Труды Крыловского государственного научного центра. Т. 1, № 407. 2024 Transactions of the Krylov State Research Centre. Vol. 1, no. 407. 2024

УДК 534.23 EDN: UTHNTH

А.В. Клячкин

ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

СОГЛАСОВАНИЕ ПО ОТРАЖЕНИЮ ЗВУКА ЭЛАСТОМЕРНОГО ПОКРЫТИЯ И МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Объект и цель научной работы. Исследование акустического поля, возникающего при падении плоской звуковой волны на двухслойную (эластомерное покрытие – металлический слой) систему, находящуюся в водной среде. Изучение возможности согласования с целью минимизации отражения.

Материалы и методы. Использованы аналитические методы исследования взаимодействия акустических и упругих волн. Эластомерное покрытие рассматривается в рамках модели водоподобной среды с эффективными плотностью и скоростью распространения волн.

Основные результаты. Найдены аналитические выражения для согласующей эффективной скорости, при которой отражение звука отсутствует. Выполнены численные расчеты по исследованию чувствительности отражения от точности согласования.

Заключение. Минимизация коэффициента отражения для слоистой среды путем согласования импедансов возможна. Однако она чувствительна к изменениям внешних факторов, влияющих на точность согласования.

Ключевые слова: уравнение Гельмгольца, плоская волна, акустический импеданс, коэффициент отражения, эластомерное покрытие.

Автор заявляет об отсутствии возможных конфликтов интересов.

UDC 534.23 EDN: UTHNTH

A.V. Klyachkin

Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

SOUND REFLECTION MATCHING FOR ELASTOMERIC COATING AND METAL STRUCTURES

Object and purpose of research. This paper studies the acoustic fields generated by a plane sound wave falling onto a compound (elastomeric coating + metal layer) structure in water. The purpose of the study was to explore possible variants of matching acoustic properties of the coating and the metal so as to minimize their total sound reflection.

Materials and methods. The study follows analytical methods exploring the interaction between acoustic and elastic waves. Elastomeric coating is regarded as a water-like medium with effective density and wave propagation speed.

Main results. The study yielded analytical expression for matching effective velocity offering zero reflection of sound. The effect of matching accuracy upon reflection properties was investigated by means of numerical calculations.

Conclusion. Impedance matching is a viable solution for minimization of sound reflection from a layered structure. However, the accuracy of this matching is sensitive to the changes of ambient factors.

Keywords: Helmholz equation, plane wave, acoustic impedance, reflection coefficient, elastomeric coating. *The author declares no conflicts of interest.*

Теоретическое исследование процесса распространения звуковой волны через перфорированный горизонтальный слой эластомерного гидроакустического покрытия является актуальной задачей. Это объясняется отсутствием экспериментальных данных для наклонного падения звука как для натурных измерений, так и для лабораторных измерений для широкого диапазона

Для цитирования: Клячкин А.В. Согласование по отражению звука эластомерного покрытия и металлических конструкций. Труды Крыловского государственного научного центра. 2024; 1(407): 124–129.

For citations: Klyachkin A.V. Sound reflection matching for elastomeric coating and metal structures. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2024; 1(407): 124–129 (in Russian).

углов падения. Кроме того, важен методологический аспект теоретических исследований, касающийся использования часто применяемых при анализе данной физической задачи тех или иных приближений.

Однако с практической точки зрения наиболее важным вопросом является минимизация отражения гидролокационного сигнала. Цель данной работы – поиск возможности согласования наружного эластомерного покрытия и металлических конструкций, в результате которого отраженный сигнал будет минимален.

Физическая и математическая постановка задачи

Physical and mathematical formulation of task

Рассмотрим возможность согласования покрытия и металлических конструкций в рамках наиболее простой физико-математической модели, сохраняющей, однако, основные особенности распространения падающей звуковой волны.

Бесконечный в горизонтальных направлениях (x, y) слой эластомера толщиной 2h $(z \in [-h, h])$ граничит снизу с нижним водным полупространством (z < -h), а сверху – с тонким стальным слоем толщиной 2h_{st}. Над тонким стальным слоем находится верхнее водное полупространство $(z \ge h + 2h_{st})$. Из нижнего водного полупространства на слой эластомера падает плоская звуковая волна под углами θ , ϕ (θ – угол между осью OZ и направлением распространения волны, ф – угол между проекцией на плоскость z = 0 вектора распространения волны и положительным направлением оси OX). Необходимо найти распределение акустического поля давления в верхнем и нижнем водных полупространствах, добиваясь при этом минимизации акустического поля давления в нижнем полупространстве.

Поскольку эластомерное покрытие имеет микронеоднородную периодическую структуру [1–4], то прошедшее акустическое поле давления в верхнем водном полупространстве и отраженное акустическое поле давления в нижнем водном полупространстве будут иметь квазипериодическую структуру в виде пространственных спектров [5–7]. Квазипериодичность означает, что в пространственных точках, отличающихся на период структуры, поле давления будет отличаться на постоянную величину, обусловленную набегом фазы на периоде структуры. Формально функциональный вид решения для поля давления в верхнем и нижнем водных полупространствах [8]:

$$-\sqrt{k_w^2 - (k_w \sin \theta \cos \varphi + mk_{xL})^2 - (k_w \sin \theta \sin \varphi + nk_{yL})^2} \times (z+h)]\}.$$
 (2)

В (1–2) использованы стандартные обозначения: $k_w = \omega/c_w$ – волновое число в воде, ω – частота, c_w – скорость звука в воде. Первое слагаемое в (2) описывает падающую звуковую плоскую волну с единичной амплитудой. Величины K_{mn}^{pass} и K_{mn}^{refl} – амплитуды пространственных спектров (с индексами *m*, *n*) в прошедшем и отраженном полях давления в верхнем и нижнем водных полупространствах. Величины $k_{xL} = (2\pi)/L_x$ и $k_{yL} = (2\pi)/L_y$ – волновые числа, соответствующие периодам структуры L_x , L_y по *x*, *y*.

Формальные решения (1-2) удовлетворяют уравнению Гельмгольца в воде, условиям излучения при $z \to \pm \infty$, уравнению решетки (условиям квазипериодичности). При этом пока амплитуды пространственных спектров остаются неизвестными, анализ решений (1-2) затруднен: поведение амплитуд спектров в зависимости от частоты и углов падения волны существенно зависит от особенностей построенной микронеоднородной структуры эластомера.

Однако имеется обстоятельство, позволяющее переформулировать исходную задачу: решения (1–2) описывают конечное число распространяющихся пространственных спектров (множество *m*, *n*, для которых величина под корнем в показателе экспоненты – положительна) и счетное, но бесконечное число экспоненциально затухающих пространственных спектров (множество *m*, *n*, для которых величина под корнем в показателе экспоненты – отрицательна). По терминологии, используемой в [7], имеются одноволновой режим (распространяется только один основной – нулевой (m = 0, n = 0) пространственный спектр; остальные экспоненциально затухают) и многоволновой режим (распространяются более одного пространственного спектра). Для используемой на практике эластомерной среды и рабочих частот до 10 кГц условия микронеоднородности $\lambda_w/L_x \ge 2$, $\lambda_w/L_y \ge 2$ означают работу покрытия в одноволновом режиме.

Таким образом, на расстоянии (удаление по z) порядка или больше длины волны λ_w в верхнем водном полупространстве имеем одну преломленную волну, а в нижнем водном полупространстве наряду с падающей волной имеем одну отраженную волну. Это обстоятельство позволяет использовать гипотезу приведения микронеоднородного слоя к однородному слою эластомера с эффективными характеристиками: плотностью р_{ef} и эффективной скоростью распространения колебаний внутри эластомера c_{ef} (несколькими или одной). Подобный подход в разных вариантах используется как в физике перфорированных эластомерных покрытий [1-4], так и в задачах физики прочности металлических конструкций с перфорацией или инородными включениями [9].

По сути приведение – это усреднение по масштабу микронеоднородности (т.е. по периодам структуры). Но т.к. микронеоднородная структура практически всегда вносит анизотропию и зависимость от частоты, будем предполагать, что эффективная скорость c_{ef} может зависеть как от угла θ, так и от частоты ω . Также предположим, что после усреднения по периодам структуры однородный эластомер с эффективными характеристиками удовлетворяет уравнению Гельмгольца. Это означает, что эластомер рассматривается как водоподобная среда, характеризующаяся эффективной плотностью ρ_{ef} и одной эффективной скоростью $c_{ef}(\omega, \theta)$.

Далее рассмотрим установившиеся во времени процессы, зависимость от времени, пропорциональная множителю $exp(-i\omega t)$, ниже опускается. Тогда волновые уравнения превращаются в уравнения Гельмгольца для фурье-гармоник акустических полей давления в частотной области, имеющие вид в нижнем и верхнем водных полупространствах:

$$(\Delta + k_w^2) P_{\rm H}(x, y, z, \omega) = 0;$$
 (3)

$$(\Delta + k_w^2) P_{\rm B}(x, y, z, \omega) = 0.$$
 (4)

Здесь, как обычно, ω – это частота, c_w – скорость звука в воде, $k_w = \omega/c_w$ – волновое число в воде,

 $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$ – лапласиан. Уравнение упругих колебаний эластомерного слоя, который мы предполагаем водоподобным, имеет вид:

$$(\Delta + k_{ef}^2)\vec{U} = 0.$$
 (5)

Здесь \vec{U} – вектор смещений эластомера, $k_{ef} = \omega/c_{ef}$ – эффективное волновое число; $c_{ef}(\omega, \theta)$ – эффективная скорость волн в эластомере, которая наряду с плотностью ρ_{ef} определяет его свойства.

В общем случае эффективная скорость волн является комплексной величиной, зависящей от частоты ω и угла падения волны θ . Для случая неперфорированного эластомера (отсутствует микронеоднородная структура среды) эффективная скорость с хорошей степенью точности равна продольной скорости в бесконечной среде, которая может быть выражена [6] через модуль Юнга (*E*) и коэффициент Пуассона (σ) или через коэффициенты Ламэ (λ , μ – модуль сдвига) в виде:

$$c_l = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}} = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}.$$
 (6)

По форме уравнение (5) совпадает с уравнением Гельмгольца, в котором роль скорости звука играет эффективная скорость колебаний. Уравнение упругих колебаний стального слоя, который на данном этапе предполагаем не тонким, имеет вид [6]:

$$c_{tst}^2 \Delta \vec{U}_{st} + (c_{lst}^2 - c_{tst}^2) \nabla div \vec{U}_{st} + \omega^2 \vec{U}_{st} = 0.$$
(7)

Здесь U_{st} – вектор смещений, c_{tst} , c_{tst} – соответственно продольная и поперечная скорости волн в стальном слое, которые наряду с плотностью ρ_{st} определяют его свойства. В общем случае продольная и поперечная скорости волн являются (за счет потерь) комплексными величинами, зависящими от частоты ω , и могут быть выражены [6] через модуль Юнга (E_{st}) и коэффициент Пуассона (σ_{st}) или через коэффициенты Ламэ (λ_{st} , μ_{st} – модуль сдвига) в виде:

$$c_{lst} = \sqrt{\frac{E_{st}(1 - \sigma_{st})}{\rho_{st}(1 + \sigma_{st})(1 - 2\sigma_{st})}}} = \sqrt{\frac{\lambda_{st} + 2\mu_{st}}{\rho_{st}}};$$

$$c_{tst} = \sqrt{\frac{E_{st}}{2\rho_{st}(1 + \sigma_{st})}} = \sqrt{\frac{\mu_{st}}{\rho_{st}}}.$$
(8)

Замыкают математическую постановку задачи граничные условия, которые требуют непрерывности нормальных скоростей и нормальных компонент напряжений и давлений и равенства нулю тангенциальных напряжений на границах с верхним и нижним водными полупространствами. Для упрощения дальнейшего анализа будем пренебрегать тангенциальными напряжениями на границе эластомера и стальной пластины (т.е. рассмотрение взаимодействия колебаний стального слоя и слоя эластомера остается в рамках теории четырехполюсников). Поэтому на границе стали и эластомера также потребуем непрерывности нормальных скоростей и нормальных компонент напряжений и равенства нулю тангенциальных напряжений. Цель дальнейшего анализа – минимизация амплитуды отраженной волны, т.е. нахождение условий, при которых амплитуда отраженной волны K_{refl} обратится в ноль.

Основные результаты

Main results

Выражения для падающей, прошедшей и суммы падающей и отраженной волн имеют вид:

 $P_{f}(x, y, z, \omega) =$ $= \exp[ik_{w}(x\sin\theta\cos\varphi + y\sin\theta\sin\varphi + (z+h)\cos\theta)]; (9)$ $P_{B}(x, y, z, \omega) = K_{pass} \exp[ik_{w}(x\sin\theta\cos\varphi +$ $+ y\sin\theta\sin\varphi + (z - (h+2h_{st}))\cos\theta)]; (10)$

 $P_{_{\rm H}}(x, y, z, \omega) =$

 $= \exp[ik_w(x\sin\theta\cos\varphi + y\sin\theta\sin\varphi + (z+h)\cos\theta)] +$

$$+K_{refl} \exp[ik_w(x\sin\theta\cos\varphi + y\sin\theta\sin\varphi -$$

$$-(z+h)\cos\theta)].$$
 (11)

Здесь θ , ϕ – углы падения волны. Коэффициенты прохождения (K_{pass} – амплитуда прошедшей волны) и отражения (K_{refl} – амплитуда отраженной волны) в решении (10–11) имеют вид:

$$K_{pass} = \frac{2Z_{w}(Z_{sym} - Z_{ass})}{\left[2Z_{w}(Z_{ass} + Z_{sym}) + Z_{ass}Z_{sym} + 4Z_{w}^{2} + \right]}; \quad (12)$$

$$K_{refl} = \frac{Z_{ass}Z_{sym} - 4Z_{w}^{2} + Z_{ass}^{st}(Z_{ass} + Z_{sym} - 4Z_{w})}{\left[2Z_{w}(Z_{ass} + Z_{sym}) + Z_{ass}Z_{sym} + 4Z_{w}^{2} + \right]}. \quad (13)$$

В выражения (12–13) наряду с импедансом водного полупространства $Z_w = \rho_w c_w / \cos\theta$ входят

импедансы симметричных (Z_{sym}) и антисимметричных (Z_{ass}) колебаний эластомерного слоя и импеданс антисимметричных колебаний стального слоя (Z_{ass}^{st}). В силу тонкости стального слоя (толщина стали – 8 мм) согласно [6] будем учитывать только антисимметричные колебания стали, пренебрегая ее симметричные колебания стали, пренебрегая ее симметричных колебаний стали для больших толщин слоя внесет коррективы в выражения (12–13), однако не приведет к невозможности согласования.

На рис. 1 (см. вклейку) показаны результаты расчета модуля коэффициента отражения от частоты для $\theta = 0^{\circ}$, 30°, 60°, когда стальной слой отсутствует ($2h_{st} = 0$). Параметры при расчетах: плотность и скорость звука в воде $\rho_w = 1000$ кг/м³, $c_w = 1500$ м/с. При расчетах плотность, эффективная скорость волн в эластомере и толщина слоя эластомера: $\rho_{ef} = 1100$ кг/м³, $c_{ef} = 1200$ м/с, 2h = 0,07 м.

Зависимость модуля коэффициента отражения от частоты для разных углов падения звуковой волны демонстрирует хорошо известную [6] картину смены резонансов и антирезонансов для водоподобного слоя без потерь.

При минимизации амплитуды отраженной волны (иначе говоря, согласовании эластомерного слоя в отсутствии стального слоя) в работе было получено выражение для эффективной скорости волн в слое:

$$c_{ef}(\theta) = \rho_w c_w (\rho_w^2 \sin^2 \theta + \rho_{ef}^2 \cos^2 \theta)^{-0.5}.$$
 (14)

При нормальном падении из (14) $c_{ef}(0) =$ = 1363,64. На рис. 2 (см. вклейку) показаны результаты расчета модуля коэффициента отражения от частоты для $\theta = 0^\circ$, 30°, 60°. Расчеты выполнены при прежних значениях параметров, но эффективная скорость волн вычислялась согласно (14).

Из графиков на рис. 2 видно, что согласование привело практически к отсутствию отражения от слоя эластомера. По сути, в результате расчетов имеем «машинный» ноль модуля коэффициента отражения от согласованного эластомерного слоя.

Добавим тонкий (8 мм) стальной слой между слоем эластомера и верхним водным полупространством. Выполнив численные расчеты с теми же параметрами эластомера $\rho_{ef} = 1100 \text{ кг/m}^3$, $c_{ef} = 1200 \text{ м/c}$, 2h = 0,07 м, получим зависимость модуля коэффициента отражения от частоты для $\theta = 0^\circ$, 30° , 60° , изображенную на рис. 3 (см. вклейку). При минимизации амплитуды отраженной волны (иначе говоря, согласовании эластомера при наличии стальной пластины) в работе получено выражение для эффективной скорости волн в слое:

$$c_{ef}(\omega,\theta) = 2\omega h \left(\frac{2\omega h}{c_w}\sin^2\theta + z_{mat}^2(\theta,\omega)\right)^{-0.5}.$$
 (15)

В выражении (15) комплексная функция $z_{mat}(\theta, \omega)$ определяется как корень трансцендентно-го уравнения:

$$\beta_2 z_{mat}^2 + \beta_0 + z_{mat} \operatorname{ctg} z_{mat} = 0.$$
 (16)

В уравнении (16) коэффициенты β_2 и β_0 зависят как от частоты ω и угла падения θ , так и от других параметров задачи. В результате выполненных в работе численных расчетов получены частотные зависимости действительной и мнимой части согласующей эффективной скорости эластомера для трех значений угла падения волны ($\theta = 0^\circ$, 30° , 60°), показанные на рис. 4 (см. вклейку).

Для проверки согласования выполнены расчеты коэффициента отражения по формуле (13), где в качестве согласующей эффективной скорости (рис. 4) использовалась $c_{ef}(\omega, \theta)$, определяемая выражениями (15–16). Результаты расчетов модуля коэффициента отражения от согласованного эластомерного слоя (при наличии тонкого слоя стали) от частоты для разных углов падения звуковой волны показаны на рис. 5 (см. вклейку).

Видно, что согласующая эффективная скорость приводит к практически полному отсутствию отраженной волны. В результате расчетов имеем «машинный» ноль модуля коэффициента отражения от согласованного эластомерного слоя (при наличии слоя стали). При этом вариабельность согласующей эффективной скорости в зависимости от частоты и угла падения волны является очень высокой. Этот факт хорошо виден на графиках рис. 4. Выполненные численные расчеты для наиболее важного случая нормального падения ($\theta = 0$) звуковой волны на систему «вода – эластомер – стальная пластина – вода» дали значения согласующей эффективной скорости волн: c_{ef} = 1013.7-i13.24 для частоты 100 Гц; c_{ef} = 1035.91-i129.54 для частоты 1000 Гц; *c*_{ef} = 2230.88-i464.61 для частоты 10000 Гц.

Отрицательная мнимая часть, появившаяся у эффективной скорости при согласовании импедансов, означает необходимость потерь (поглощения) в эластомере, сильно растущих с увеличением частоты (от 1,3 % при 100 Гц до 20,8 % при 10 000 Гц). Существенно также, что для согласования эластомер с ростом частоты должен становиться более жестким: при 100 Гц он в 1,5 раза мягче воды, а при 10 000 Гц – должен быть в 1,5 раза жестче воды.

Для практических целей важным является анализ чувствительности согласования по отношению к внешним факторам (робастность). Поэтому выполнен численный расчет модуля коэффициента отражения от частично согласованного эластомерного слоя (при наличии тонкого слоя стали) от частоты для разных углов падения. Термин «частично согласованный слой» означает, что в расчетах использовались значения эффективной скорости $c_{>} = 1,1c_{ef}(\omega, \theta), c_{>} = 1,01c_{ef}(\omega, \theta)$ и $c_{<} = 0,99c_{ef}(\omega, \theta),$ $c_{<} = 0,9c_{ef}(\omega, \theta)$, большие и меньшие значений согласующей эффективной скорости $c_{ef}(\omega, \theta)$, определяемой выражениями (15–16). Результаты расчетов показаны на рис. 6 (см. вклейку).

На всех графиках синим цветом (цифра *I*) и зеленым цветом (цифра 2) показаны результаты расчетов для меньшей $c_{<} = 0.9c_{ef}(\omega, \theta)$ и большей $c_{>} = 1.1c_{ef}(\omega, \theta)$ эффективной скоростей, отличающихся от согласующей эффективной скорости на 10%. Результаты расчета при рассогласовании по скорости в 1% для $c_{<} = 0.99c_{ef}(\omega, \theta)$ и $c_{>} = 1.01c_{ef}(\omega, \theta)$ показаны на всех графиках соответственно красным (цифра 3) и оливковым цветами (цифра 4).

Из графиков, изображенных на рис. 6, видно, что согласование обладает высокой чувствительностью к изменению внешних факторов: 10 % изменение значений эффективной скорости в большую или меньшую стороны («рукав») приводит к уже не очень низким значениям модуля коэффициента отражения – особенно с увеличением частоты и угла падения. В то же время при 1 % рассогласовании по эффективной согласующей скорости модуль коэффициента отражения в широком интервале изменений по частоте и углу падения остается действительно малым (<0,02).

Вывод

Conclusion

Резюме выполненной работы: минимизация коэффициента отражения для слоистой среды путем согласования импедансов возможна. Однако она будет разной для разных слоистых структур. Так, для эластомера без стальной пластины согласующая эффективная скорость (14) не зависит от частоты, хотя зависит от угла падения; при добавлении в систему стальной пластины согласующая эффективная скорость (15–16) будет зависеть как от угла падения, так и от частоты, изменяясь при этом в достаточно широких пределах. Дополнительная техническая сложность – высокая чувствительность согласования к изменениям внешних факторов.

Тем не менее согласующая эффективная скорость может, на наш взгляд, рассматриваться как своего рода целевая функция, весьма полезная при синтезировании микронеоднородной структуры эластомера, работающего в одноволновом режиме, когда все побочные пространственные спектры (кроме основного – нулевого) являются неоднородными и быстро затухающими в пространстве.

Список использованной литературы

- 1. *Тютекин В.В.* Распространение упругих волн в среде с цилиндрическими каналами // Акустический журнал. 1956. Т. 2, вып. 3. С. 291–301.
- Глазанов В.Е., Михайлов А.В. Экранирование гидроакустических преобразователей. Санкт-Петербург: Элмор, 2004. 256 с.
- Ионов А.В. Аналитические методы оценки акустической эффективности слоистых структур. Санкт-Петербург: ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 2009. 244 с.
- Чижов В.Ю., Шляпочников С.А. Волны деформаций в искусственных эластомерных средах. Санкт-Петербург: ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 2007. 144 с.
- 5. *Бриллюэн Л.*, *Пароди М.* Распространение волн в периодических структурах. Москва : Изд-во иностр. лит., 1959. 457 с.
- 6. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. Ленинград : Судостроение, 1972. 352 с.
- Дифракция волн на решетках / В.П. Шестопалов, Л.Н. Литвиненко, С.А. Масалов, В.Г. Сологуб. Харьков : Изд-во Харьковского ун-та, 1973. 288 с.
- Клячкин А.В. Распространение звука через периодически неоднородный горизонтальный слой // Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики : труды XIV Всероссийской конференции. Санкт-Петербург : ЛЕМА, 2018. С. 534–536.
- Григолюк Э.И., Фильштинский А.А. Периодические кусочно-однородные структуры. Москва: Наука, 1992. 288 с.

References

- Tyutekin V. Propagation of elastic waves in medium with cylindrical channels // Akusticheskij Zhurnal. 1956. Vol. 2, No. 3. P. 291–301 (*in Russian*).
- 2. *Glazanov V., Mikhailov A.* Shielding of sonar transducers. St. Petersburg : Elmor, 2004. 256 p. (*in Russian*).
- 3. *Ionov A*. Analytical assessment methods for acoustic efficiency of layered structures. St. Petersburg : Krylov Central Research Institute, 2009. 244 p. (*in Russian*).
- 4. *Chizhov V., Shlyapochnikov S.* Straining waves in artificial elastomeric media. St. Petersburg : Krylov Central Research Institute, 2007, 144 p. (*in Russian*).
- Brillouin L., Parodi M. Propagation des ondes dans les milieux périodiques (*Russian translation*). Moscow : Publishing House of Foreign Literature, 1959. 457 p.
- 6. *Shenderov Ye.* Wave problems in hydroacoustics. Leningrad : Sudostroyeniye, 1972. 352 p. (*in Russian*).
- Wave diffraction on grids / V. Shestopalov, L. Litvinenko, S. Masalov, V. Sologub. Kharkov : Publishing House of Kharkov University, 1973. 288 p. (in Russian).
- Klyachkin A. Sound propagation through periodically non-uniform horizontal layer // Applied Technologies in Hydroacoustics and Hydrophysics. Compendium of papers, 14th All-Russian Conference. St. Petersburg : LEMA, 2018. P. 534–536 (*in Russian*).
- 9. Grigolyuk E., Filshtinsky A. Periodical piecewiseuniform structures. Moscow : Nauka, 1992. 288 p. (*in Russian*).

Сведения об авторе

Клячкин Александр Владимирович, к.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник 62 лаборатории ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 415-46-61. Е-mail: A.V.Klyachkin@mail.ru.

About the author

Alexandr V. Klyachkin, Cand. Sci. (Eng.), Lead Researcher, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 415-46-61. E-mail: A.V.Klyachkin@mail.ru.

> Поступила / Received: 21.12.23 Принята в печать / Ассерted: 04.03.24 © Зенченко С.С., 2024



Рис. 1. Зависимость модуля коэффициента отражения от частоты для разных углов падения звуковой волны (θ = 0° – нормальное падение (синий график, 1), θ = 30° (красный график, 2), θ = 60° (зеленый график, 3))

Fig. 1. Reflection coefficient modulus as function of frequency for different incidence angles of acoustic waves $(\theta = 0^{\circ} - \text{normal incidence (blue curve, 1)}, \theta = 30^{\circ} (\text{red curve, 2}), \theta = 60^{\circ} (\text{green curve, 3}))$



Рис. 2. Зависимость модуля коэффициента отражения от согласованного эластомерного слоя от частоты для разных углов падения звуковой волны (θ = 0° – нормальное падение (синий график, 1), θ = 30° (красный график, 2), θ = 60° (зеленый график, 3))

Fig. 2. Reflection coefficient modulus of matched elastomeric layer as function of frequency for different incidence angles of acoustic waves ($\theta = 0^{\circ}$ – normal incidence (blue curve, 1), $\theta = 30^{\circ}$ (red curve, 2), $\theta = 60^{\circ}$ (green curve, 3))

Рис. 3. Зависимость модуля коэффициента отражения (при наличии тонкого стального слоя, согласование отсутствует) от частоты для разных углов падения звуковой волны (θ = 0° – нормальное падение (синий график, 1), θ = 30° (красный график, 2), θ = 60° (зеленый график, 3))

Fig. 3. Reflection coefficient modulus of thin steel layer (no matching) as function of frequency for different incidence angles of acoustic waves ($\theta = 0^{\circ}$ – normal incidence (blue curve, 1), $\theta = 30^{\circ}$ (red curve, 2), $\theta = 60^{\circ}$ (green curve, 3))





 Рис. 4. Зависимость вещественной и мнимой части согласующей эффективной скорости (при наличии тонкого стального слоя) от частоты для разных углов падения звуковой волны (θ = 0° – нормальное падение (синий график, 1), θ = 30° (красный график, 2), θ = 60° (зеленый график, 3))
 Fig. 4. Real and imaginary components of effective matching velocity (with thin steel layer) as function of frequency for different

Fig. 4. Real and imaginary components of effective matching velocity (with thin steel layer) as function of frequency for different incidence angles of acoustic waves ($\theta = 0^\circ$ – normal incidence (blue curve, 1), $\theta = 30^\circ$ (red curve, 2), $\theta = 60^\circ$ (green curve, 3))



Рис. 5. Зависимость модуля коэффициента отражения от согласованного эластомерного слоя (при наличии тонкого слоя стали) от частоты для разных углов падения звуковой волны ($\theta = 0^{\circ}$ – нормальное падение (синий график, 1), $\theta = 30^{\circ}$ (красный график, 2), $\theta = 60^{\circ}$ (зеленый график, 3))

Fig. 5. Reflection coefficient modulus of matched elastomeric layer (atop thin steel layer) as function of frequency for different incidence angles of acoustic waves $(\theta = 0^{\circ} - \text{normal incidence (blue curve, 1)}, \theta = 30^{\circ} (\text{red curve, 2}), \theta = 60^{\circ} (\text{green curve, 3}))$



Рис. 6. Зависимость модуля коэффициента отражения от «частично» согласованного эластомерного слоя (при наличии тонкого слоя стали) от частоты для разных углов падения звуковой волны: *a*) θ = 0° – нормальное падение; *б*) θ = 30°; *в*) θ = 60°

Fig. 6. Reflection coefficient modulus of "partially" matched elastomeric layer (atop thin steel layer) as function of frequency for different incidence angles of acoustic waves ($\theta = 0^\circ$ – normal incidence (blue curve, 1), $\theta = 30^\circ$ (red curve, 2), $\theta = 60^\circ$ (green curve, 3))