

УДК [001.891.54:51]:629.5.018.1
EDN: KZTDIP

А.А. Мартынов^{1, 2} , Д.В. Соколов¹

¹ Филиал «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

² ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения», Санкт-Петербург, Россия

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОПЛАВКОВОГО ВОЛНОВОГО ГЕНЕРАТОРА ЛИНЕЙНОГО ТИПА

Объект и цель научной работы. Объект исследования – поплавок волновой генератор линейного типа. Цель – разработка математической модели указанного устройства.

Материалы и методы. Исследование проводилось на основе аналитических методов исследования устройств и систем электромеханики с использованием уравнений Лагранжа – Максвелла второго рода.

Основные результаты. Получены аналитические соотношения, описывающие электромеханические процессы поплавок волнового генератора линейного типа.

Заключение. Разработанная математическая модель позволяет выполнять исследования как установившихся, так и переходных режимов работы поплавок волнового генератора линейного типа. Полученные результаты должны способствовать повышению точности инженерной методики расчета указанного устройства.

Ключевые слова: волногенератор, поплавок, индуктор, шток, пружина, частота, индукция, перемещение, скорость, сила.

Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

UDC [001.891.54:51]:629.5.018.1
EDN: KZTDIP

A.A. Martynov^{1, 2} , D.V. Sokolov¹

¹ TSNI SET branch of Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

² St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF A FLOAT WAVE GENERATOR OF LINEAR TYPE

Object and purpose of research. The object of the study is a float wave generator of linear type. The purpose of the study is to develop a mathematical model of the object of research.

Materials and methods. The study was carried out on the basis of analytical methods for studying devices and systems of electromechanics using the Lagrange – Maxwell equations of the second kind.

Main results. Analytical relations of electromechanical processes of float wave generator of linear type are obtained.

Conclusion. The developed mathematical model makes it possible to study both steady-state and transient modes of operation of a float wave generator of a linear type. The results of the studies should contribute to improving the accuracy of the engineering method for calculating the wave generator.

Keywords: wave generator, float, inductor, rod, spring, frequency, induction, displacement, speed, force.

The authors declare no conflicts of interest.

Введение

Introduction

Объем работ по исследованию и использованию ресурсов Мирового океана неуклонно растет. Вместе с этим растет объем энергопотребления подводных

роботов, робототехнических комплексов, подводных аппаратов (ПА) и подводного оборудования различного назначения.

Объем выполняемых подводных работ неразрывно связан со стоимостью их энергообеспечения. В настоящее время осуществляются разработка

Для цитирования: Мартынов А.А., Соколов Д.В. Разработка математической модели поплавок волнового генератора линейного типа. Труды Крыловского государственного научного центра. 2026; 1(415): 149–160.

For citations: Martynov A.A., Sokolov D.V. Development of a mathematical model of a float wave generator of linear type. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2026; 1(415): 149–160 (in Russian).

и создание систем энергообеспечения, преобразующих энергию Мирового океана в электрическую энергию, применение которых позволяет существенно уменьшить стоимость энергообеспечения ПА, включая роботы и робототехнические комплексы [1–5].

В системах энергообеспечения ПА и роботов широкое применение находят поплавковые волновые генераторы (волногенераторы) линейного типа [1]. На рис. 1 приведены две конструктивные схемы поплавкового волногенератора с линейным однофазным генератором.

Рассмотрим конструктивную схему волногенератора, приведенную на рис. 1а. Волногенератор состоит из неподвижной части – статора и подвижной части с индуктором. Подвижная часть вклю-

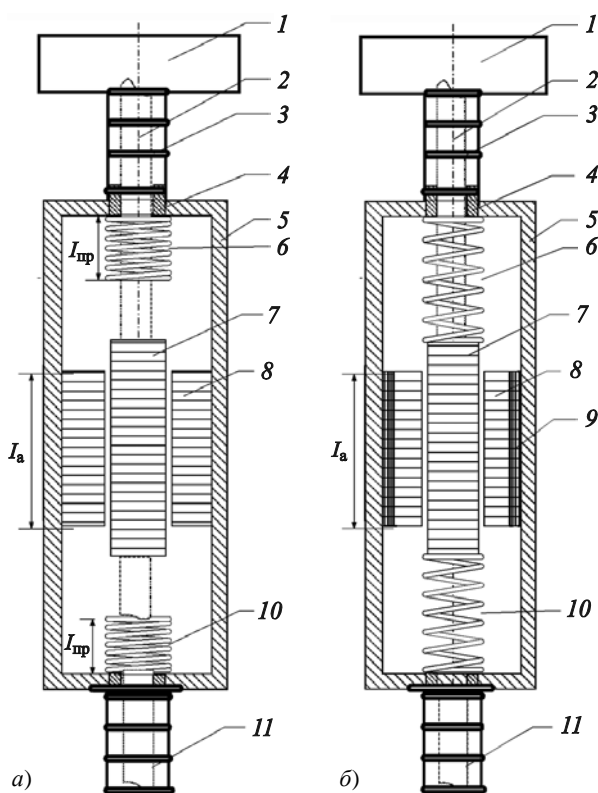


Рис. 1. Продольный разрез корпуса волногенератора с защитой от попадания воды во внутреннюю полость. Магнитопровод статора выполнен: а) из сплошного ферромагнитного материала; б) из листов электротехнического железа

Fig. 1. Longitudinal section of the wave power generator with watertight protection against water ingress into its internal part. Stator magnetic circuit is made of: а) solid ferromagnetic material; б) electrical steel plates

чает в себя поплавок 1, закрепленный на штоке 2, и индуктор 7, также закрепленный на штоке. Индуктор состоит из магнитов кольцевой формы и сплошных ферромагнитных вставок также кольцевой формы. Подвижная часть волногенератора размещена внутри статора, который состоит из корпуса 5, магнитопровода статора 8, состоящего из ферромагнитных вставок кольцевой формы, и обмотки, которая выполнена в форме катушек, размещенных в пазах между кольцевыми ферромагнитными вставками.

Сверху и снизу корпуса установлены крышки с отверстиями в центре с направляющими втулками 4. К верхней и нижней крышкам закреплены пружины 6 и 10, предназначенные для амортизации ударов индуктора о крышку. Водонепроницаемые гофрированные муфты 3 и 11 предотвращают попадание воды внутрь корпуса волногенератора.

Отметим отличия в двух конструкциях волногенератора, приведенные на рис. 1.

На рис. 1б пружины 6 и 10 прикреплены к торцевым поверхностям индуктора 7. При движении поплавка от впадины волны к гребню верхняя пружина сжимается, а нижняя растягивается. Обе пружины запасают потенциальную энергию, которая при движении поплавка вниз от гребня волны к впадине преобразуется в электрическую энергию. Сжатие и растяжение пружин при движении поплавка вверх сопровождается появлением сил торможения, препятствующих движению индуктора с поплавком вверх.

Следующее отличие заключается в том, что магнитопровод статора 8 (рис. 1б) имеет дополнительный наружный магнитопровод 9, выполненный в форме цилиндра из листов электротехнической стали и размещенный внутри корпуса волногенератора. Ферромагнитные сердечники магнитопровода статора, между которыми размещены катушки обмотки, выполнены из листов электротехнической стали в форме колец.

Замена участков с сплошным магнитопроводом на участки магнитопровода, набранные из листов электротехнической стали, позволяет существенно уменьшить потери от вихревых токов и тормозную силу вихревых токов.

Поплавковый волновой генератор преобразует энергию морских волн в электрическую. При движении волны поплавков и индуктор совершают возвратно-поступательные движения. Параметры возвратно-поступательного движения поплавка и ин-

дуктора определяются прежде всего уравнением движения волны (1):

$$y = A \sin(2\pi t/T_b), \quad (1)$$

где A – амплитуда волны; $T_b = 1/f_b$ – период колебания волны; t – текущее значение времени.

Характер изменения скорости перемещения волны во времени $v_b = \dot{y}$ определяется путем дифференцирования уравнения движения волны:

$$\dot{y} = (2\pi A/T_b) \cos(2\pi t/T_b) = \dot{y}_m \cos(2\pi t/T_b), \quad (2)$$

где $\dot{y}_m = 2\pi A/T_b$ – амплитудное (максимальное) значение скорости перемещения волны на интервале одного периода волны.

При возвратно-поступательном движении индуктора внутри статора магнитные силовые линии кольцевых магнитов проходят по кольцевым сердечникам ферромагнитных вставок индуктора и магнитопровода статора, по корпусу 5 (рис. 1а) или по наружному магнитопроводу сердечника статора 9 (рис. 1б), пересекают проводники обмотки статора и наводят в них электродвижущую силу (ЭДС).

Разработка любого электромеханического устройства сопровождается созданием математической модели, с помощью которой можно выполнить исследование его параметров и характеристик, провести оптимизацию параметров для улучшения энергетических характеристик, уменьшения массы и габаритов, увеличения срока службы и т.д. [6–8]. В [7] получена математическая модель линейного генератора тока, которая «удовлетворительно объясняет основные закономерности функционирования устройства».

Для повышения точности модели при ее разработке целесообразно рассматривать поплавковый волновой генератор линейного типа как единую электромеханическую систему, состоящую из двух подсистем – механической и электрической, в которой во взаимосвязи происходят электромагнитные и механические процессы.

При этом прежде всего необходимо установить все силы механической подсистемы волногенератора и дать их точное аналитическое описание. Под *механической подсистемой* понимается совокупность материальных точек, положение и движение каждой из которых зависит от положения и движения остальных материальных точек. *Электрическая подсистема* представляет собой совокупность источников ЭДС, тока, сопротивлений, соединенных таким образом, что в этой цепи протекает единый электромагнитный процесс.

Для описания этих процессов в единой форме дифференциальных уравнений целесообразно воспользоваться системой уравнений Лагранжа – Максвелла второго рода.

Описание электромеханических процессов волногенератора с помощью уравнений Лагранжа – Максвелла второго рода

Description of electromechanical processes in wave power generator using Lagrange-Maxwell equation of second kind

В системе уравнений Лагранжа – Максвелла второго рода используются т.н. обобщенные координаты электромеханической системы q , которые однозначно определяют положение или состояние системы.

Для электромеханической системы поплавкового волногенератора линейного типа в качестве обобщенных координат следует принять:

- для механической подсистемы $q_m = x$, где x – линейное перемещение индуктора и поплавок, измеряется в метрах [м];
- для электрической подсистемы $q_s = q$, где q – электрический заряд цепи обмотки генератора, измеряется в Кулонах [Кл].

В уравнениях используется также понятие «число степеней свободы s », определяемое как число независимых возможных перемещений соответствующей координаты:

- s_m – число степеней свободы механической подсистемы волногенератора;
- s_s – число степеней свободы электрической подсистемы волногенератора.

Число степеней свободы системы равно числу независимых обобщенных координат этой системы. С учетом сказанного выше поплавковый волногенератор линейного типа представляет собой электромеханическую систему с одной степенью свободы механической подсистемы ($s_m = 1$) и с одной степенью свободы электрической подсистемы ($s_s = 1$).

Представим систему уравнений Лагранжа – Максвелла второго рода применительно к электромеханической системе волногенератора в полном объеме:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_M}{\partial \dot{q}_m} \right) - \frac{\partial L_M}{\partial q_m} = Q_m^{нп}, \quad \nabla_M \left(1, s_M \right); \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_M}{\partial \dot{q}_3} \right) - \frac{\partial L_M}{\partial q_3} = e_j - \sum_{j=1}^n R_{i,j} i_{i,j}, \quad \nabla_3 \left(1, s_3 \right), \quad (4)$$

где L_M – функция Максвелла; q_M – обобщенная координата механической подсистемы; q_3 – обобщенная координата электрической подсистемы; e_j – ЭДС в независимых координатах; $R_{i,j}$ – активные сопротивления в j -х независимых контурах, по которым протекает соответствующий ток; $Q_M^{\text{нп}}$ – обобщенная непотенциальная сила, определяемая суммой элементарных работ ΔA_i всех внешних сил на возможном перемещении Δq_M .

Уравнения (3) и (4) записаны на энергетическом уровне, поскольку функция Максвелла L_M представляет собой разность кинетических и потенциальных энергий электромеханической системы:

$$L_M = (T_M + T_3) - (\Pi_M + \Pi_3), \quad (5)$$

где T_M – кинетическая энергия механической подсистемы; T_3 – кинетическая энергия электрической подсистемы; Π_M – потенциальная энергия механической подсистемы; Π_3 – потенциальная энергия электрической подсистемы.

Кинетическая энергия при линейном характере поступательного движения определяется по формуле:

$$T_M = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k v_k^2, \quad (6)$$

где m_k – масса k -го перемещающегося объекта; v_k – линейная скорость перемещения k -го объекта.

Потенциальная энергия механической подсистемы запасается подвижной частью волногенератора и пружиной, если она установлена в генераторе (рис. 1б), и определяется по формуле:

$$\Pi_M = mgx + c_{\text{ж}} x^2 / 2, \quad (7)$$

где m – масса подвижной части волногенератора; $c_{\text{ж}}$ – жесткость материала пружины; x – перемещение подвижной части волногенератора.

Кинетическая энергия электрической подсистемы – это энергия магнитного поля электрической подсистемы.

$$T_3 = \frac{1}{2} \Psi i = \frac{1}{2} L i^2, \quad (8)$$

где Ψ – потокосцепление; i – ток; L – собственная индуктивность обмотки.

Потенциальная энергия электрической подсистемы – это энергия электрического поля системы.

$$\Pi_3 = \frac{1}{2} Uq = \frac{1}{2} C U_c^2, \quad (9)$$

где U – напряжение; q – электрический заряд; C – емкость конденсатора; U_c – напряжение конденсатора.

В уравнении (4) параметр $Q_M^{\text{нп}}$ – обозначает обобщенные силы, не связанные с потенциальной энергией, т.е. непотенциальные силы. Размерность обобщенной силы зависит от размерности обобщенной координаты. Так, если размерность обобщенной координаты q_M [м], то размерность обобщенной силы $Q_M^{\text{нп}}$ – Ньютон [Н].

$$Q_M^{\text{нп}} = \frac{\Delta A_M}{\Delta q_M}, \quad (10)$$

где ΔA_M – работа всех активных сил F_i на возможном перемещении Δx_i .

Для электромеханической подсистемы с линейным характером перемещений:

$$\Delta A_M = \sum_{i=1}^n F_i \Delta x_i. \quad (11)$$

С учетом (11) обобщенную непотенциальную силу можно определить по формуле:

$$Q_M^{\text{нп}} = \frac{\Delta A_M}{\Delta q_M} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \Delta x_i}{\Delta q_M} = \sum_{i=1}^n F_i. \quad (12)$$

Из формулы (12) можно установить, что обобщенная, непотенциальная сила механической подсистемы поплавкового волногенератора линейного типа имеет размерность физической силы Ньютон (Н).

Для актуализации уравнений (3) и (4) определим выражения обобщенных координат и их производных для механической и электрической подсистем:

$$q_M = q_1 = x; \quad \dot{q}_M = \dot{q}_1 = \dot{x} = v; \quad (13)$$

$$q_3 = q_2 = q; \quad \dot{q}_3 = \dot{q}_2 = \dot{q} = i.$$

При отсутствии в электрической подсистеме волногенератора потенциальной энергии (при отсутствии электрического поля) функция Максвелла описывается уравнением:

$$L_M = (T_M + T_3) - (\Pi_M + \Pi_3) = (0,5m \dot{q}_1^2 + 0,5L \dot{q}_2^2) - (mgq_1 + 0,5c_{\text{ж}} q_1^2). \quad (14)$$

Если электрическая энергия, вырабатываемая волногенератором, передается конденсатору, обладающему емкостью C , то в функции Максвелла необходимо учесть наличие электрического поля конденсатора:

$$L_M = (T_M + T_3) - (\Pi_M + \Pi_3) = (0,5m \dot{q}_1^2 + 0,5L \dot{q}_2^2) - (mgq_1 + 0,5c_{\text{ж}} q_1^2 + 0,5U_c q_2). \quad (15)$$

Вернемся к уравнению (12) и отметим, что в поплавковом волногенераторе линейного типа могут действовать следующие силы:

- выталкивающая сила поплавок $F_{в.с}$;
- сила тяжести подвижной части волногенератора $F_{с.т}$;
- электромагнитная сила генератора $F_{э.с}$;
- сила сопротивления движению поплавок в водной среде $F_{с.д.п}$;
- сила магнитного тяжения $F_{с.м.т}$;
- тормозная сила вихревых токов в сплошных магнитопроводах волногенератора $F_{т.с.в.т}$;
- сила сжатия (растяжения) пружины $F_{с.пр}$.

Можно объединить силу магнитного тяжения $F_{с.м.т}$ и тормозную силу вихревых токов $F_{т.с.в.т}$ в одну силу – силу торможения холостого хода $F_{т.х.х}$, т.е. $F_{с.м.т} + F_{т.с.в.т} = F_{т.х.х}$.

С учетом этого можно считать, что в механической подсистеме поплавкового волногенератора линейного типа действуют 6 сил: $\sum F = F_{в.с} + F_{с.т} + F_{э.с} + F_{с.д.п} + F_{т.х.х} + F_{с.пр}$.

Отметим, что точный расчет сил, оказывающих сопротивление движению поплавок, необходим для расчета объема этого устройства при заданном значении мощности генератора. При правильном расчете объема поплавок все тормозные силы компенсируются его выталкивающей силой. В этом случае скорость перемещения индуктора dx/dt равна скорости перемещения волны dy/dt , а электрическая энергия, вырабатываемая генератором, передается в нагрузку и частично рассеивается в обмотке генератора.

Выталкивающая сила поплавок $F_{в.с}$ [1]:

$$F_{в.с} = V_{п}' \rho g, \quad (16)$$

где $V_{п}'$ – объем части поплавок, находящейся в воде; ρ – плотность морской воды; g – ускорение свободного падения.

Максимальное значение выталкивающей силы $F_{в.с \max}$ определяется как произведение полного объема поплавок $V_{п}$, плотности воды ρ и ускорения свободного падения g . Причем произведение объема поплавок $V_{п}$ и плотности воды ρ равно массе воды $m_{в}$: $F_{в.с \max} = V_{п} \cdot \rho \cdot g = m_{в} \cdot g$.

Как правило, при работе волногенератора часть объема поплавок может находиться в воздухе. Для учета этого обстоятельства вводится т.н. коэффициент использования объема поплавок $k_v = V_{п}'/V_{п}$.

В этом случае выталкивающую силу поплавок следует рассчитывать по формуле:

$$F_{в.с} = k_v \cdot F_{в.с \max}. \quad (17)$$

При $k_v = 0$ поплавок полностью находится в воздухе, и его выталкивающая сила равна нулю.

Сила тяжести

$$F_{т} = m_{дв} g. \quad (18)$$

Сила тяжести определяется произведением массы подвижной (движущейся) части волногенератора $m_{дв}$ и ускорения свободного падения g .

$$m_{дв} = m_{ин} + m_{ш} + m_{к.п} + m_{д.г},$$

где $m_{ин}$ – масса индуктора; $m_{ш}$ – масса штока; $m_{к.п}$ – масса корпуса поплавок; $m_{д.г}$ – масса дополнительного груза, устанавливаемого по необходимости для обеспечения работы генератора при движении поплавок вниз от гребня волны до впадины.

Направление действия силы тяжести противоположно направлению выталкивающей силы.

Электромагнитная сила генератора $F_{э.с}$ [1] изменяется во времени по гармоническому закону, причем амплитуда и частота гармонических колебаний не постоянны во времени. Аналитическая зависимость электромагнитной силы генератора от параметров волны и генератора $F_{э.с}(t)$ может быть определена по формуле:

$$F_{э.с}(t) = E_m^2 \cos \omega_b t \sin^2[(k_\tau \pi) \sin(\omega_b t)] / (R A \omega_b), \quad (19)$$

где E_m – амплитудное значение ЭДС генератора; $R = R_{об} + R_{нг}$ – активное сопротивление цепи переменного тока генератора; $R_{об}$ – активное сопротивление обмотки генератора; $R_{нг}$ – активное сопротивление нагрузки генератора; $\omega_b = 2\pi f_b$ – циклическая частота морской волны; f_b – частота следования волн; $k_\tau = A/\tau$ – коэффициент кратности полюсного деления волногенератора в пределах одной амплитуды волны; A – амплитуда волны; τ – полюсное деление магнитной системы генератора.

$$F_{э.с}(t) = F_{э.с.m} \cos \omega_b t \sin^2[(k_\tau \pi) \sin(\omega_b t)];$$

$F_{э.с.m}$ – амплитудное максимальное значение электромагнитной силы генератора.

Среднее значение электромагнитной силы $F_{э.с.ср}$:

$$F_{э.с.ср} = E_m^2 / (\pi^2 R A f_b) = E_{ср} I_m / (4 A f_b \pi^2) = 0,6168 P_{ср} / (A f_b). \quad (20)$$

Относительное значение электромагнитной силы волногенератора на интервале одного периода морской волны $F_{э.с}^*(t) = F_{э.с}(t) / F_{э.с.m}$ можно рассчитать по формуле:

$$F_{э.с}^*(t) = \cos \omega_b t \sin^2[(k_\tau \pi) \sin(\omega_b t)]. \quad (21)$$

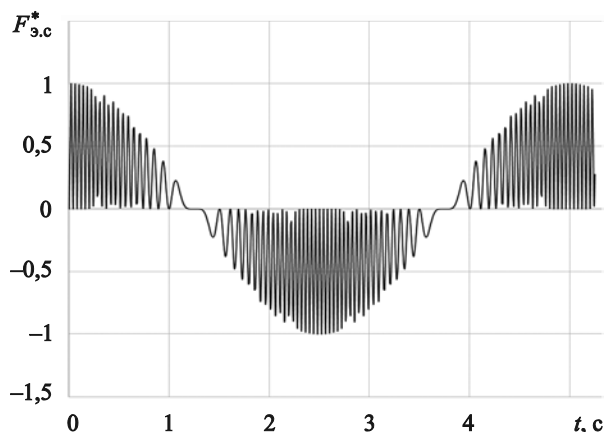


Рис. 2. Зависимость электромагнитной силы волногенератора во времени

Fig. 2. Electromagnetic force of wave power generator in time

Временная диаграмма зависимости $F_{э.с}^*(t)$ представлена на рис. 2 при $f_b = 0,2с^{-1}$, $k_r = 20$.

Рассмотрим характер изменения ЭДС генератора во времени. Максимальное значение ЭДС волногенератора E_m :

$$E_m = 2(A/\tau) \pi^2 \psi_{0f_b}. \quad (22)$$

Мгновенное значение ЭДС волногенератора E изменяется по гармоническому закону с циклической частотой $\omega_{эл} = 2\pi f_{эл}$ и промодулировано во времени с циклической частотой волны $\omega_b = 2\pi f_b$:

$$E(t) = 4,44\Phi_m w_k N_k f_{эл,m} \cos\omega_{эл} t \cos\omega_b t = E_m \cos\omega_{эл} t \cos\omega_b t, \quad (23)$$

где $f_{эл}$ – частота ЭДС обмотки генератора.

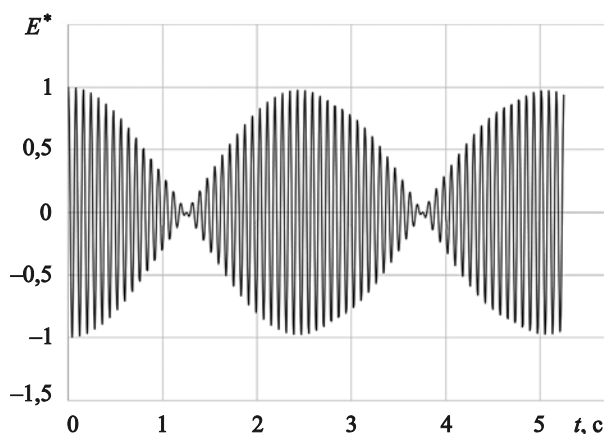


Рис. 3. Временная диаграмма электродвижущей силы, наводимой в витках обмотки статора

Fig. 3. Time-base diagram of electromotive force induced in stator coil winding

При выполнении условия равенства скоростей перемещения индуктора и волны, т.е. $dx/dt = dy/dt$, частоту ЭДС $f_{эл}$, наводимой в обмотке волногенератора, можно определить по формуле:

$$f_{эл} = \frac{\dot{y}}{2\tau} = \frac{\pi A}{T_b \tau} \cos \frac{2\pi}{T_b} t. \quad (24)$$

Из (24) следует, что частота ЭДС волногенератора промодулирована во времени аналогично тому, как промодулирована скорость перемещения волны (2):

$$f_{эл}(t) = f_{эл,m} \cos 2\pi f_b t = f_{эл,m} \cos\omega_b t. \quad (25)$$

Максимальное значение частоты ЭДС:

$$f_{эл,m} = \pi A f_b / \tau = k_{э.р.м} f_b, \text{ Гц}, \quad (26)$$

где $k_{э.р.м}$ – коэффициент электрической редукции волногенератора; $k_{э.р.м} = f_{эл,m} / f_b = \pi k_r$.

При расчете характеристик волногенератора часто приходится использовать среднее значение частоты ЭДС на интервале одного периода волны:

$$f_{эл,ср} = 2A / (\tau \cdot T_b) = 2k_r f_b = k_{э.р.ср} f_b, \text{ Гц}, \quad (27)$$

где $k_{э.р.ср} = 2k_r$ – коэффициент электрической редукции для расчета среднего значения частоты ЭДС.

$$E_r(t) = 2(A/\tau) \pi^2 \psi_{0f_b} \cos\omega_b t \sin[(A/\tau) \pi \sin(2\pi f_b t)] = E_{r,m} \cos\omega_b t \sin[(A/\tau) \pi \sin(2\pi f_b t)],$$

где $\psi_{0m} = \Phi_m W$ – максимальное значение потоко-сцепления; Φ_m – максимальное значение магнитного потока; W – число витков обмотки.

Временная диаграмма относительного значения ЭДС волногенератора, рассчитанного по формуле $E^*(t) = E(t)/E_m = \cos\omega_{эл} t \cos\omega_b t$, представлена на рис. 3.

Тормозная сила сопротивления движению поплавок в водной среде, $F_{с.д.п}$ [1]:

$$F_{с.д.п} = c_x \cdot \rho \cdot v_n \cdot S/2 = (c_x \cdot \rho \cdot S/2) \cdot (dx/dt) = k_{т.с.п} (dx/dt), \quad (28)$$

где c_x – коэффициент гидродинамического сопротивления; S – площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную направлению скорости.

Величины коэффициента c_x и тормозной силы $F_{т.с.п}$ зависят от формы тела (поплавка), находящегося в водном потоке. В табл. 1 приведены значения коэффициента гидродинамического сопротивления тела, обтекаемого потоком воды, в зависимости от его формы [9].

При выборе формы поплавок следует учитывать величину коэффициента c_x при движении поплавок как вверх (от впадины до гребня волны), так и вниз

Таблица 1. Значение коэффициента гидродинамического сопротивления тела, обтекаемого потоком воды, в зависимости от его формы

Table 1. Hydrodynamic resistance coefficient of body in water flow depending on shape

Тело	Форма	c_x
	Диск	1,11
	Полусфера, обращенная к потоку плоской поверхностью	1,35–1,40
	Полусфера, обращенная к потоку сферической поверхностью	0,30–0,40
	Шар	0,4
	Каплевидная, обращенная к потоку сферической (широкой) частью поверхности	0,045
	Каплевидная, обращенная к потоку заостренной частью поверхности	0,1

(от гребня до впадины волны). С учетом этого предпочтительная форма поплавка – каплевидная.

Сила магнитного тяжения $F_{м.т}$ [1] определяется по формуле:

$$F_{м.т} = -\frac{dW_m}{dx} = -\frac{B_\delta^2}{2\mu_0} \pi D \delta_3 N_k, \quad (29)$$

где $B_\delta = 2\Phi_m/S_\delta$; $S_\delta = \pi \cdot D \cdot \tau/2$; δ_3 – величина зазора между внутренней поверхностью магнитопровода статора и наружной поверхностью индуктора; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ – абсолютная магнитная проницаемость; N_k – число катушек обмотки волногенератора; D – наружный диаметр кольца магнита.

Потери мощности от вихревых токов [1]:

$$P_{в.т.} = \frac{6,2N_k}{\pi} k_f^2 f^2 \Phi_m^2 \gamma \tau. \quad (30)$$

где γ – электропроводность железа, $\gamma \approx 2 \cdot 10^6$ Ом·м⁻¹; $k_f \approx 1,1$ – коэффициент формы потока.

Сила торможения от вихревых токов:

$$F_{т.с.в.т} = P_{в.т.}/v_{и}, \quad (31)$$

где $v_{и} = dx/dt$ – скорость перемещения индуктора.

Тормозная сила пружины, работающей на сжатие (рис. 1б), равна

$$F_{с.пр} = c_{ж} x, \quad (32)$$

где $c_{ж}$ – жесткость пружины.

В первом приближении можно выполнить расчет среднего значения тормозной силы вихревых токов $F_{в.т.ср.}$, рассчитав предварительно среднее значение потерь мощности от вихревых токов $P_{в.т.ср}$ и среднее значение скорости индуктора $v_{и.ср.}$

Следует отметить, что при движении поплавок с индуктором вверх от впадины до гребня волны выталкивающая сила выполняет функцию движущей силы, т.е. $F_{дв1} = F_{в.с.}$

Остальные силы препятствуют движению и выполняют функцию тормозных сил, т.е.:

$$F_{т.1} = F_{с.т} + F_{э.с} + F_{с.д.п} + F_{т.хх} + F_{с.пр}. \quad (33)$$

При движении поплавок вниз, от гребня до впадины волны, функцию движущей силы выполняет сила тяжести, т.е. $F_{дв2} = F_{с.т.}$, и сила сжатия (растяжения) пружины, $F_{с.пр.}$, если она установлена в волногенераторе, т.е. $F_{дв2} = F_{с.т} + F_{с.пр.}$. Остальные силы выполняют функцию тормозных сил, т.е.:

$$F_{т.2} = F_{в.с} + F_{э.с} + F_{с.д.п} + F_{т.хх}. \quad (34)$$

Определим частные производные функции Максвелла L_M по обобщенным координатам и обозначим их как уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_M}{\partial \dot{q}_1} &= \frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \frac{1}{2} (m\dot{q}_1^2 + L\dot{q}_2^2 - mgq_1); \\ \frac{\partial L_M}{\partial \dot{q}_1} &= m\dot{q}_1 = m v; \quad \frac{\partial L_M}{\partial \dot{q}_2} = L\dot{q}_2 = Li; \quad \frac{\partial L_M}{\partial q_1} = mg; \\ Q_1^{нп} &= \frac{\Delta A}{\Delta q_1}; \end{aligned} \quad (35)$$

$$\Delta A = (F_{в.с} - F_{с.т} - F_{э.с} - F_{с.д.п} - F_{т.хх} - F_{с.пр}) \Delta x;$$

$$Q_1^{нп} = F_{в.с} - F_{с.т} - F_{э.с} - F_{с.д.п} - F_{т.хх} - F_{с.пр},$$

где L – индуктивность обмотки генератора; $L = N_k L_k$; L_k – индуктивность одной катушки.

Индуктивность одной катушки можно определить по формуле:

$$L_k = \frac{\mu_0 W_k^2 S_c}{\delta_3 + l_c / \mu_c} \approx \frac{\mu_0 W_k^2 S_c}{\delta_3}, \quad (36)$$

где W_k – число витков катушки; $S_c = \pi D \tau / 2$ – площадь сечения сердечника магнитопровода одной катушки; l_c – длина ферромагнитного участка пути, по которому проходит магнитный поток.

При упрощении формулы (34) учтено соотношение параметров $\delta_3 \gg l_c / \mu_c$; μ_c – относительная магнитная проницаемость ферромагнитного материала;

$\tau = \frac{\pi A}{T_B f_{эл}}$ – полюсное деление магнитопровода волногенератора; A – амплитуда волны; T_B – период волны.

Число витков одной катушки W_k можно определить по формуле:

$$W_k = \frac{E_{km}}{4,44 \Phi_m f_{эл}}, \quad (37)$$

где E_{km} – максимальное (амплитудное) значение ЭДС одной катушки; Φ_m – максимальное значение магнитного потока.

Максимальное значение магнитного потока Φ_m определим по формуле [1]:

$$\Phi_m = \frac{S_M B_r}{1 + k_\delta 4 R_\delta \lambda_m}, \quad (38)$$

где B_r – остаточное значение индукции магнита; R_δ – магнитное сопротивление воздушного зазора под одним полюсом; λ_m – коэффициент проводимости участка пути рассеяния магнитного потока внутри магнита; S_M – площадь магнитного кольца.

$$S_M = \frac{\pi(D^2 - d_0^2)}{4}, \quad (39)$$

где D – наружный диаметр кольца магнита; d_0 – внутренний диаметр кольца магнита; k_δ – коэффициент рассеяния магнита, учитывающий наличие потока рассеяния.

$$k_\delta = 1 + \frac{\lambda_{\sigma M}}{\lambda_m}; \quad (40)$$

$$R_\delta = \frac{2\delta_3}{\mu_0 \pi D \tau}. \quad (41)$$

$\lambda_{\sigma M}$ – коэффициент проводимости путей рассеяния магнита:

$$\lambda_{\sigma M} = \lambda_{\sigma 1} + \lambda_{\sigma 2},$$

где $\lambda_{\sigma 1}$ и $\lambda_{\sigma 2}$ – коэффициенты проводимостей путей рассеяния снаружи и внутри кольца магнита соответственно:

$$\lambda_{\sigma 1} = \frac{\mu_0 \pi D}{2} \ln 2 = 1,09 \mu_0 D;$$

$$\lambda_{\sigma 2} = \frac{\mu_0 \pi D}{6} \ln 3 = 0,575 \mu_0 D;$$

$$\lambda_{\sigma M} = 1,665 \mu_0 D. \quad (42)$$

При условии $d_0 = D/3$ коэффициент проводимости участка пути рассеяния магнитного потока внутри сердечника магнита λ_m можно определить по упрощенной формуле:

$$\lambda_m = \frac{\pi \left(D^2 - \frac{D^2}{9} \right)}{4 \frac{\tau}{3}} \mu_0 \mu_r = \mu_0 \mu_r D \frac{2\pi D}{3\tau}. \quad (43)$$

Дифференциальные уравнения механической и электрической подсистем поплавкового волногенератора при наличии пружин в механической подсистеме для запаса потенциальной энергии (рис. 1б):

$$\frac{dm\dot{q}_1}{dt} + mg = F_{в.с} - F_{э.с} - F_{с.т.} - F_{с.д.п} - F_{т.хх} - F_{с.пр}; \quad (44)$$

$$m \frac{d\nu}{dt} + mg = F_{в.с} - F_{э.с} - F_{с.т.} - F_{с.д.п} - F_{т.хх} - F_{с.пр},$$

где $F_{в.с} = V_p \rho g$; V_p – объем поплавка; ρ – плотность морской воды.

Дифференциальное уравнение электрической подсистемы при работе волногенератора на активную нагрузку:

$$L \frac{di}{dt} = e - i(R_{об} + R_{нг}) = e - iR_{об} - U_{нг}. \quad (45)$$

Электромагнитную силу генератора (19) можно представить в виде:

$$F_{э.с}(t) = e(t) \cdot i(t) / (dx/dt) = (d\Psi/dx) \cdot (dx/dt) \cdot i(t) / (dx/dt) = (d\Psi/dx) \cdot i(t) = k_{к.э} \cdot i(t),$$

где $k_{к.э} = (d\Psi/dx) = \pi \Phi_m W_k N_k / \tau$ (46) – коэффициент передачи генератора линейного типа.

С учетом указанного выше уравнения (44) и (45) могут быть представлены в виде:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + k_{т.с.п} \frac{dx}{dt} + c_{ж} x = V_{п} \rho g - mg - k_{к.э} i - F_{т.х.х}, \quad (47)$$

$$\frac{d\Psi}{dx} \frac{dx}{dt} - L \frac{di}{dt} - iR_{об} = u_{нг}. \quad (48)$$

Анализируя уравнения (47) и (48), можно отметить, что (47) – это дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее динамику механической подсистемы, а (48) – это дифференциальное уравнение второго закона Кирхгофа, описывающее динамику электрической подсистемы волногенератора линейного типа.

Вывод передаточной функции волногенератора линейного типа при наличии пружин в механической подсистеме для запаса потенциальной энергии

Derivation of the linear wave generator transfer function with springs in its mechanical subsystem for potential energy reserve

Представим уравнения (46) и (47) в операторной форме:

$$mp^2 x + k_{т.с.п} px + c_{ж} x = V_{п} \rho g - mg - k_{к.э} i - F_{т.х.х}; \quad (49)$$

$$k_{к.э} px - Lpi - iR_{об} = u_{нг}. \quad (50)$$

Из (50) определим изображение тока $i(p)$:

$$i(p) = \frac{k_{к.э} px - u_{нг}}{R_{об} + Lp} = \frac{k_{к.э} px - u_{нг}}{R_{об} \left(1 + \frac{L}{R_{об}} p \right)}. \quad (51)$$

Из (47) определим изображение перемещения $x(p)$:

$$x(p) = \frac{V_{п} \rho g - mg - F_{т.х.х} - k_{к.э} i}{c_{ж} \left(\frac{m}{c_{ж}} p^2 + \frac{k_{т.с.п}}{c_{ж}} p + 1 \right)}. \quad (52)$$

Соотношения (51) и (52) позволяют построить структурную схему поплавкового волнового генератора линейного типа. На рис. 4 приведена структурная схема поплавкового волнового генератора линейного типа, механическая подсистема которого выполнена с пружинами для запаса потенциальной энергии при движении поплавка от впадины до гребня волны.

Используя структурную схему, приведенную на рис. 4, составим передаточную функцию поплавкового волнового генератора линейного типа:

$$W(p) = \frac{u_{нг}(p)}{F_{в.с}(p)} = \frac{a_0 p}{a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + 1}, \quad (53)$$

где введены обозначения коэффициентов:

$$a_0 = \frac{k_{к.э} \cdot R_{нг}}{2c_{ж} \cdot R}; \quad (54)$$

$$a_1 = \frac{m}{2c_{ж}} T_3; \quad (55)$$

$$a_2 = \frac{m}{2c_{ж}} + \frac{k_{т.с.п}}{2c_{ж}} T_3; \quad (56)$$

$$a_3 = \frac{k_{т.с.п}}{2c_{ж}} + \frac{k_{к.э}^2}{2Rc_{ж}} + T_3; \quad (57)$$

$$T_3 = L/R;$$

$$R = R_{об} + R_{нг}.$$

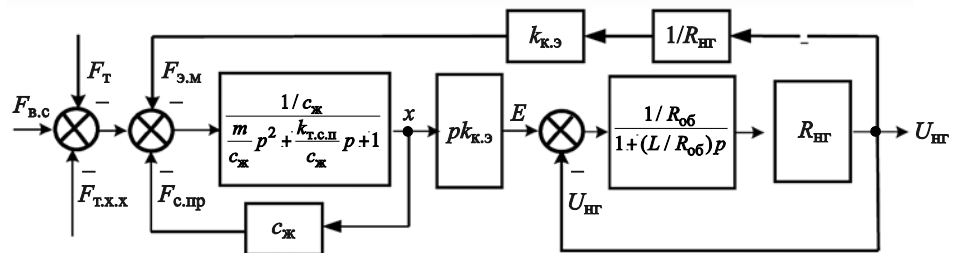


Fig. 4. Block diagram of the linear buoy wave-power generator with springs in its mechanical subsystem

Рис. 4. Структурная схема поплавкового волногенератора линейного типа при наличии пружин в механической подсистеме

Вывод передаточной функции волногенератора линейного типа при отсутствии пружин в механической подсистеме для запаса потенциальной энергии

Derivation of the linear wave generator transfer function without springs in its mechanical subsystem for potential energy reserve

Запишем уравнения в операторной форме для механической и электрической подсистем волногенератора линейного типа, выполненного без пружин, для запаса потенциальной энергии (рис. 1а) – уравнения (58) и (59).

$$mp^2x + k_{т.с.п}px = V_{п}pg - mg - k_{к.э}i - F_{т.х.х}, \quad (58)$$

$$k_{к.э}px - Lpi - iR_{об} = u_{нг}. \quad (59)$$

Из (59) определим изображение тока $i(p)$:

$$i(p) = \frac{k_{к.э}px - u_{нг}}{R_{об} + Lp} = \frac{k_{к.э}px - u_{нг}}{R_{об} \left(1 + \frac{L}{R_{об}}p\right)}. \quad (60)$$

Из (58) определим изображение перемещения $x(p)$:

$$x(p) = \frac{V_{п}pg - mg - F_{т.х.х} - k_{к.э}i}{mp^2 + k_{т.с.п}p}. \quad (61)$$

Используя уравнения (60) и (61), можно построить структурную схему поплавкового волнового генератора линейного типа, механическая подсистема которого выполнена без пружин для запаса потенциальной энергии (рис. 5).

Используя структурную схему, приведенную на рис. 5, составим передаточную функцию поплавкового волнового генератора линейного

типа при отсутствии пружин в механической подсистеме:

$$W(p) = \frac{u_{нг}(p)}{F(p)} = \frac{a_0}{a_1p^2 + a_2p + 1}. \quad (62)$$

$$a_0 = \frac{R_{нг}k_{к.э}}{Rk_{т.с.п} + k_{к.э}^2}; \quad (63)$$

$$a_1 = \frac{mRT_э}{Rk_{т.с.п} + k_{к.э}^2}; \quad (64)$$

$$a_2 = \frac{R(k_{т.с.п}T_э + m)}{Rk_{т.с.п} + k_{к.э}^2}; \quad (65)$$

$$T_э = L/R. \quad (66)$$

Передаточные функции (51) и (60) позволяют выполнить исследование динамических характеристик поплавкового волнового генератора линейного типа при наличии и отсутствии пружин в механической подсистеме волногенератора.

Заключение

Conclusion

На основе уравнений Лагранжа – Максвелла второго рода разработана математическая модель поплавкового волногенератора линейного типа, выполненного как с пружинами для запаса потенциальной энергии, так и без пружин. Полученные уравнения позволяют выполнить исследование переходных и установившихся режимов работы вышеназванного устройства. Дано аналитическое описание всех сил, действующих в поплавковом генераторе линейного типа.

Результаты работы позволят повысить точность расчета физических процессов, происходящих в поплавковых волногенераторах линейного типа,

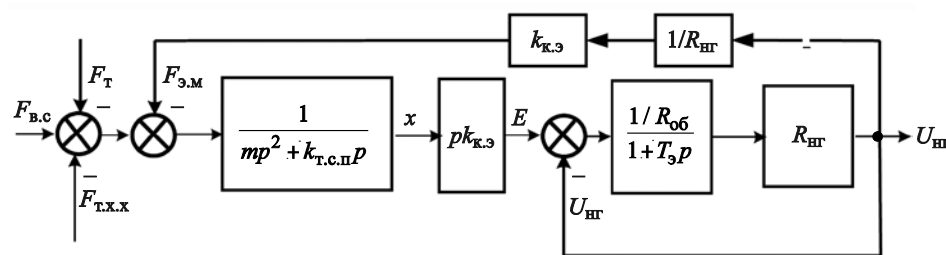


Fig. 5. Block diagram of the linear buoy wave-power generator without springs in its mechanical subsystem

Рис. 5. Структурная схема поплавкового волногенератора линейного типа при отсутствии пружин в механической подсистеме

а также повысить точность расчета параметров волногенераторов. Это в свою очередь способствует решению задачи повышения эффективности преобразования энергии морских волн в электрическую энергию в системах энергообеспечения подводных роботов и аппаратов.

Список использованной литературы

1. *Мартынов А.А., Самсыгин В.К.* Волногенератор поплавкового типа // Труды Крыловского государственного научного центра. 2014. Вып. 81(365). С. 133–142.
2. *Falcao A.F. de O.* Wave energy utilization: A review of the technologies // Renewable and sustainable energy reviews. 2010. Vol. 14, No. 3. P. 899–918. DOI: 10.1016/j.rser.2009.11.003.
3. *Boldea I., Nasar S.A.* Linear electric actuators and generators // IEEE Transactions on energy conversion. 1999. Vol. 14, No. 3. P. 712–717. DOI: 10.1109/60.790940.
4. *Елисеев А.В., Велькин В.И., Шеклеин С.Е.* Разработка исследовательского волнового буя для мониторинга акватории мира // Развитие Арктики и приполярных регионов : сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции. Екатеринбург : УрФУ, 2014. С. 214–216.
5. О перспективных вариантах волновых электростанций / *А.П. Сеньков, А.Н. Калмыков, А.А. Сеньков, П.В. Макин* // Электротехника. 2017. № 12. С. 13–18.
6. *Мартынов А.А., Самсыгин В.К., Соколов Д.В.* Поплавковые волновые электростанции с электрическими генераторами вращательного типа // Труды Крыловского государственного научного центра. 2025. Вып. 2(412). С. 65–74.
7. *Микерин А.А., Ильин М.Е.* Математическая модель линейного генератора тока // Вестник РГРТУ. 2002. № 79. С. 154–165.
8. *Гринкруг М.С., Ткачева Н.А., Чайка Н.Ю.* Динамика волнового генератора с поплавком некруглого сечения на плоской волне // Альтернативная энергетика и экология. 2017. № 16–18. С. 68–76. DOI: 10.15518/isjaee.2017.16-18.068-076.
9. *Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваяев В.А.* Механика сплошных сред : лекции. Москва : Изд-во Физического факультета МГУ, 1998. 92 с. (Университетский курс общей физики).
2. *Falcao A.F. de O.* Wave energy utilization: A review of the technologies // Renewable and sustainable energy reviews. 2010. Vol. 14, No. 3. P. 899–918. DOI: 10.1016/j.rser.2009.11.003.
3. *Boldea I., Nasar S.A.* Linear electric actuators and generators // IEEE Transactions on energy conversion. 1999. Vol. 14, No. 3. P. 712–717. DOI: 10.1109/60.790940.
4. *Eliseev A.V., Velkin V.I., Sheklein S.E.* Development of research wave buoy for monitoring world ocean // Development of the Arctic and polar regions: Proceedings of All-Russian Science & Practice Conference. Yekaterinburg : UrFU, 2014. P. 214–216 (in Russian).
5. On advanced types of wave power plants / *A.P. Senkov, A.N. Kalmykov, A.A. Senkov, P.V. Makin* // Электротехника. 2017. No. 12. P. 13–18 (in Russian).
6. *Martynov A.A., Samsygin V.K., Sokolov D.V.* Buoy power plants with electric generators of rotary type // Transactions of Krylov State Research Centre. 2025. Vol. 2(412). P. 65–74 (in Russian).
7. *Mikerin A.A., Ilyin M.E.* Mathematical model of linear current generator // Vestnik RGRU. 2002. No. 79. P. 154–165 (in Russian).
8. *Grinkrug M.S., Tkacheva N.A., Chaika N.Yu.* Dynamics of the wave power generator with a buoy of noncircular section on a plane wave // Alternative energy and ecology. 2017. No. 16–18. P. 68–76. DOI: 10.15518/isjaee.2017.16-18.068-076 (in Russian).
9. *Aleshkevich V.A., Dedenko L.G., Karavaev V.A.* Continuum mechanics: lectures. Moscow : Publishing House of Moscow State University Faculty of Physics, 1998. 92 p. (University course of general physics) (in Russian).

Сведения об авторах

Мартынов Александр Александрович, к.т.н., доцент кафедры электромеханики и робототехники ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения». Адрес: 190000, Россия, Санкт-Петербург, Большая Морская ул., д. 67. Тел.: +7 (812) 494-70-34. E-mail: Martynov41@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-7464-1236>.

Соколов Дмитрий Владимирович, ведущий инженер филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196128, Россия, Санкт-Петербург, Благодатная ул., д. 6. Тел.: +7 (812) 748-52-48. E-mail: D_Sokolov@ksrc.ru.

About the authors

Alexandr A. Martynov, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Electromechanics and Robotics Department, St. Petersburg University of Aerospace Engineering. Address: 67, Bol-

References

1. *Martynov A.A., Samsygin V.K.* Floating type wave generator // Transactions of Krylov State Research Centre. 2014. Vol. 81(365). P. 133–142 (in Russian).

shaya Morskaya st., St. Petersburg, Russia, post code 190000.
Tel.: +7 (812) 494-70-34. E-mail: Martynov41@mail.ru.
<https://orcid.org/0000-0002-7464-1236>.

Dmitry V. Sokolov, Lead Engineer, TSNII SET branch of Krylov State Research Centre. Address: 6, Blagodatnaya st., St. Petersburg, Russia, post code 196128. Tel.: +7 (812) 748-52-48. E-mail: D_Sokolov@ksrc.ru.

Поступила / Received: 31.10.25
Принята в печать / Accepted: 20.02.26
© Мартынов А.А., Соколов Д.В., 2026