

ФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛЯ КОРАБЛЯ

УДК 621.646.94-567.5
EDN: MNHGUH

А.Н. Андриянин¹, Н.В. Андриянин², А.С. Кухтик^{2, 3}, В.Н. Половинкин² , А.Ф. Ягудин⁴

¹ Управление транспортного обеспечения Московского военного округа, Москва, Россия

² ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

³ ООО «Эмперимум», Санкт-Петербург, Россия

⁴ ООО «Элмет», Уфа, Россия

ОЦЕНКА ПРОГИБОВ УПРУГОЙ ОБОЛОЧКИ МЕТАЛЛОПНЕВМАТИЧЕСКОГО АМОРТИЗАТОРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ НАГРУЗОК

Объект и цель научной работы. Объектом является упругая оболочка металлопневматического амортизатора (типа АМПА), которая выполнена в виде сварного сильфона, представляющего собой пакет металлических кольцевых мембран, соединенных поочередно внутренними и наружными кромками в условиях колебаний судового силового оборудования. Условия функционирования характеризуются наличием различных прогибов мембран сильфона. Цель исследования – разработка методов расчета упругих свойств при больших осесимметричных прогибах мембран сильфона АМПА.

Материалы и методы. Нелинейная математическая модель больших осесимметричных прогибов мембран сильфона АМПА.

Основные результаты. Алгоритмы программного обеспечения для решения точного уравнения упругой деформации материала мембран сильфона АМПА.

Закключение. В статье рассмотрена нелинейная математическая модель больших осесимметричных прогибов мембран сильфонных АМПА на основе дифференциальных уравнений упругости. Получены приближенные выражения для осевых и радиальных деформаций и напряжений.

Ключевые слова: круглая мембрана, кольцевая мембрана, осесимметричная нагрузка, большой прогиб, упругая деформация.

Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

SHIP SIGNATURES

UDC 621.646.94-567.5
EDN: MNHGUH

A.N. Andryunin¹, N.V. Andryunin², A.S. Kuhtik^{2, 3}, V.N. Polovinkin² , A.F. Yagudin⁴

¹ Military Communications Service, Moscow Military District, Moscow, Russia

² Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

³ LLC Emperium, St. Petersburg, Russia

⁴ LLC Elmet, Ufa, Russia

SAGGING ESTIMATION FOR ELASTIC SHELL OF METAL PNEUMATIC SHOCK-MOUNT UNDER AXIALLY SYMMETRIC LOAD

Для цитирования: Андриянин А.Н., Андриянин Н.В., Кухтик А.С., Половинкин В.Н., Ягудин А.Ф. Оценка прогибов упругой оболочки металлопневматического амортизатора под действием осесимметричных нагрузок. Труды Крыловского государственного научного центра. 2024; 3(409): 91–101.

For citations: Andryunin A.N., Andryunin N.V., Kuhtik A.S., Polovinkin V.N., Yagudin A.F. Sagging estimation for elastic shell of metal pneumatic shock-mount under axially symmetric load. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2024; 3(409): 91–101 (in Russian).

Object and purpose of research. The object of study is elastic shell of metal-pneumatic shock absorber, i.e. a welded bellow comprising a set of metal membrane rings connected alternately by inner and outer edges under vibration effect of marine power equipment. Due to this vibrational environment, bellow membranes tend to sag in different ways. The purpose of the study is to develop calculation methods for bellow membrane elasticity of metal-pneumatic shock mount under major axially symmetric sagging.

Materials and methods. Nonlinear mathematical model of large axisymmetric deflections of bellow membranes for metal-pneumatic shock mounts

Main results. Exact software-based calculation algorithms for elastic strains of bellow membranes for metal-pneumatic shock mounts.

Conclusion. The paper presents a nonlinear mathematical model of large axisymmetric sagging of bellow membranes in metal-pneumatic shock absorber based on differential equations of elasticity. Approximate expressions for axial and radial stresses and strains have also been derived.

Keywords: circular membrane, ring membrane, axially symmetric load, major sagging, elastic strain.

The authors declare no conflicts of interest.

Введение

Introduction

В данной статье известно уравнение большого упругого прогиба упругой однородной кольцевой пластины [1] применяется для анализа осесимметричной деформации сальфона металлопневматического амортизатора (АМПА), который состоит из набора мембран, соединенных поочередно внутренними и наружными кромками по наружному и внутреннему контурам с помощью сварки.

Особенностью данной конструкции является то, что под действием рабочего тела, заполняющего внутреннюю рабочую полость АМПА и вызывающего деформацию мембран сальфона с образованием воздушной виброизоляционной подушки, внешний и внутренний контуры мембраны сальфона АМПА нагружены осевым усилием и могут свободно перемещаться в радиальном направлении. В силу этого на внешнем и внутреннем контурах действуют изгибающие моменты, разность которых равна моменту осевых сил, также приложенных к внешнему и внутреннему контурам.

Модуль упругости выбирается как секущая в начальной части нелинейной диаграммы растяжения и сжатия образца материала, из которого изготовлены мембраны сальфона АМПА.

В процессе решения задачи оценки прогибов мембран сальфона АМПА рассматривается система дифференциальных уравнений второго и третьего порядков для радиального и осевого перемещений [1].

В работе [2] рассматриваются различные виды нагружений, однако не приводится общего выражения, позволяющего рассматривать различные условия крепления по внешнему и внутреннему контурам (в частности, сварки).

Представляет интерес сочетание различных способов крепления однородной кольцевой мем-

браны, а также получение предельных нагрузок и деформаций в пределах упругости мембраны.

Большие упругие прогибы круглой кольцевой мембраны сальфона металлопневматического амортизатора, нагруженной осесимметричной нагрузкой

Major elastic sagging of bellow membrane ring in metal-pneumatic shock absorber under axially symmetric load

Движение амортизируемого судового силового оборудования под действием возмущающих сил носит чрезвычайно сложный характер. Поэтому на каждый входящий в амортизирующее крепление амортизатор воздействуют сила и момент, имеющие отличные от нуля проекции в трех взаимно перпендикулярных направлениях, наличие которых необходимо учитывать при исследовании характеристик амортизаторов.

С целью оценки прогибов упругой оболочки АМПА под действием осесимметричных нагрузок разработана расчетная схема и определены основные параметры, оказывающие влияние на его характеристики (рис. 1).

Рассмотрим сальфон АМПА, состоящий из ряда кольцевых круглых мембран, жестко закрепленных по внешнему и внутреннему диаметрам. При таком креплении края мембран не могут поворачиваться, но могут свободно перемещаться в радиальном направлении. В случае крепления внешних краев двух мембран внутреннее крепление края могут свободно перемещаться, а внешние являются жестко закрепленными, как показано на рис. 1.

Сальфон АМПА включает в себя кольцевые мембраны 1, крышку 2, основание 3. На крышку 2 воздействует осевая нагрузка P . Рассмотрим попе-

речный прогиб кольцевой мембраны с внешним радиусом r_2 и внутренним радиусом r_1 под действием поперечной силы Q_r (рис. 2).

Поскольку изогнутая поверхность кольцевой мембраны здесь симметрична относительно центра пластины, то смещение точки в срединной плоскости мембраны можно разложить на составляющую $u(r)$ в радиальном направлении и составляющую $w(r)$ в осевом направлении. В результате образуются радиальный и тангенциальный распределенные моменты M_r и M_t .

В этом случае удобно ввести угол поворота $\varphi(r)$ вида

$$\varphi(r) = \frac{dw(r)}{dr} \quad (1)$$

Деформация в радиальном направлении мембраны равна

$$\varepsilon_r(r) = \frac{du(r)}{dr} + \frac{(\varphi(r))^2}{2} \quad (2)$$

В случае очень больших прогибов получаем

$$\varepsilon_r(r) = \frac{du(r)}{dr} + \frac{(\varphi(r))^2}{2} + \frac{\left(\frac{du(r)}{dr}\right)^2}{2} \quad (3)$$

Деформация в тангенциальном направлении равна

$$\varepsilon_t(r) = \frac{u(r)}{r} \quad (4)$$

Обозначая соответствующие растягивающие силы на единицу длины через $N_r(r)$ и $N_t(r)$ и применяя закон Гука, получаем

$$N_r(r) = \frac{Eh(\varepsilon_r(r) + \nu\varepsilon_t(r))}{1-\nu^2}, \quad (5)$$

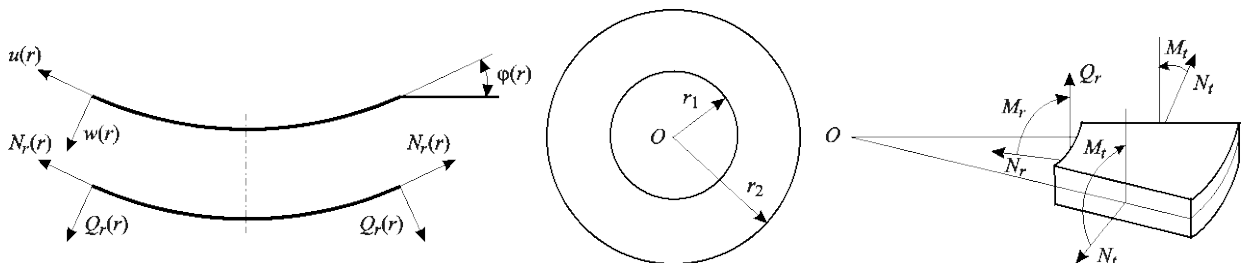


Рис. 2. Поперечный прогиб кольцевой мембраны
 Fig. 2. Transverse sagging of annular membrane

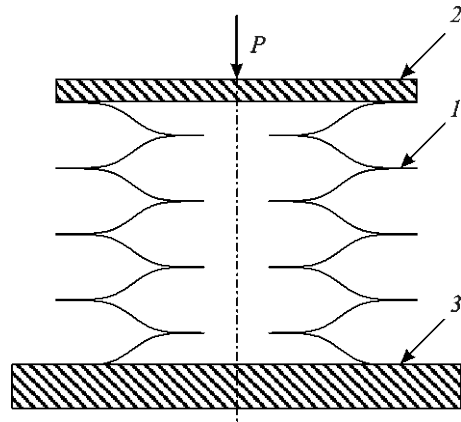


Рис. 1. Сильфон металлопневматического амортизатора

Fig. 1. Bellow of metal-pneumatic shock absorber

$$N_r(r) = \frac{Eh(\varepsilon_r(r) + \nu\varepsilon_t(r))}{1-\nu^2} \quad (6)$$

где h – толщина мембраны, ν – коэффициент Пуассона, E – модуль упругости материала мембраны.

Исходя из суммы проекций на радиальное направление всех действующих на элемент мембраны сил, получим

$$N_r(r) - N_t(r) + r \left(\frac{dN_r(r)}{dr} \right) = 0. \quad (7)$$

Второе уравнение равновесия элемента мембраны получим, вычислив моменты относительно оси мембраны. Тогда получим поперечную силу

$$Q_r(r) = -D \left(\frac{d^2\varphi(r)}{dr^2} + \frac{\left(\frac{d\varphi(r)}{dr}\right)}{r} - \frac{\varphi(r)}{r^2} \right), \quad (8)$$

где D – цилиндрическая жесткость, которая определяется выражением

$$D = \frac{Eh^3}{12 - 12\nu^2}. \quad (9)$$

Величину поперечной силы $Q_r(r)$ найдем, рассмотрев равновесие внутренней круглой части мембраны радиуса r :

$$Q_r(r) = -N_r(r) \varphi(r). \quad (10)$$

Тогда можно получить уравнения равновесия в следующем виде:

$$\frac{d^2 u(r)}{dr^2} = -\varphi(r) \left(\frac{d\varphi(r)}{dr} \right) - \left(\frac{du(r)}{dr} \right) + \frac{(\varphi(r))^2}{2} - \frac{\nu(\varphi(r))^2}{2} + \frac{u(r)}{r^2}, \quad (11)$$

$$\frac{d^2 \varphi(r)}{dr^2} = \frac{Q}{r} - \frac{\left(\frac{d\varphi(r)}{dr} \right)}{r} + \frac{\varphi(r)}{r^2} + \frac{6(\varphi(r))^3 + \left(\frac{12\nu u(r)}{r} + 12 \left(\frac{du(r)}{dr} \right) \right) \varphi(r)}{h^2}. \quad (12)$$

К полученной системе дифференциальных уравнений следует добавить четыре краевых условия, которые включают в себя отсутствие поворота на краях кольца мембраны, и условие свободного движения краев кольца мембраны либо его жесткого закрепления.

Данная система дифференциальных уравнений может быть эффективно решена путем сведения к конечно-разностной системе алгебраических уравнений, которая также является нелинейной и может

решаться итерационным методом Ньютона [3], обеспечивающим быструю сходимость.

Применение метода Ньютона для системы разностных уравнений дает пятидиагональную ленточную матрицу, которая удобно решается методом вращений [4], обеспечивающим устойчивый счет.

В качестве начального приближения может быть использовано известное аналитическое решение для малых прогибов [2]. Действительно, положив в (12) $h = \infty$, получим

$$\frac{d^2 \varphi(r)}{dr^2} = \frac{Qr - \left(\frac{d\varphi(r)}{dr} \right) r + \varphi(r)}{r^2}. \quad (13)$$

Данное уравнение легко решается:

$$\varphi(r) = \frac{4r^2 C_1 + 4C_2 + 2Qr^2 \ln(r) - Qr^2}{4r}, \quad (14)$$

где C_1, C_2 – постоянные интегрирования.

Подстановка полученного решения в уравнение (11) позволяет найти первое приближение для $u(r)$:

$$u(r) = \left[\left(-\frac{1}{8} + \frac{\nu}{8} \right) QrC_2 + \left(-\frac{3}{64} + \frac{\nu}{64} \right) Q^2 r^3 \right] (\ln(r))^2 + \left[\left(\left(\frac{\nu}{2} - \frac{1}{2} \right) rC_2 + \left(-\frac{3}{16} + \frac{\nu}{16} \right) Qr^3 \right) C_1 + \frac{\left(-\frac{1}{4} - \frac{\nu}{4} \right) C_2^2}{r} - \frac{r\nu C_2 Q}{4} + \left(\frac{11}{128} - \frac{5\nu}{128} \right) Q^2 r^3 \right] \ln(r) + \left(-\frac{3}{16} + \frac{\nu}{16} \right) r^3 C_1^2 + \left[\left(\frac{1}{4} - \frac{\nu}{4} \right) rC_2 + \left(-\frac{5\nu}{64} + \frac{11}{64} \right) Qr^3 \right] C_1 + \frac{r\nu C_2 Q}{8} + \left(\frac{15\nu}{512} - \frac{25}{512} \right) Q^2 r^3 + rC_3 + \frac{C_4}{r}. \quad (15)$$

Таблица. Данные для расчета мембран сильфона металлопневматического амортизатора

Table. Data for bellows membranes of metal-pneumatic shock absorber calculation

Наименование	Обозн.	Ед. изм.	Значение
Толщина мембраны	h	м	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Внутренний радиус мембраны	r_1	м	0,032
Внешний радиус мембраны	r_2	м	0,067
Коэффициент Пуассона	ν		0,3
Модуль упругости	E	Па	$2,0 \cdot 10^{11}$
Поперечная сила	P	Н	10 000,0
Число мембран	n		8

В таблице приводятся исходные данные для расчета мембран сальфона АМПА.

Используя исходные данные, производим расчет характеристик прогибов мембран сальфона АМПА.

Цилиндрическая жесткость

$$D = \frac{Eh^3}{12-12\nu^2} = 61,81 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (16)$$

Поперечная сила

$$Q = \frac{P}{2\pi D} = 25,75 \text{ Н/м}. \quad (17)$$

Рассмотрим случай свободного движения краев кольцевой мембраны, при котором угол поворота краев кольцевой мембраны равен нулю. Здесь имеют условия

$$\varphi(r_1) = 0, \quad \varphi(r_2) = 0, \quad N_r(r_1) = 0, \quad N_r(r_2) = 0. \quad (18)$$

Находим постоянные интегрирования из (14) и (5)

$$C_1 = \frac{Q(2r_2^2 \ln(r_2) - r_2^2 - 2r_1^2 \ln(r_1) + r_1^2)}{-4r_2^2 + 4r_1^2} = 38,42 \text{ 1/м}. \quad (19)$$

$$C_2 = -\frac{Qr_1^2 r_2^2 (\ln(r_2) - \ln(r_1))}{-2r_2^2 + 2r_1^2} = 0,01262 \text{ м}. \quad (20)$$

$$\begin{aligned} C_3 = & \left[32r_1^4 r_2^2 (2r_2^2 + r_1^2)(\nu - 1)(\ln(r_1))^3 - \right. \\ & - 32r_1^4 r_2^2 (r_1^2 \nu \ln(r_2) + 8\nu r_2^2 \ln(r_2) - 8r_2^2 \ln(r_2) - 2r_1^2 + \\ & + 2r_2^2 - r_1^2 \ln(r_2))(\ln(r_1))^2 + \\ & + 4r_1^2 r_2^2 (14r_2^2 \nu r_1^2 - 7r_2^4 \nu - 64r_1^2 r_2^2 (\ln(r_2))^2 + 7r_1^4 - 7r_1^4 \nu + \\ & + 16r_2^4 \ln(r_2) - 8r_2^4 (\ln(r_2))^2 - 14r_1^2 r_2^2 - 16r_1^4 \ln(r_2) + \\ & + 8r_2^4 (\ln(r_2))^2 \nu + 64\nu r_1^2 r_2^2 (\ln(r_2))^2 + 7r_2^4) \ln(r_1) - \\ & - 32r_2^4 r_1^2 (2r_1^2 + r_2^2)(\nu - 1)(\ln(r_2))^3 + \\ & + 64r_2^4 r_1^2 (-r_2^2 + r_1^2)(\ln(r_2))^2 + \\ & + 28r_1^2 r_2^2 (-r_2 + r_1)^2 (r_1 + r_2)^2 (\nu - 1) \ln(r_2) - \\ & \left. - (7r_1^2 + 7r_2^2)(-r_2 + r_1)^3 (r_1 + r_2)^3 (\nu - 1) \right] Q^2 : \\ & : \left(512(-r_2^2 + r_1^2)^3 \right) = -0,3294. \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_4 = & \left[-32r_1^4 r_2^2 (2r_2^2 + r_1^2)(\nu + 1)(\ln(r_1))^3 + \right. \\ & + 8r_1^4 r_2^4 (-r_1^2 + 20r_2^2 \ln(r_2) + 20\nu r_2^2 \ln(r_2) - 5\nu r_1^2 + \\ & + 16r_1^2 \nu \ln(r_2) + 5\nu r_2^2 + r_2^2 + 16r_1^2 \ln(r_2))(\ln(r_1))^2 - \\ & - 16r_1^4 r_2^4 \ln(r_2) (8r_2^2 \ln(r_2) + 8\nu r_2^2 \ln(r_2) + 10r_1^2 \nu \ln(r_2) + \\ & + 10r_1^2 \ln(r_2) + r_2^2 - 5\nu r_1^2 + 5\nu r_2^2 - r_1^2) \ln(r_1) + \\ & + 32r_1^4 r_2^4 (2r_1^2 + r_2^2)(\nu + 1)(\ln(r_2))^3 - \\ & - 8r_1^4 r_2^4 (1 + 5\nu)(\ln(r_2))^2 (-r_2^2 + r_1^2) + \\ & \left. + 7r_1^2 r_2^2 (-r_2 + r_1)^3 (r_1 + r_2)^3 (\nu + 1) \right] Q^2 : \\ & : \left(512(-r_2^2 + r_1^2)^3 \right) = -2,211 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2. \quad (22) \end{aligned}$$

Откуда получим первые приближения:
Угловое смещение

$$\varphi(r) = \frac{127,9r^2 + 0,05048 + 51,5r^2 \ln(r)}{4r}. \quad (23)$$

Осевое смещение

$$w(r) = 0,05305 + 12,78r^2 + 0,01262 \ln(r) + 6,437r^2 \ln(r) \text{ м}. \quad (24)$$

Радиальное смещение

$$\begin{aligned} u(r) = & (-0,02843r - 27,97r^3)(\ln(r))^2 + \\ & + \left(-0,1941r - 117,7r^3 - \frac{5,176 \cdot 10^{-5}}{r} \right) \ln(r) - \\ & - 128,8r^3 - 0,2324r - \frac{2,211 \cdot 10^{-4}}{r} \text{ м}. \quad (25) \end{aligned}$$

Радиальное смещение на внутреннем радиусе мембраны

$$u_1(a) = 2,449 \cdot 10^{-5} \text{ м}. \quad (26)$$

Радиальное смещение на внешнем радиусе мембраны

$$u_1(b) = -2,95 \cdot 10^{-5} \text{ м}. \quad (27)$$

Осевое смещение на внутреннем радиусе мембраны

$$w_1(a) = 0,0 \text{ м}. \quad (28)$$

Осевое смещение на внешнем радиусе мембраны

$$w_1(b) = -1,826 \cdot 10^{-3} \text{ м}. \quad (29)$$

Аналогично для закрепления внешнего радиуса и свободного внутреннего радиуса получим

$$C_3 = -0,3291, \quad (30)$$

$$C_4 = -2,205 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2. \quad (31)$$

Радиальное смещение

$$u(r) = (-0,02843r - 27,97r^3)(\ln(r))^2 + \left(-0,1941r - 117,7r^3 - \frac{5,176 \cdot 10^{-5}}{r} \right) \ln(r) - 128,8r^3 - 0,2321r - \frac{2,205 \cdot 10^{-4}}{r} \text{ м}. \quad (32)$$

Осевое смещение на внутреннем радиусе мембраны

$$w_2(a) = 0,0 \text{ м}. \quad (33)$$

Осевое смещение на внешнем радиусе мембраны

$$w_2(b) = -1,826 \cdot 10^{-3} \text{ м}. \quad (34)$$

Радиальное смещение на внутреннем радиусе мембраны

$$u_2(a) = 5,276 \cdot 10^{-5} \text{ м}. \quad (35)$$

Радиальное смещение на внешнем радиусе мембраны

$$u_2(b) = 0,0 \text{ м}. \quad (36)$$

Из выражения (29) получим среднюю осевую жесткость сильфона АМПА

$$k_{K0} = -\frac{P}{w_1(b)n} = 684500,0 \text{ Н/м}. \quad (37)$$

Перейдем к рассмотрению задачи о больших прогибах, записав систему разностных уравнений. Для аппроксимации дифференциальных уравнений второго порядка запишем уравнение параболы, проходящей через три равноотстоящие точки y_0, y_1, y_2 с интервалом Δx :

$$y = \frac{(y_2 - 2y_1 + y_0)x^2}{2(\Delta x)^2} - \frac{(\Delta x y_0 - y_2 \Delta x + 2y_2 x_1 - 4y_1 x_1 + 2y_0 x_1)x}{2(\Delta x)^2} + y_1 + \frac{x_1(y_0 - y_2)}{2\Delta x} + \frac{x_1^2(y_2 - 2y_1 + y_0)}{2(\Delta x)^2}. \quad (38)$$

Подставляя записанные выражения в систему уравнений (11, 12), получим систему конечно-разностных алгебраических уравнений:

$$(-r_1 \Delta r + 2r_1^2)u_0 + (2r_1^2 + r_1 \Delta r)u_2 - r_1^2 \Delta r \phi_1 \phi_0 + (1 - \nu)(\Delta r)^2 r_1 \phi_1^2 + r_1^2 \Delta r \phi_1 \phi_2 - 4u_1 r_1^2 - 2(\Delta r)^2 u_1 = 0. \quad (39)$$

$$(-r_1 \Delta r + 2r_1^2)h^2 \phi_0 - 12r_1^2 (\Delta r)^2 \phi_1^3 + (12r_1^2 \Delta r u_0 - 12r_1^2 \Delta r u_2 + (-4r_1^2 - 2(\Delta r)^2)h^2 - 24r_1 (\Delta r)^2 \nu u_1) \phi_1 + (2r_1^2 + r_1 \Delta r)h^2 \phi_2 - 2r_1 (\Delta r)^2 h^2 Q = 0. \quad (40)$$

Для аппроксимации краевых условий первого порядка запишем уравнение прямой, проходящей через две точки:

$$y = \frac{(y_1 - y_0)x}{\Delta x} + y_0 + \frac{x_0(-y_1 + y_0)}{\Delta x}. \quad (41)$$

Подставляя записанные выражения в краевые условия (18), получим конечно-разностные аналоги для закрепления радиуса мембраны:

$$\phi_0 = 0, u_0 = 0, \quad (42)$$

или свободного радиуса мембраны

$$\phi_0 = 0, (-2r_0 + 2\Delta r \nu)u_0 + 2u_1 r_0 + \Delta r r_0 \phi_0^2 = 0. \quad (43)$$

Рассмотрим случай свободного движения краев мембраны, при котором угол поворота краев мембраны равен нулю. Получаем:

Осевое смещение на внутреннем радиусе мембраны

$$w_3(a) = 0,0 \text{ м}. \quad (44)$$

Осевое смещение на внешнем радиусе мембраны

$$w_3(b) = -1,724 \cdot 10^{-3} \text{ м}. \quad (45)$$

Радиальное смещение на внутреннем радиусе мембраны

$$u_3(a) = -2,204 \cdot 10^{-5} \text{ м}. \quad (46)$$

Радиальное смещение на внешнем радиусе мембраны

$$u_3(b) = -2,603 \cdot 10^{-5} \text{ м}. \quad (47)$$

На рис. 3 показано осевое смещение кольцевой мембраны в зависимости от радиуса для точного и приближенного решений.

На рис. 4 показано радиальное смещение кольцевой мембраны в зависимости от радиуса для точного и приближенного решений.

Относительная ошибка первого приближения в осевом смещении внешнего радиуса кольцевой мембраны составляет 5,901 %, в радиальном смещении на внешнем радиусе составляет 13,34 %, на внутреннем радиусе составляет 11,08 %.

Радиальное напряжение на внутреннем радиусе мембраны

$$\sigma_{r3}(a) = 0,0 \text{ Па.} \quad (48)$$

Радиальное напряжение на внешнем радиусе мембраны

$$\sigma_{r3}(b) = 0,0 \text{ Па.} \quad (49)$$

Касательное напряжение на внутреннем радиусе мембраны

$$\sigma_{t3}(a) = 4,409 \cdot 10^6 \text{ Па.} \quad (50)$$

Касательное напряжение на внешнем радиусе мембраны

$$\sigma_{t3}(b) = 5,206 \cdot 10^6 \text{ Па.} \quad (51)$$

На рис. 5 показаны радиальные напряжения в кольцевой мембране в зависимости от радиуса для точного и приближенного решений.

На рис. 6 показаны касательные напряжения в кольцевой мембране в зависимости от радиуса для точного и приближенного решений.

Рассмотрим случай жесткого закрепления внешнего радиуса кольцевой мембраны и свобод-

Рис. 3. Осевое смещение мембраны в зависимости от радиуса. Сплошная линия – точное решение, пунктирная – приближенное

Fig. 3. Axial displacement of membrane as function of radius: solid line – the exact solution, dotted line – approximate solution

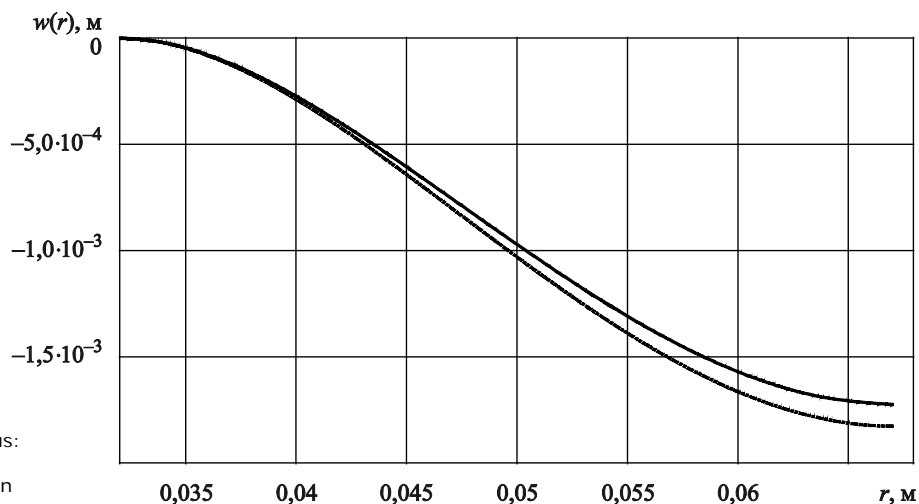
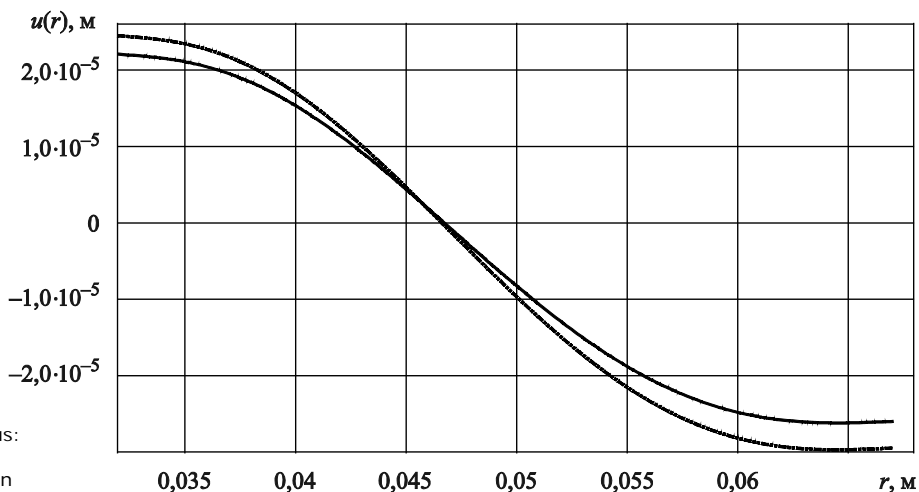


Рис. 4. Радиальное смещение мембраны в зависимости от радиуса. Сплошная линия – точное решение, пунктирная – приближенное

Fig. 4. Radial displacement of membrane as function of radius: solid line – the exact solution, dotted line – approximate solution



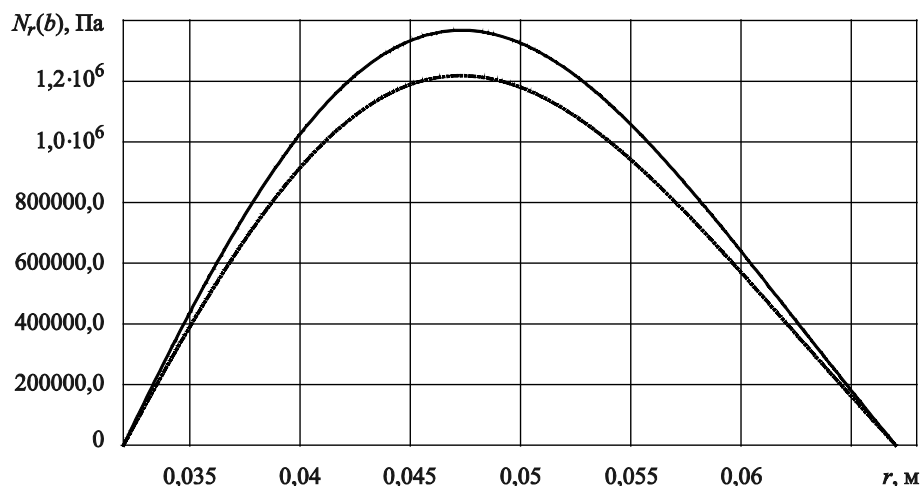


Рис. 5. Радиальные напряжения в мембране в зависимости от радиуса. Сплошная линия – точное решение, пунктирная – приближенное

Fig. 5. Radial stresses membrane as function of radius: solid line – the exact solution, dotted line – approximate solution

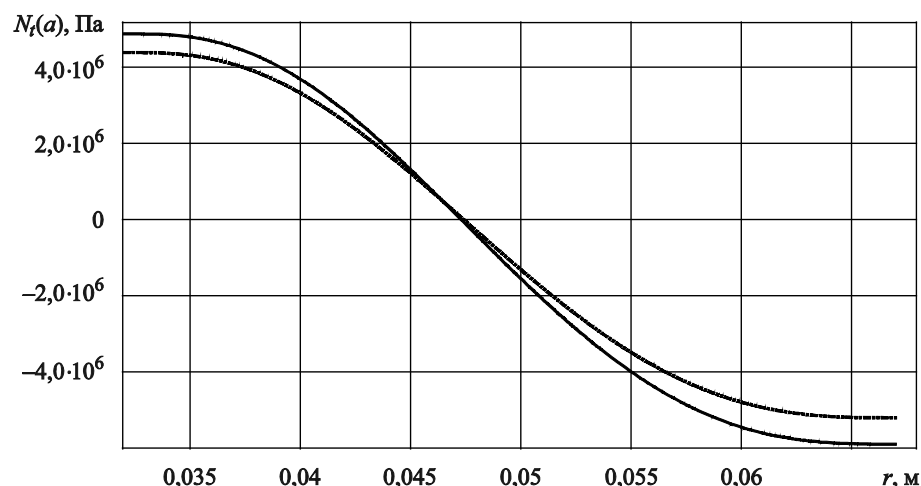


Рис. 6. Касательные напряжения в мембране в зависимости от радиуса. Сплошная линия – точное решение, пунктирная – приближенное

Fig. 6. Tangential stresses membrane as function of radius: solid line – the exact solution, dotted line – approximate solution

ного движения внутреннего радиуса кольцевой мембраны, при котором угол поворота краев кольцевой мембраны равен нулю. Получаем:

Осевое смещение на внутреннем радиусе мембраны

$$w_4(a) = 0,0 \text{ м.} \quad (52)$$

Осевое смещение на внешнем радиусе мембраны

$$w_4(b) = -1,585 \cdot 10^{-3} \text{ м.} \quad (53)$$

Радиальное смещение на внутреннем радиусе мембраны

$$u_4(a) = -3,965 \cdot 10^{-5} \text{ м.} \quad (54)$$

Радиальное смещение на внешнем радиусе мембраны

$$u_4(b) = -0,0 \text{ м.} \quad (55)$$

На рис. 7 показано осевое смещение кольцевой мембраны в зависимости от радиуса для точного и приближенного решений.

На рис. 8 показано радиальное смещение кольцевой мембраны в зависимости от радиуса для точного и приближенного решений.

Относительная ошибка первого приближения в осевом смещении внешнего радиуса мембраны составляет 15,21 %, в радиальном смещении на внутреннем радиусе мембраны – 33,06 %.

Радиальное напряжение на внутреннем радиусе мембраны

$$\sigma_{r4}(a) = 0,0 \text{ Па.} \quad (56)$$

Радиальное напряжение на внешнем радиусе мембраны

$$\sigma_{r4}(b) = 3,38 \cdot 10^6 \text{ Па.} \quad (57)$$

Касательное напряжение на внутреннем радиусе мембраны

$$\sigma_{r4}(a) = 7,931 \cdot 10^6 \text{ Па.} \quad (58)$$

Касательное напряжение на внешнем радиусе мембраны

$$\sigma_{r4}(b) = 1,014 \cdot 10^6 \text{ Па.} \quad (59)$$

На рис. 9 показаны радиальные напряжения в кольцевой мембране в зависимости от радиуса для точного и приближенного решений.

На рис. 10 показаны касательные напряжения в кольцевой мембране в зависимости от радиуса для точного и приближенного решений.

Как следует из полученных результатов, приближенное решение дает завышенные значения смещений и заниженные значения напряжений,

причем в случае жесткого закрепления внутреннего радиуса кольцевой мембраны ошибка получается больше, чем при свободном движении краев мембраны.

Полная осевая деформация сиффона АМПА

$$\Delta = w3(b)(n - 2) + 2w4(b) = -0,01352 \text{ м.} \quad (60)$$

Относительная осевая деформация сиффона АМПА

$$\delta = 100 \left| \frac{\Delta}{r_2} \right| = 20,17 \%. \quad (61)$$

Средняя осевая жесткость сиффона АМПА

$$k_{K1} = -\frac{P}{\Delta} = 739\,900,0 \text{ Н/м.} \quad (62)$$

Рис. 7. Осевое смещение мембраны в зависимости от радиуса. Сплошная линия – точное решение, пунктирная – приближенное

Fig. 7. The axial displacement membrane as function of radius: solid line – the exact solution, dotted line – approximate solution

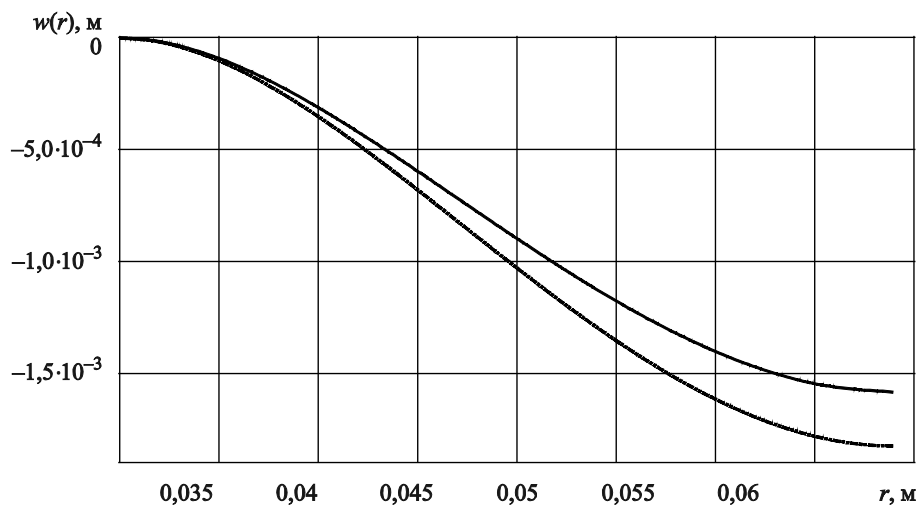
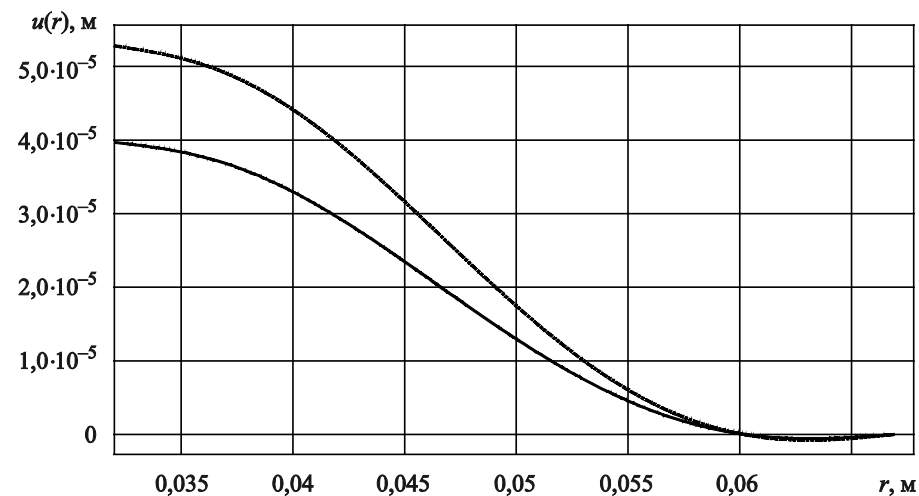


Рис. 8. Радиальное смещение мембраны в зависимости от радиуса. Сплошная линия – точное решение, пунктирная – приближенное

Fig. 8. Radial displacement membrane as function of radius: solid line – the exact solution, dotted line – approximate solution



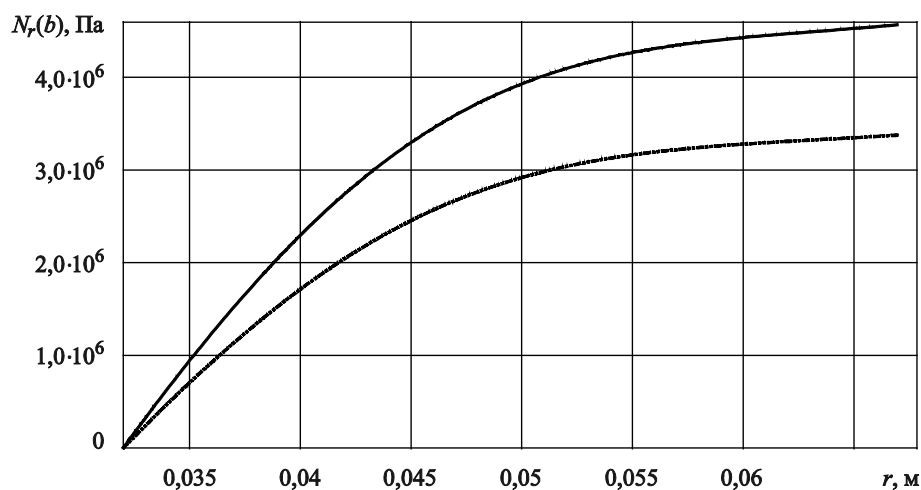


Рис. 9. Радиальные напряжения в мембране в зависимости от радиуса. Сплошная линия – точное решение, пунктирная – приближенное

Fig. 9. Radial stresses membrane as function of radius: solid line – the exact solution, dotted line – approximate solution

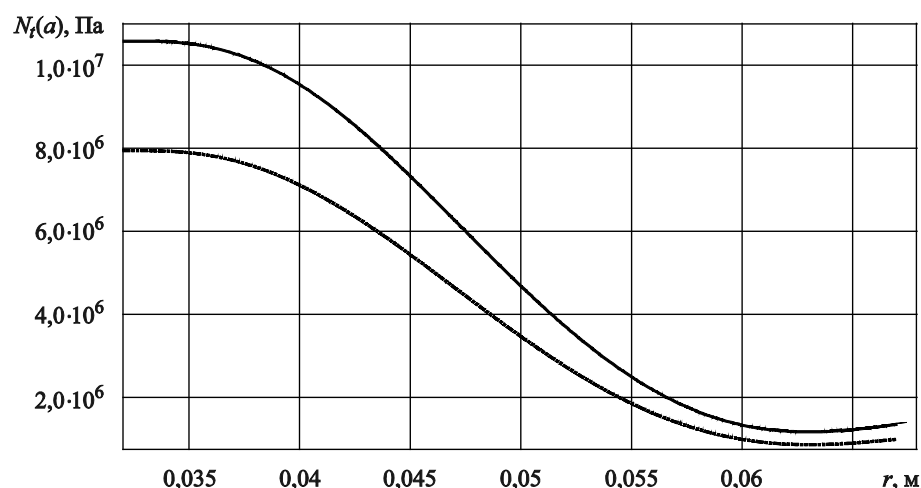


Рис. 10. Касательные напряжения в мембране в зависимости от радиуса. Сплошная линия – точное решение, пунктирная – приближенное

Fig. 10. Tangential stresses membrane as function of radius: solid line – the exact solution, dotted line – approximate solution

Относительная погрешность определения жесткости сильфона АМПА

$$\delta k = 100 \left| \frac{k_{K1} - k_{K0}}{k_{K1}} \right| = 7,48 \% \quad (63)$$

Заключение

Conclusion

В настоящей статье рассмотрена нелинейная математическая модель больших осесимметричных прогибов мембран сильфонных АМПА на основе дифференциальных уравнений упругости и получены приближенные выражения для осевых и радиальных деформаций и напряжений.

В результате сравнения приближенного и точного решения задачи о прогибе кольцевой мембра-

ны сильфонного АМПА установлено, что при относительной деформации, достигающей 20,17 %, погрешность определения средней осевой жесткости составляет 7,48 %, что позволяет применять полученные приближенные выражения для определения деформаций и напряжений мембран сильфона АМПА.

Список использованной литературы

1. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки. 2-е изд., стер. Москва : Наука, 1966. 635 с.
2. Чижевский К.Г. Расчет круглых и кольцевых пластин : справочное пособие. Ленинград : Машиностроение, 1977. 184 с.
3. Березин С.И., Жидков Н.П. Методы вычислений : [В 2 т.]. Т. 2. Москва : Физматгиз, 1959. 620 с.
4. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. Москва : Физматгиз, 1960. 656 с.

References

1. *Timoshenko S.P., Voinovsky-Krieger S.* Plates and shells. 2nd edition, stereotype. Moscow : Nauka, 1966. 635 p. (in Russian).
2. *Chizhevsky K.G.* Calculation of circular and ring plates : reference guide. Leningrad : Mashinostroyeniye, 1977. 184 p. (in Russian).
3. *Berezin S.I., Zhidkov N.P.* Methods of calculations: [In 2 vol.]. Vol. 2. Moscow : Fizmatgiz, 1959. 620 p. (in Russian).
4. *Faddeev D.K., Faddeeva V.N.* Computational methods of linear algebra. Moscow: Fizmatgiz, 1960. 656 p. (in Russian).

Сведения об авторах

Андрюнин Александр Николаевич, начальник отделения подготовки и сопровождения государственных контрактов службы военных сообщений Управления транспортного обеспечения Московского военного округа. Адрес: 115035, Россия, Москва, Космодамианская наб., д. 24, стр. 1.

Андрюнин Николай Васильевич, д.т.н., заведующий кафедрой техники и технологий кораблестроения и водного транспорта ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 415-46-07. E-mail: andryunin60@mail.ru.

Кухтик Андрей Сергеевич, директор по производству ООО «Эмперимум». Адрес: 192012, Россия, Санкт-Петербург, пр. Обуховской Обороны, д. 120, лит. Б, пом. 2-Н, оф. 501. E-mail: pella2opp@mail.ru.

Половинкин Валерий Николаевич, д.т.н., профессор, научный руководитель ФГУП «Крыловский государственный

научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 415-46-07. E-mail: krylov@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0003-4044-2551>.
Ягудин Анвар Фаридович, к.т.н., генеральный директор ООО «Элмет». Адрес: 450071, Россия, Республика Башкортостан, Уфа, ул. Менделеева, д. 203, кв. 69. E-mail: a110263f@yandex.ru.

About the authors

Alexander N. Andryunin, Head of Contract Department (Government Contracts), Military Communications Service, Logistics Department, Moscow Military District. Address: 24, str. 1, Kosmodamianskaya nab., Moscow, Russia, post code 115035.

Nikolay V. Andryunin, D. Sci. (Eng.), Head of Department of Engineering, Shipbuilding and Water transportation Technologies, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 415-46-07. E-mail: andryunin60@mail.ru.

Andrey S. Kuhtik, Director of Production, LLC Emperium. Address: 120, lit. B, room 2-N, of. 501, Obukhovskaya Oborona pr., St. Petersburg, Russia, post code 192012. E-mail: pella2opp@mail.ru.

Valery N. Polovinkin, D. Sci. (Eng.), Professor, Academic Advisor, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 415-46-07. E-mail: krylov@ksrc.ru. <https://orcid.org/0000-0003-4044-2551>.

Anvar F. Yagudin, Cand. Sci. (Eng.), Director General, Elmet LLC. Address: 203, Mendeleev st., kv. 69, Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia, post code 450071. E-mail: a110263f@yandex.ru.

Поступила / Received: 23.03.24
Принята в печать / Accepted: 26.08.24
© Коллектив авторов, 2024