

DOI: 10.24937/2542-2324-2019-1-S-I-120-122
УДК 642.044:624.074.4-033.5

А.И. Фрумен, Л.В. Радченко

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург, Россия

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТОЛСТОСТЕННОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ ОРГСТЕКЛА

В работе рассмотрены особенности напряженно-деформированного состояния (НДС) толстостенной сферической оболочки из органического стекла при всестороннем сжатии. Отмечается нелинейный характер НДС и, следовательно, неприменимость «котельных» формул. Проведено сопоставление аналитических расчетов на основе объемной задачи теории упругости и численных, выполненных методом конечного элемента (МКЭ). Получены зависимости массогабаритных показателей от величины допускаемых напряжений.

Ключевые слова: сферическая оболочка, объемная задача, теория упругости, МКЭ, оргстекло.

Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

DOI: 10.24937/2542-2324-2019-1-S-I-120-122
UDC 642.044:624.074.4-033.5

A. I. Frumen, L. V. Radchenko

St. Petersburg State Maritime Technical University, St. Petersburg, Russia

STRESS-STRAIN-STATE CALCULATION FOR A THICK-WALLED SPHERICAL SHELL MADE OF ORGANIC GLASS

This paper discusses stress-strain state peculiarities of a spherical thick-walled organic-glass shell under omnidirectional compression. It is pointed out that this stress-strain state is not linear and, consequently, cannot be described by “boiler” formulae. The paper compares analytical calculations based on the volume problem of elasticity theory versus FEM-based results. It has been established how weight and size of this shell depend on its acceptable stress

Keywords: spherical shell, volume problem, elasticity theory, finite-element method, organic glass.

Authors declare lack of the possible conflicts of interests.

В настоящее время большой интерес проявляется к использованию для различных подводных аппаратов легких материалов, например, органического стекла, плотность которого составляет 1,2 г/см³.

С ростом давления растет и толщина оболочки. Однако привычные «котельные» формулы ($\sigma=pr/2t$ и $w=pr^2(1-\mu)/2E$) при расчетах напряженно-деформированного состояния толстостенных сферических оболочек не годятся. Рассмотрим сферическую оболочку (рис.1), нагруженную внешним давлением p . Обозначим внешний радиус буквой b , а внутренний – a . Радиус r меняется от a до b : $a < r < b$.

Дифференциальное уравнение в напряжениях имеет вид (1), в перемещениях – (2).

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_t) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{2dW}{r dr} - \frac{2W}{r^2} = 0. \quad (2)$$

Решение дифференциального уравнения (2) получаем с помощью замены переменной $W=dz/dr$ [1], где W – обжатие оболочки. Имеем для толстостенной сферической оболочки следующие напряжения:

Для цитирования: Фрумен А.И., Радченко Л.В. Определение напряженно-деформированного состояния толстостенной сферической оболочки из оргстекла. Труды Крыловского государственного научного центра. 2019; Специальный выпуск 1: 120–122.

For citations: Frumen A.I., Radchenko L.V. Stress-strain-state calculation for a thick-walled spherical shell made of organic glass. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2019; Special Edition 1: 120–122 (in Russian).

$$\sigma_{\theta} = \frac{-p}{1-(a/b)^3} \cdot \left(1 + \frac{a^3}{2r^3}\right). \quad (3)$$

На внутренней поверхности сферы с радиусом $r=a$ имеем максимум:

$$\sigma_{\theta B} = \frac{-1,5p}{1-(a/b)^3}. \quad (4)$$

При устремлении внешнего радиуса b к бесконечности получаем коэффициент концентрации напряжений 1,5 (в отличие от плоской задачи теории упругости, где он равен двум).

Из условия, что $\sigma_{\theta B} \leq [\sigma]$ можно получить

$$\frac{a}{b} = \sqrt[3]{1 - \frac{1,5p}{[\sigma]}}. \quad (5)$$

где $[\sigma]$ – допускаемое напряжение.

Расчеты по МКЭ при десяти элементах по толщине сферы дают практически совпадающие результаты с аналитическим решением (рис. 2).

Разница между напряжениями на внутренней и наружной поверхности составляет:

$$\sigma_{\theta B} - \sigma_{\theta H} = \frac{p(1+(a/b)^3)}{2(1-(a/b)^3)}. \quad (6)$$

Для тонкой оболочки из формул 4–6 можно получить предельный переход к котельной формуле, положив $b=a+t$, где t – толщина оболочки.

Оценка пластичности для толстостенной оболочки дает следующее:

$$\gamma_0 = \frac{P}{D} = \frac{\rho_m}{\rho_s} \left(1 - \frac{a^3}{b^3}\right); \quad m.k. \left(1 - \frac{a^3}{b^3}\right) \geq \frac{1,5p}{[\sigma]}, \text{ то} \quad (7)$$

$$\gamma_0 = \frac{\rho_m}{\rho_s} \cdot \frac{1,5p}{[\sigma]} \geq 72 \text{ \%}.$$

Толщину оболочки t при допускаемых напряжениях $[\sigma]$ можно определить по формулам:

$$x = \frac{a}{b} = \sqrt[3]{1 - \frac{1,5p}{[\sigma]}}; \quad t = b(1-x). \quad (8)$$

Оценку обжатия проведем для радиусов a и b :

$$W_a = \frac{1,5pa(1-\nu)}{E(1-(a/b)^3)} = \frac{[\sigma]}{E} a(1-\nu); \quad (9)$$

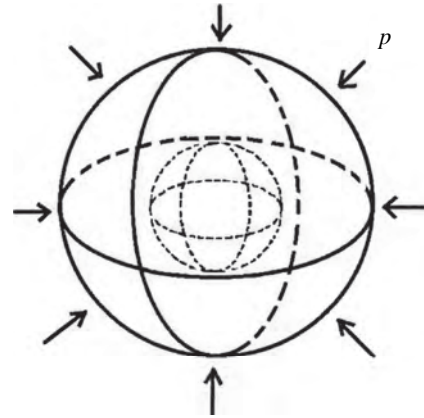


Рис. 1. Сферическая оболочка, нагруженная внешним давлением p

$$W_b = \frac{b[\sigma]}{1,5E} \left(1 - 2\nu + \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{a^3}{b^3}\right) = \frac{b[\sigma]}{E} (1-\nu) \left(1 - \frac{p}{[\sigma]}\right). \quad (10)$$

На рис. 3 показаны толщины для сферической оболочки при внешнем диаметре 1,5 м в зависимости от внешнего давления. Черный цвет – «котельные» формулы, а красный – для толщин по формулам (8) при допускаемом напряжении в 56 МПа.

На рис. 4 показаны напряжения для сферической оболочки при внешнем диаметре 1,5 м, в зависимости от толщины. Черный цвет – «котельные» формулы, красный – по формулам (4).

Рис. 4 показывает, что начиная с определенного значения, увеличение толщины не приводит к снижению максимальных напряжений на внутренней поверхности сферы.

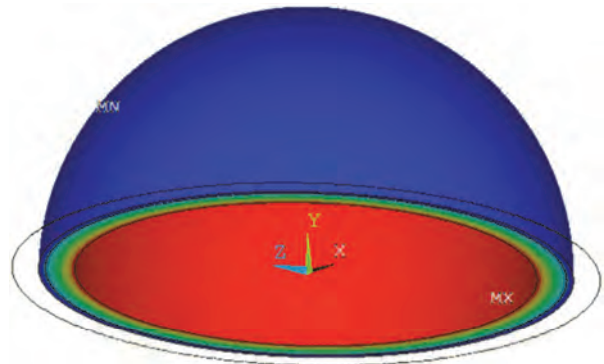


Рис. 2. Расчет сферы по МКЭ (перемещения)

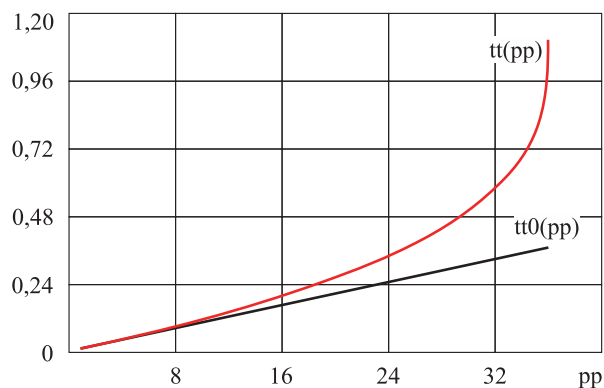


Рис. 3. Зависимость толщины сферической оболочки (tt и $tt0$ – «котельные» формулы) от внешнего давления pp

Следует отметить, что вопросы устойчивости для толстостенных сферических оболочек не являются определяющими. Однако, и для толстостенных оболочек, изготовленных из материалов с малым модулем упругости, требуется проверка на устойчивость с учетом чувствительности к геометрическим отклонениям. Вопросы устойчивости в силу той же малости модуля нужно решать с обязательным учетом геометрической нелинейности.

Библиографический список

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. Изд. Наука, 1975.

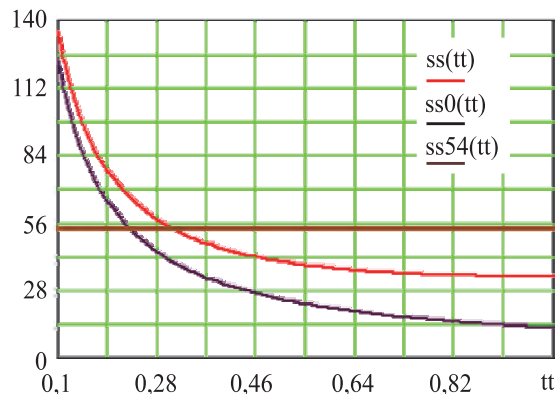


Рис. 4. Напряжения на внутренней поверхности сферической оболочки (ss и $ss0$ – по «котельным» формулам) разной толщины

2. Инструкция по программе ANSYS.

Сведения об авторах

Фрумен Александр Исаакович, к.т.н., профессор кафедры строительной механики корабля СПбГМТУ. Адрес: 190008, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Лоцманская, 3. Телефон: +7 (812) 494-09-42.

E-mail: office@smtu.ru.

Радченко Любовь Владимировна, студент кафедры строительной механики корабля СПбГМТУ. Адрес: 190008, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Лоцманская, 3. Телефон: +7 (812) 494-09-42.

E-mail: office@smtu.ru.

Поступила / Received: 11.03.19
 Принята в печать / Accepted: 10.04.19
 © Коллектив авторов, 2019