математическая модель импульсного источника тока большой мощности

Pulse source of high current:
mathematical model

Исследуемый ИИТ большой мощности, функциональная схема которого приведена на рис. 1, включает первичный источник питания (ПИП), приводной СД, ГПТ НВ и индуктор (И). В качестве ПИП выступает сеть бесконечной мощности. Данные с датчиков положения ротора (ДПР) и то-

ка (ДТ) передаются на систему управления двигателем (СУД) и микропроцессорную систему управления (МСУ) генератором, преобразовываются (в случае с ГПТ сравниваются с задающим сигналом (ЗС)) и через устройство согласования (УС) и автономный инвертор напряжения (АИН) в виде напряжения питания поступают на СД и ГПТ соответственно.

В рамках исследования рассматривается импульсный режим работы ИИТ большой мощности, поэтому допускается, что СД приведен во вращение с помощью разгонного асинхронного двигателя, вошел в синхронизм и работает на номинальной скорости.

Математическая модель ИИТ большой мощности основана на уравнениях электромагнитных процессов СД в связанной с ротором и вращающейся вместе с ним $d-q$ – системе координат [14] и ГПТ НВ [12]. Следовательно, при выборе в качестве переменных состояния проекций тока статора СД на оси d i_d и q i_q , тока возбуждения СД i_f , угловой нагрузки СД θ , угловой скорости вращения системы ω , тока возбуждения ГПТ i_e , тока якоря ГПТ i_a она может быть представлена в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{di_d}{dt} &= -a_{11}i_d + a_{12}\omega_{el}i_q + a_{13}i_f - a_{14}u_{dm} \sin \theta - b_{12}u_f; \\ \frac{di_q}{dt} &= -a_{21}\omega_{el}i_d - a_{22}i_q - a_{23}u_3i_f + a_{24}u_{dm} \cos \theta; \\ \frac{di_f}{dt} &= a_{31}i_d - a_{32}\omega_{el}i_q - a_{33}i_f + a_{34}u_{dm} \sin \theta + b_{32}u_f; \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega_{el} - a_{45}\omega; \\ \frac{d\omega}{dt} &= c_{51}i_d + c_{52}i_q + c_{53} \frac{f_g(i_e)i_a}{\omega}; \\ \frac{di_e}{dt} &= \frac{1}{L_e + c_{61} \frac{f_{g1}(i_e)}{\omega}} \left[u_e - a_{66}i_e + c_{61} \frac{f_g(i_e)}{\omega^2} \frac{d\omega}{dt} \right]; \\ \frac{di_a}{dt} &= c_{71}f_g(i_e) - a_{77}i_a.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь:

- 1) кривая намагничивания (КН) генератора $f_g(i_e)$, математическое описание которой основано на $T(x)$ -функции Такача [4], имеет кусочно-заданный неоднозначный характер и может быть определена через его характеристику холостого хода (XXX) $f_{ic}(i_e)$:



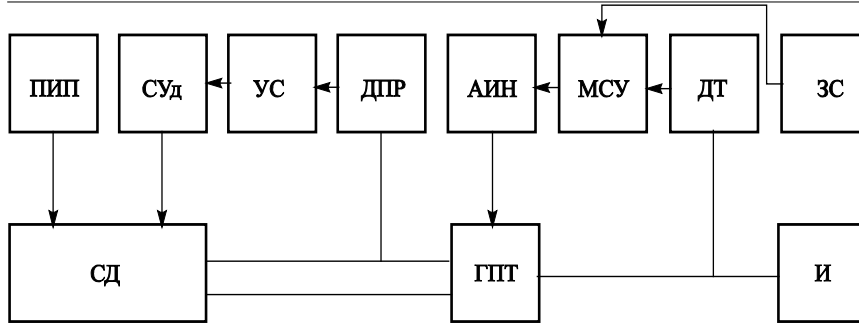


Рис. 1. Функциональная схема электромеханического импульсного источника тока большой мощности

Fig. 1. Electromechanical pulse source of high current: functional diagram

$$f_g(i_e) = \begin{cases} f_{01} = f_{ic}(i_e), j=1, f_1 = f_{ic}(x_{\max 1} I_{e \max}) \times \\ \times \frac{(x_s - x_{\max 01})}{(x_{\max 1} - x_{\max 01})}, j > 1, t \leq T_{\Phi j}; \\ f_{2,3} = \\ = E_{a \max} \left[\tanh(x_s - \text{sign}(x_{\max 2,3}) a_0) + \right. \\ \left. + \text{sign}(x_{\max 2,3}) b \right], \\ T_{\Phi j} < t \leq T_j, \end{cases} \quad (2)$$

при этом переменные a_0 и b отражают сдвиг нуля КН в сторону значений коэрцитивной силы a_c по оси тока возбуждения и остаточной намагниченности b_r по оси электродвижущей силы (ЭДС) для каждой пары импульсов амплитудой A_j :

$$\begin{aligned} b &= \frac{x_{\max 2,3} - x_s}{x_{\max 02,3} - x_{\max 2,3}} \cdot \text{sign}(x_{\max 2,3}) \times \\ &\times \left[e_s + b_{sr} - \tanh(x_{\max 02,3} - \text{sign}(x_{\max 2,3}) a_0) \right] + \\ &+ \left[1 - \frac{x_{\max 2,3} - x_s}{x_{\max 02,3} - x_{\max 2,3}} \right] \text{sign}(x_{\max 2,3}) \times \\ &\times \left[e_s + b_{sr} - \tanh(x_{\max 2,3} - \text{sign}(x_{\max 2,3}) a_0) \right]; \\ x_s &= \frac{i_e}{I_{e \max}}; \quad e_s = \frac{f_{ic}}{E_{a \max}}; \\ f_{ic} &= a_1 i_e + a_3 i_e^3 + a_5 i_e^5 + a_7 i_e^7 + a_9 i_e^9; \\ a_j &= \frac{A_j}{A_{\max 1}}; \quad a_0 = a_c a_j; \\ b_{sr} &= 0,5 \text{sign}(x_{\max 02,3}) [a_j - \text{abs}(x_s)] b_r; \\ x_{\max 01} &= a_c; \quad x_{\max 1} = a_j; \quad x_{\max 02} = a_j; \\ x_{\max 2} &= -a_j; \quad x_{\max 03} = -a_j; \quad x_{\max 03} = a_j. \end{aligned} \quad (3)$$

- 2) функция $f_{g1}(i_e)$ является частной производной КН (2) по току возбуждения;
- 3) постоянные параметры СД: активное сопротивление обмотки статора R_s , индуктивности обмотки статора по осям d L_d и q L_q , индуктивность обмотки возбуждения L_f , взаимные индуктивности обмотки статора относительно обмотки возбуждения M_{df} и наоборот M_{fd} , число пар полюсов p_{em} ;
- 4) постоянные параметры ГПТ НВ: число пар полюсов p_g , механическая постоянная c_m , электрическая постоянная c_e , активное сопротивление R_e и индуктивность L_e обмотки возбуждения, активное сопротивление R_a и индуктивность L_a обмотки якоря, активное сопротивление R_l и индуктивность L_l нагрузки; момент инерции трехмашинного агрегата J , включающий сумму моментов инерции разгонного асинхронного двигателя, СД и ГПТ НВ; введены коэффициенты:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{R_s}{k_d}; \quad a_{12} = \frac{L_q}{k_d}; \quad a_{13} = \frac{M_{df} R_f}{k_d L_f}; \quad a_{14} = \frac{1}{k_d}; \\ b_{12} &= \frac{M_{df}}{L_f k_d}; \quad a_{21} = \frac{L_d}{L_q}; \quad a_{22} = \frac{R_s}{L_q}; \quad a_{23} = \frac{M_{df}}{L_q}; \\ a_{24} &= \frac{1}{L_q}; \quad a_{31} = \frac{M_{fd} R_s}{L_f k_d}; \quad a_{32} = \frac{M_{fd} L_q}{L_f k_d}; \\ a_{33} &= \frac{R_f k_f}{L_f}; \quad a_{34} = \frac{M_{fd}}{L_f k_d}; \quad b_{32} = \frac{k_f}{L_f}; \quad a_{45} = p_{em}; \\ c_{51} &= \frac{3 p_{em} (L_d - L_q)}{2 J}; \quad c_{52} = \frac{3 p_{em} M_{df}}{2 J}; \quad c_{53} = \frac{2 \pi c_m k_e}{J}; \\ k_d &= L_d - \frac{M_{fd} M_{df}}{L_f}; \quad k_f = 1 + \frac{M_{fd} M_{df}}{L_f k_d}; \quad c_{61} = k_e w_e; \\ k_e &= \frac{p_g}{30 c_e}; \quad c_{71} = \frac{1}{L_a + L_l}; \quad a_{66} = R_e; \quad a_{77} = \frac{R_a + R_l}{L_a + L_l}. \end{aligned} \quad (4)$$

Синтез базовых линейных регуляторов осуществлен в ходе предварительного математического моделирования, которое продемонстрировало несоответствие поставленному требованию в вопросе обеспечения точности воспроизведения программно заданной импульсной последовательности тока. Наличие множественных нелинейностей, часть из которых носят неоднозначный характер, изменение в широких пределах параметров выходного тока генератора, обусловленных законом убывания амплитуды импульсов, подводит к рассмотрению класса систем управления, использующего второй метод Ляпунова [10], который позволяет производить синтез без наложения на систему дополнительных ограничений.

Синтез системы управления импульсным источником тока большой мощности

Control system synthesis
for pulse source of high current

Ключевым элементом этого подхода является функция Ляпунова [6], одним из условий существования которой является непрерывная дифференцируемость исследуемой системы. Кусочно заданный неоднозначный характер уравнений системы (1) влечет за собой нарушение этого условия, которое, как предложено в [8] и [3], может быть легитимировано применением математического аппарата производных Дини [1].

Пример расчета производных Дини для каждой точки разрыва первого импульса выходного тока генератора приведен ниже:

$$\begin{aligned} h &= I_{e \max 1}, f_g(h) = E_{a \max 1} : \\ D^+ f_g(h) &= \lim_{x \rightarrow h+0} \frac{E_{a \max 1} - E_{a \max 1}}{I_{e \max 1} - I_{e \max 1}} = 0; \\ D_+ &= \lim_{x \rightarrow h+0} \frac{E_{a \max 1} - E_{a \max 1}}{I_{e \max 1} - I_{e \max 1}} = 0; \\ D^- &= \lim_{x \rightarrow h-0} \frac{\tanh(x + a_0) - b - E_{a \max 1}}{x - I_{e \max 1}} = k_{11}; \\ D_- &= \lim_{x \rightarrow h-0} \frac{f_{ic}(x) - E_{a \max 1}}{x - I_{e \max 1}} = k_{12}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$h = -I_{e \max 1}, f_g(h) = -E_{a \max 1} :$$

$$D^+ = -k_{21}; D_+ = k_{22};$$

$$D^- = 0; D_- = 0;$$

$$h = I_{e \max 2}, f_g(h) = 0 :$$

$$D^+ = k_{31}; D_+ = k_{32}; \quad (6)$$

$$D^- = -k_{33}; D_- = k_{34};$$

$$h = I_{e \max 2}, f_g(h) = E_{a \max 2} :$$

$$D^+ = -k_{41}; D_+ = -k_{42};$$

$$D^- = -k_{43}; D_- = k_{44}.$$

Процедура расчетов (5)–(6) аналогична для каждой пары импульса с учетом закона изменения амплитуды выходного тока генератора. На основании полученных данных можно сделать вывод, что знак-определенная производная Дини существует и свидетельствует о выполнении достаточного условия непрерывной дифференцируемости системы (1).

В качестве рассогласования входного и выходного сигналов вводится ошибка по току якоря:

$$e_i = i_a - i_{a \text{зад}}. \quad (7)$$

Таким образом, при наличии функции Ляпунова $V_{\text{ИИТ}}$ структурная схема системы управления ИИТ большой мощности (1) с нелинейным регулятором НР будет иметь вид, представленный на рис. 2.

Одним из вариантов синтеза нелинейной системы управления является итеративный синтез, который встречается в литературе еще как попятный синтез, обход интегратора, пошаговый синтез или метод бэкстеппинга [2], [5], [11]. Он допустим к применению в двух случаях: при возможности представления системы в виде каскадного соединения нескольких подсистем и при наличии параметрической неопределенности, для которой нарушено условие согласованности.

Процедуру бэкстеппинга можно разбить на следующие шаги:

- 1) введение переменной, выступающей в роли ошибки между входными и выходными сигналами;
- 2) определение виртуального управления, как правило, содержащего производную от новой переменной;
- 3) задание функции Ляпунова;
- 4) выбор функции стабилизации исходя из усло-

вия обеспечения отрицательной определенности полной производной функции Ляпунова, при замене виртуального управления на функцию стабилизации;

- 5) введение новой переменной в виде ошибки между виртуальным управлением и функцией стабилизации;
- 6) выполнение третьего и четвертого шагов до тех пор, пока из рассматриваемого уравнения не удастся определить искомое управляющее воздействие.

В силу того, что ИИТ большой мощности в импульсном режиме работы (1) можно представить в виде каскадного соединения двух подсистем (СД и ГПТ НВ), рассматривается возможность применения итеративного синтеза системы управления исследуемым объектом.

Если в качестве кандидата на функцию Ляпунова для случая системы СД – ГПТ НВ (1) выбрать функцию $V_{\text{ИИТис}}$:

$$V_{\text{ИИТис}} = 0,5z_1^2 + 0,5z_2^2 + 0,5z_3^2 + \ln(\cosh(-k_4z_4 + z_5)) + \ln(\cosh(-k_5k_{56}z_5)), \quad (8)$$

где $k_{56} = c_{71}f_{g1}(i_e)/[L_e + c_{61}f_{g1}(i_e)/\omega]$, а новые переменные, виртуальные функции управления и функции стабилизации обозначить через z_j , φ_j , φ_j^* соответственно ($j = 1:5$), тогда указанные выше итерации обратного обхода интегратора могут быть схематично проиллюстрированы, как показано на рис. 3.

Согласно процедуре бэкстеппинга функции стабилизации импульсного режима работы трехмашинного агрегата могут быть заданы следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi_1^* &= -k_1z_1; \varphi_2^* = -[1 - k_1^2]z_1 - [k_1 + k_2]z_2; \\ \varphi_3^* &= -[k_1^3 - 2k_1 - k_2]z_1 - \\ &- [2 - k_1^2 - k_1k_2 - k_2^2]z_2 - [k_1 + k_2 + k_3]z_3; \\ \varphi_4^* &= -k_4z_4; \varphi_5^* = k_4^2z_4 - [k_4 + k_5k_{56}]z_5. \end{aligned} \quad (9)$$

В результате итеративного синтеза математическая модель ИИТ большой мощности (1) преобразуется к приведенной системе дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{aligned} dz_1 &= -k_1z_1 + z_2; \\ dz_2 &= -z_1 - k_2z_2 + z_3; \\ dz_3 &= -z_2 - k_3z_3; \\ dz_4 &= -k_4z_4 + z_5; \\ dz_5 &= -k_5k_{56}z_5. \end{aligned} \quad (10)$$

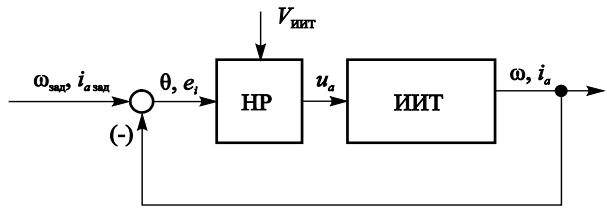


Рис. 2. Структурная схема системы управления импульсным источником тока большой мощности

Fig. 2. Control system for pulse source of high current: structural layout

При этом для выполнения условия отрицательной определенности производной функции Ляпунова (8) должно выполняться неравенство:

$$|k_5k_{56}| \geq |\tanh(-k_4z_4 + z_5)| \geq 1, \quad (11)$$

а искомые управляющие воздействия, в качестве которых выступают напряжения возбуждения СД и ГПТ НВ, с положительными коэффициентами k_j будут определяться выражениями:

$$\begin{aligned} u_f &= u_{fa} = \\ &= \left[a_{45}i_q \left[c_{51} \frac{di_d^*}{dt} + c_{52} \frac{di_f^*}{dt} \right] + \right. \\ &+ a_{45} \frac{di_q}{dt} [c_{51}i_d + c_{52}i_f] - \\ &= -a_{45}c_{53} \left[f_{g1}(i_e) \frac{di_e}{dt} + \frac{di_a}{dt} - \frac{1}{\omega^2} \frac{d\omega}{dt} \right] - \\ &- [k_1 + k_2 + k_3]z_3 - \left[\frac{2 - k_1^2}{-k_1k_2 - k_2^2} \right] z_2 - \\ &- [k_1^3 - 2k_1 - k_2]z_1 \\ &/ [[-a_{45}i_q] [c_{52}b_{32} - c_{51}b_{12}]]; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} u_e &= u_{ea} = \frac{1}{k_{56}} \left[k_4^2 z_4 - k_4 z_5 + a_{77} \frac{di_a}{dt} \right] - \\ &- k_5 z_5 + a_{66}i_e - c_{61} \frac{f_g(i_e)}{\omega^2} \frac{d\omega}{dt}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \frac{di_d^*}{dt} &= -a_{11}i_d + a_{12}\omega_{0el}i_q + a_{13}i_f - a_{14}u_{dm} \sin \theta; \\ \frac{di_f^*}{dt} &= a_{31}i_d - a_{32}\omega_{0el}i_q - a_{33}i_f + a_{34}u_{dm} \sin \theta, \end{aligned} \quad (13)$$

Рис. 3. Схема итеративного синтеза импульсного источника тока большой мощности

Fig. 3. Pulse source of high current: layout of iterative synthesis

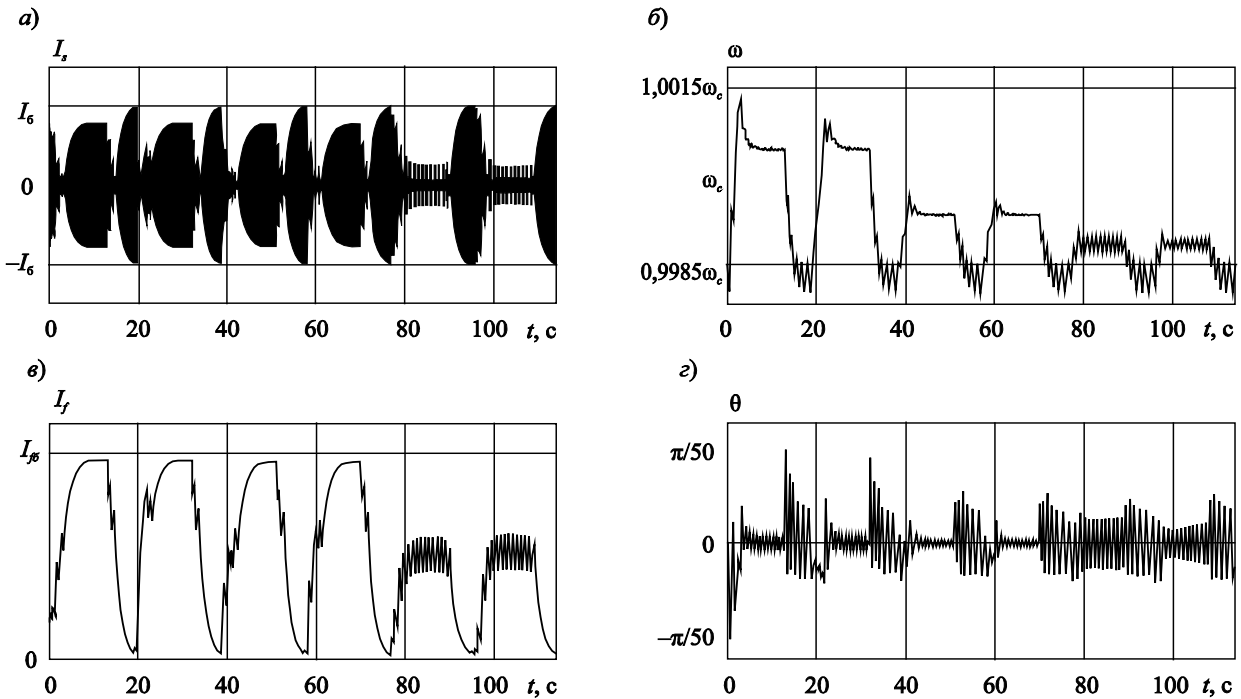
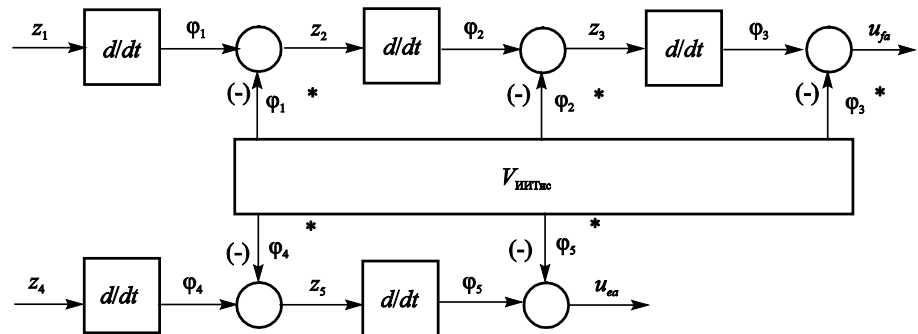


Рис. 4. Графики переходных процессов в синхронном двигателе в импульсном режиме работы

Fig. 4. Plots of transitory processes in a synchronous motor (pulse operation scenario)

отражают уравнения тока статора по оси d и тока возбуждения СД из (1) без учета управляющего воздействия u_f .

С помощью компьютерного моделирования при задании в (12) параметров

$$\begin{aligned} k_1 &= 2,8648 \cdot 10^{-8} \omega_c; \quad k_2 = 2,8648 \cdot 10^{-8} \omega_c; \\ k_3 &= 9,5742 \omega_c; \quad k_4 = 0,0036 I_{amax}; \\ k_5 &= 0,0013 I_{amax}, \end{aligned} \quad (14)$$

получены следующие графики электромагнитных процессов ИИТ большой мощности в импульсном режиме работы: ток статора, ток возбуждения, ско-

рость вращения и угла нагрузки СД, представленные на рис. 4; рабочая область кривой намагничивания и ток якоря ГПТ НВ, приведенные на рис. 5; управляющие воздействия СД и ГПТ НВ и ошибка по току якоря, изображенные на рис. 6.

График переходных процессов СД показывает, что амплитудные значения тока статора (рис. 4а), тока возбуждения (рис. 4в), скорости вращения (рис. 4б) и угла нагрузки (рис. 4г) не превышают номинальных.

КН ГПТ НВ (рис. 5а) на основании ее взаимосвязи с XXX (2) приведена в осях тока возбуждения и ЭДС и получена при нормированных значениях

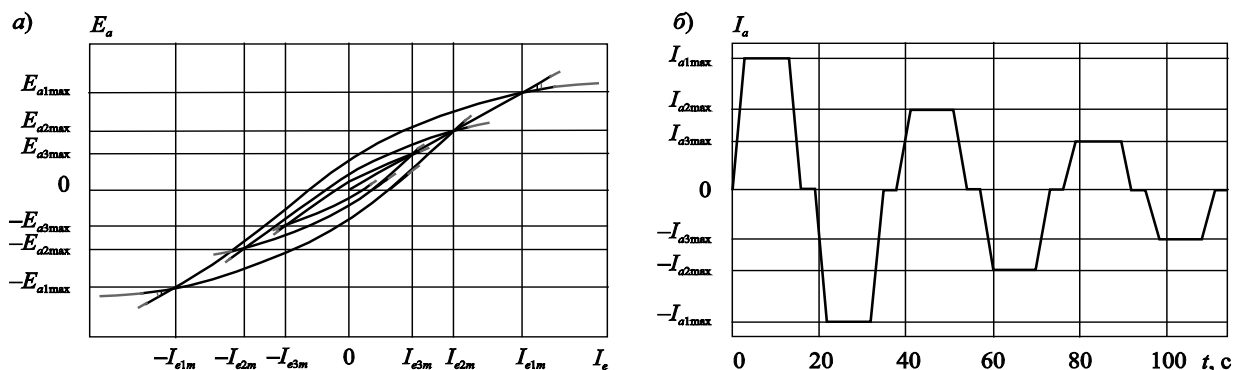


Рис. 5. Графики переходных процессов в генераторе постоянного тока с независимым возбуждением в импульсном режиме работы

Fig. 5. Plots of transitory processes in a separately excited DC generator (pulse operation scenario)

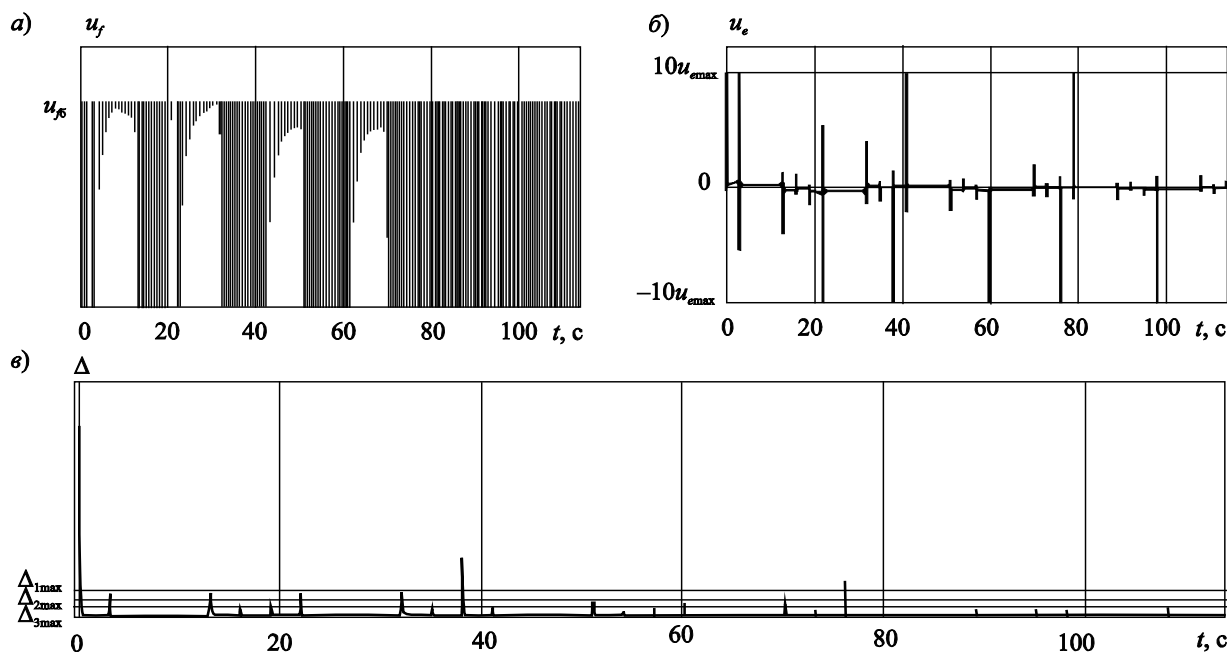


Рис. 6. Управляющие воздействия и модуль ошибки по току якоря

Fig. 6. Controlling actions and error modulus for armature current

коэрцитивной силы a_c и остаточной намагниченности b_r , равных 0,3. График выходного тока генератора (рис. 5б) свидетельствует о том, что форма и параметры импульсов, а также закон убывания их амплитуд, соответствуют заданным.

Значение напряжения возбуждения СД (рис. 6а) не превышает базового, при этом требует высокого уровня напряжения ОВ генератора (рис. 6б).

Стоит отметить, что уровни рассогласований входного и выходного сигналов (рис. 6в) указаны с учетом применения в качестве программно за-

данной импульсной последовательности разложения первых трехсот гармоник трапециoidalного сигнала в ряд Фурье. График модуля ошибки выходного тока генератора имеет три пика, соответствующих началу каждой новой пары импульсов и равных $7,142\Delta_{1max}$, $3,6237\Delta_{2max}$ и $3,6369\Delta_{3max}$. Данные значения могут рассматриваться как настройка регулятора и не учитываться, т.к. с момента формирования вершины и до конца периода импульса ошибка не выходит за допустимые пределы.

Исследования показали, что параметры КН скажутся на точности воспроизведения программно заданной импульсной последовательности тока и при $a_c, b_r > 0,4$ при неизменных коэффициентах регулятора (14) их увеличение приводит к нарушению требуемого уровня рассогласования входного и выходного сигналов.

Исследование устойчивости импульсного режима работы системы СД – ГПТ НВ проведено на основании прямого метода Ляпунова [7], [9] с использованием скалярной, вещественной, непрерывной по времени и аргументу, равной нулю при нулевых значениях аргумента функции Ляпунова.

Согласно теореме Н.Н. Красовского [13], если функции Ляпунова (8), помимо выполнения указанных выше условий, удовлетворяют оценкам-неравенствам:

$$\begin{aligned} r_{mz} \|z\|_2^2 &\leq V_{\text{ИИТис}} \leq r_{bz} \|z\|_2^2, 0 < r_{mz} \leq r_{bz}; \\ \frac{dV_{\text{ИИТис}}}{dt} &\leq -q_{mz} \|x_{\text{ИИТ}}\|_2^2, q_{mz} > 0; \\ \frac{\partial V_{\text{ИИТис}}}{dx} &\leq q_{bz} \|x_{\text{ИИТ}}\|_2, q_{bz} > 0, \end{aligned} \quad (15)$$

а также все решения системы (10) внутри области экспоненциального притяжения

$$\|z(t_0)\|_2 \leq \delta_z, \delta_z(t_0) < \frac{h_z}{N_z}, h_z \leq H_z, \quad (16)$$

удовлетворяют экспоненциальным оценкам-неравенствам:

$$\begin{aligned} \|z(t)\|_2 &\leq N_z \|z(t_0)\|_2 e^{-\alpha_z(t-t_0)}, \\ N_z &= \sqrt{\frac{r_{bz}}{r_{mz}}}, \alpha_z = \frac{q_{mz}}{2r_{bz}}, \end{aligned} \quad (17)$$

то тривиальные решения этих систем можно считать экспоненциально устойчивыми.

Полная производная функции Ляпунова (8) вычисляется по формуле:

$$\frac{dV_{\text{ИИТис}}}{dt} = \frac{\partial V_{\text{ИИТис}}}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial V_{\text{ИИТис}}}{\partial z_j} \frac{dz_j}{dt}. \quad (18)$$

При начальных условиях системы (10) и коэффициентах, используемых в неравенствах-оценках (15):

$$\begin{aligned} z_{10} &= 6,37 \cdot 10^{-4} \omega_c; \quad z_{20} = 0,003 \omega_c; \\ z_{30} &= -0,01 \omega_c; \quad z_{40} = 0; \quad z_{50} = 0; \\ r_{mz} &= 1,11 \cdot 10^{-7} I_{a1\max}; \quad r_{bz} = 0,002 I_{a1\max}; \\ q_{mz} &= 4,44 \cdot 10^{-6} I_{a1\max}; \quad q_{bz} = 1111 I_{a1\max}, \end{aligned} \quad (19)$$

графики функции Ляпунова (8) и ее производной (18) приведены на рис. 7.

Полученные графики (рис. 7) при (19) иллюстрируют выполнение всех условий (15)–(17), что свидетельствует об экспоненциальной устойчивости тривиального решения (10), полученного в результате итеративного синтеза.

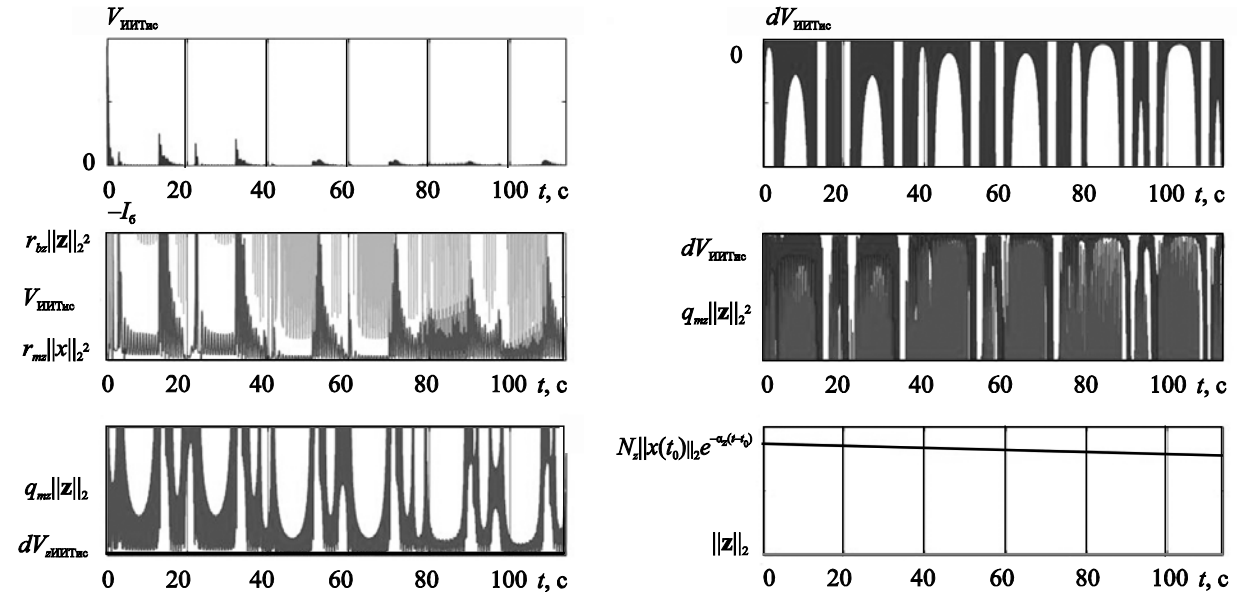


Рис. 7. Исследование устойчивости импульсного источника тока

Fig. 7. Pulse source of high current: operational stability study

Заключение

Conclusion

Разработка нелинейной системы управления, полученной в результате обратного обхода интегратора, обеспечивает устойчивое функционирование ИИТ большой мощности и позволяет производить высокоточную отработку программно заданной импульсной последовательности тока, необходимой для создания применяемого при проведении процесса размагничивания сильного импульсного магнитного поля.

Список использованной литературы

1. Dini U. Fondamenti per la teoria delle funzioni di variabili reali. Pisa : Tip. T. Nistri, 1878. VIII, 407 p.
2. AC electric motors control. Advanced design techniques and applications / [compil. F. Giri]. Chichester : Wiley, 2013. XXII, 555 p.
3. Marinossan S.F. Stability analysis of nonlinear systems with linear programming: A Lyapunov functions based approach : doctoral thesis / S.F. Marinossan ; Gerhard-Mercator University. Duisburg, 2002. 110 p.
4. Takács J. Mathematics of hysteresis phenomena. The T(x) Model for the Description of Hysteresis. Weinheim : Wiley, 2003. XIII, 175 p.
5. Андриевский Б.Р., Бобцов Е.А. Фрадков А.Л. Методы анализа и синтеза нелинейных систем управления. Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2018. 336 с.
6. Барбашин Е.А. Функции Ляпунова. Москва : Наука, 1970. 240 с.
7. Зубов В.И. Устойчивость движения : (Методы Ляпунова и их применение): учеб. пособие. 2-е изд-е, перераб. и доп. Москва : Высш. школа, 1984. 232 с.
8. Канатиков А.Н. Производная Дини и обобщение прямого метода Ляпунова // Математика и математическое моделирование. 2017. № 4. С. 18–27
9. Ла-Салль Ж., Лефшец С. Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова / Перевод с англ. Н. Х. Розова. Москва : Мир, 1964. 168 с.
10. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. Москва ; Ленинград : Гостехиздат, 1950. 473 с. (Классики естествознания. Математика. Механика. Физика. Астрономия).
11. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. Санкт-Петербург : Наука, 2000. 548, [1] с.
12. Мирошников А.Н., Румянцев С.Н. Моделирование систем управления технических средств транспорта. Санкт-Петербург : Элмор, 1999. 221, [1] с.
13. Путов В.В., Шелудько В.Н. Адаптивные и модальные системы управления многомассовыми нелинейными упругими механическими объектами. Санкт-Петербург : Элмор, 2007. 244 с.
14. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. Москва : Академия, 2006. 265 с.

References

1. Dini U. Fondamenti per la teoria delle funzioni di variabili reali. Pisa : Tip. T. Nistri, 1878. VIII, 407 p.
2. AC electric motors control. Advanced design techniques and applications / [compil. F. Giri]. Chichester : Wiley, 2013. XXII, 555 p.
3. Marinossan S.F. Stability analysis of nonlinear systems with linear programming: A Lyapunov functions based approach : doctoral thesis / S.F. Marinossan ; Gerhard-Mercator University. Duisburg, 2002. 110 p.
4. Takács J. Mathematics of hysteresis phenomena. The T(x) Model for the Description of Hysteresis. Weinheim : Wiley, 2003. XIII, 175 p.
5. B. Andrievsky, Ye. Bobtsov, A. Fradkov. Analysis and synthesis methods for non-linear control systems. Moscow, Izhevsk, Institute of Computing Studies, 2018, 336 pp. (in Russian).
6. Ye. Barbashin. Liapunov functions. Moscow, Nauka, 1970, 240 pp. (in Russian).
7. V. Zubov. Movement stability. Liapunov methods and their applications. Student's Guide. 2nd ed., rev. and enl. Moscow, Vysshaya Shkola, 1984, 232 pp. (in Russian).
8. A. Kanatnikov. Dini derivative and generalization of Liapunov's direct method // Mathematics and Mathematical Modeling, 2017, No. 4, pp. 18-27 (in Russian).
9. J. La Salle, S. Lefschetz. Stability by Liapunov's Direct Method with Applications (Russian translation by N. Rozov). Moscow, Mir, 1964, 168 pp.
10. A. Liapunov. General problem of movement stability. Moscow, Leningrad, Gostekhizdat, 1950, 473 pp. (Classics of Natural Sciences: Mathematics, Mechanics, Physics, Astronomy) (in Russian).
11. I. Miroshnik, V. Nikiforov, A. Fradkov. Non-linear and adaptive control over complex dynamic systems. St. Petersburg, Nauka, 2000, 548 [1] pp. (in Russian).
12. A. Miroshnikov, S. Rumyantsev. Simulation of control system for transport equipment. St. Petersburg, Elmor, 1999, 221, [1] pp. (in Russian).
13. V. Putov, V. Sheludko. Adaptive and modal control systems for multi-mass non-linear elastic mechanical objects. St. Petersburg, Elmor, 2007, 244 pp. (in Russian).
14. G. Sokolovsky. AC drives with frequency control. Moscow, Akademiya, 2006, 265 pp. (in Russian).

Сведения об авторах

Бруслиновский Борис Васильевич, к.т.н., доцент кафедры «Системы автоматического управления» ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»,», начальник отдела – главный конструктор электроэнергетических систем и электрооборудования филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196128, Россия, Санкт-Петербург, Благодатная ул., д. 6. E-mail: brborvas@list.ru.

Мохова Ольга Васильевна, инженер 1-й категории филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196128, Россия, Санкт-Петербург, Благодатная ул., д. 6. E-mail: mkhvov@gmail.com.

About the authors

Boris V. Bruslinovskii, Cand. Sci. (Eng.), Ass. Prof., Department of Automatic Control Systems, St. Petersburg Electrotechnical University (LETI) – Head of Department & Chief Designer of electric power systems and equipment, SET Branch of Krylov State Research Centre. Address: 6, Blagodatnaya st., St. Petersburg, Russia, post code 196128. E-mail: brborvas@list.ru.

Olga V. Mokhova, 1st Category Engineer, SET Branch of Krylov State Research Centre. Address: 6, Blagodatnaya st., St. Petersburg, Russia, post code 196128. E-mail: mkhvov@gmail.com.

Поступила / Received: 14.07.23

Принята в печать / Accepted: 01.08.23

© Бруслиновский Б.В., Мохова О.В., 2023