УДК 532.12+629.5.035.5:678.067
EDN: ELWQML

Я.М. Любомиров, Б.А. Ярцев
ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

МЕТОД ГИДРОУПРУГОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ЛОПАСТНЫХ СИСТЕМ

Объект и цель научной работы. Объектом исследования являются судовые движители, состоящие из изотропной металлической ступицы и анизотропных композитных лопастей. Композитные лопасти могут быть как квазиоднородными, так и неоднородными по толщине. Цель – разработка метода гидроупругого моделирования композитных лопастных систем.

Материалы и методы. При постановке рассматриваемой в работе задачи взаимодействия «жидкость – конструкция» использовались методы и положения теории упругости, теории вязкоупругости, механики композитов, механики слоистых конструкций, гидродинамики, методы и средства вычислительной механики сплошных сред как основного аппарата математического моделирования.

Основные результаты. Предложен интерактивный метод математического моделирования параметров динамического отклика взаимодействующих с водной средой деформируемых композитных лопастных систем судовых движителей, основанный на использовании различных стратегий численного решения связанных задач гидроупругости.

Заключение. В продолжении статьи будут приведены оценки сходимости и достоверности разработанного метода, а также обсуждены результаты его апробации.

Ключевые слова: углепластик, вязкоупругий материал, рабочее колесо, лопасть, судовой движитель.
Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

UDC 532.12+629.5.035.5:678.067
EDN: ELWQML

Ya.M. Lyubomirov, B.A. Yartsev
Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

HYDROELASTIC MODELING METHOD FOR COMPOSITE BLADE SYSTEMS

Object and purpose of research. The object of this study is ship propellers consisting of an isotropic metal hub and anisotropic composite blades. Composite blades can be either quasi-homogeneous or non-homogeneous in thickness. The purpose is to develop a method for hydroelastic modeling of composite blade systems.

Materials and methods. The fluid-structure interaction problem was formulated using the methods and concepts of the elasticity theory, viscoelasticity theory, composite mechanics, laminated structure mechanics, and hydrodynamics theories as well as the methods and techniques of computational continuum mechanics as the main mathematical modeling tools.

Main results. An interactive method is suggested for mathematical modeling of dynamic response parameters of ship propeller's composite blade systems deformed during interaction with water environment, which is based on using different numerical solution strategies for solving related hydroelastic problems.

Conclusion. Further to this paper we give convergence and credibility assessments for the method developed as well as discuss the results of its validation.

Keywords: CFRP, viscoelastic material, impeller, blade, ship propeller.
The authors declare no conflicts of interest.

Для цитирования: Любомиров Я.М., Ярцев Б.А. Метод гидроупругого моделирования композитных лопастных систем. Труды Крыловского государственного научного центра. 2025; 3(413): 37–46.

For citations: Lyubomirov Ya.M., Yartsev B.A. Hydroelastic modeling method for composite blade systems. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2025; 3(413): 37–46 (in Russian).

Введение

Introduction

Одним из аспектов совершенствования эксплуатационных характеристик судовых движителей является снижение уровней их вибрации. В результате высокой степени гидродинамической отработки формы лопастей современных движителей традиционные методы снижения уровней вибрации гребных винтов практически себя исчерпали. Поэтому приоритетными направлениями по дальнейшему снижению уровней вибрации являются поиск новых материалов и разработка специальных конструкций лопастей и элементов движителя.

К перспективным материалам относятся полимерные композиты, прежде всего углепластик. Высокая анизотропия физико-механических свойств однонаправленного углепластика позволяет создавать композитные конструкции, характеризующиеся рядом неклассических эффектов. Из множества эффектов следует выделить связь изгиба с кручением, возникающую при деформировании моноклинных композитных структур [1, 2]. Возможность управления уровнем изгибно-крутильной связанности композитных конструкций позволяет создавать моноклинные лопастные системы, адаптирующиеся к переменным условиям нагружения набегающим неоднородным потоком жидкости. Использование адаптивных лопастей влечет за собой снижение уровней вибрации, повышение КПД и уменьшение износа движителя на нерасчетных режимах движения [3–6].

Параметры динамического отклика композитных лопастных систем зависят от уровня сопротивления внешней среды. Поэтому реализация преимуществ композитных лопастей предполагает отказ от классической методологии, основанной на гипотезе бесконечной жесткости элементов лопастной системы. Более адекватная методология должна учитывать динамическое взаимодействие упругих лопастей конечной жесткости с набегающим потоком жидкости.

1. Основные подходы к описанию гидроупругого взаимодействия

1. Main approaches to description of hydroelastic interaction

Выбор подхода к описанию гидроупругого взаимодействия и применяемая терминология в значительной степени определяются решаемой задачей. Поэтому остановимся на классификации и сферах применения стратегий гидроупругого взаимодействия применительно к судовым движителям [7].

Можно выделить два основных подхода к описанию степени связанности в гидроупругом взаимодействии системы «жидкость – конструкция» – это слабая и сильная связанности. Независимо от степени связанности всегда подразумевается наличие обратной связи [7].

В случае слабо связанной задачи в пределах временного шага решения вычисленное поле давления жидкости на поверхности конструкции считается неизменным. При этом распределении давления находится новое деформированное состояние конструкции, определяющее новые границы расчетной области потока жидкости для следующего временного шага.

В случае сильно связанной задачи на каждом временном шаге решения выполняется итерационная процедура корректировки полей давления жидкости и порождаемых ими деформированных состояний конструкции до удовлетворения условиям сходимости.

Стратегия решения связанных задач может быть параллельной или монолитной.

Параллельная стратегия основана на раздельном решении двух систем уравнений, описывающих движение жидкости и упругой конструкции. Она предполагает использование специального модуля, обеспечивающего совместность двух независимых вычислительных приложений. При использовании этой стратегии трудно доказать сходимость и единственность решения, т.к. область потока жидкости и область конструкции моделируются с использованием различных численных методов в рамках одной связанной задачи.

Монолитная стратегия сильно связанной задачи взаимодействия осуществляется путем совместного решения связанной системы уравнений движения жидкости и упругой конструкции. Вычислительный процесс, выполняемый в одном приложении, требует согласованности дискретизации расчетных областей жидкости и упругой конструкции при численном моделировании, что приводит к увеличению времени вычислений. Кроме того, в этой стратегии затруднен учет гидродинамических течений.

Гидроупругое моделирование судового движителя с композитными лопастями носит междисциплинарный многопараметрический характер и включает в себя ряд решаемых задач. Последова-

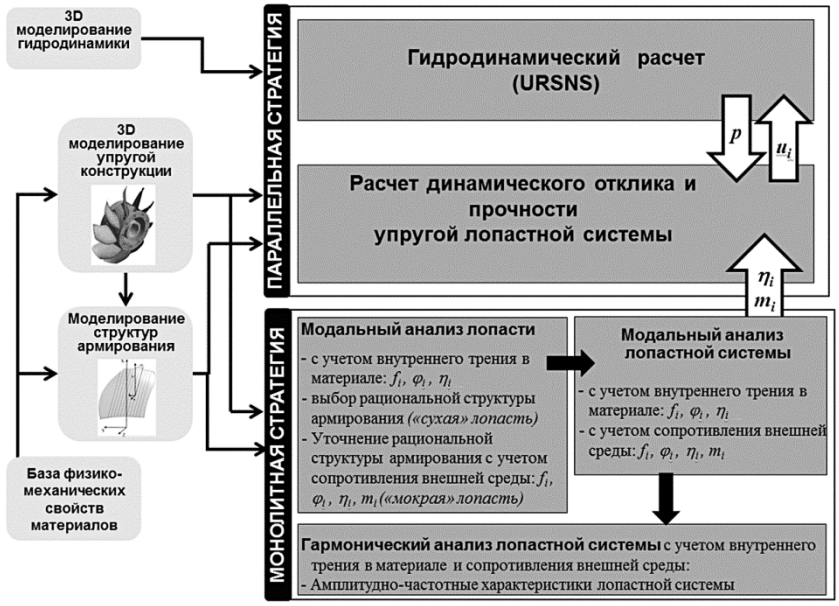

Рис. 1. Блок-схема интерактивного метода взаимодействия задач в процессе гидроупругого моделирования судового движителя с композитными лопастями

Fig. 1. Flowchart of interactive method in addressing interaction of problems during hydroelastic modeling of a ship propeller with composite blades

тельность решения этих задач зависит от значений параметров, которые необходимо определить в процессе моделирования. На основании вышесказанного разработан интерактивный метод гидроупругого моделирования судового движителя с композитными лопастями, который представлен в виде укрупненной блок-схемы на рис. 1.

В рамках предложенного интерактивного метода разработчик систематически взаимодействует с системой приложений, ориентированных на решение определенных классов задач. Эти приложения как инструменты моделирования используют монолитную или параллельную стратегии решения задач взаимодействия «жидкость – конструкция». Например, на этапе выбора рациональных составов и структур армирования для прогнозирования параметров динамического отклика погруженной в воду диссипативной слоистой композитной конструкции применяется монолитная стратегия. Разработчик оценивает полученные результаты на их соответствие предъявляемым требованиям и использует полученные данные в параллельной стратегии решения гидроупругой задачи о расчете конструкции, находящейся в нестационарном потоке вязкой несжимаемой жидкости.

Программная реализация расчета параметров взаимодействия «жидкость – конструкция» в рамках представленного интерактивного метода в данном исследовании осуществляется на основе использования модулей пакета программного комплекса ANSYS.

2. Уравнения движения упругого тела

2. Equation of elastic body motion

Рассматривается линейно упругое тело, занимающее область Ω_S с границей Г в трехмерном пространстве R^3, связанное с некоторой неподвижной декартовой системой координат x_k ($k = 1, 2, 3$). Приложение переменного во времени t силового или температурного воздействия сопровождается изменением расстояний между отдельными точками упругого тела, определяемым вектором перемещений $u_i = u_i(x_k, t)$ ($i = 1, 2, 3$). Предполагается, что перемещения и их градиенты малы: $|u_i| << 1$, $|u_{i,j}| << 1$. Поэтому деформированное состояние в каждой точке упругого твердого тела определяется тензором малых деформаций с составляющими

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right).$$

Тензор напряжений σ_{ij} связан с тензором деформаций ε_{ij} законом Гука

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\,\varepsilon_{kl},$$

где C_{ijkl} – тензор упругих постоянных.

Уравнения движения однородного упругого анизотропного тела записываются в виде

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = \rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (i = 1, 2, 3), \qquad (1)$$

где F_i – плотность объемных сил; ρ – массовая плотность среды.

Граничные условия могут иметь смешанный характер, когда на одной части поверхности тела Γ_S заданы внешние поверхностные силы

$$\sigma_{ij}n_j = f_i,\ x_k \in \Gamma_S, \tag{2}$$

а на другой части поверхности Γ_{S_0} заданы перемещения

$$u_i = \overline{u}_i,\ \ x_k \in \Gamma_{S_0}, \tag{3}$$

где f_i – плотность поверхностных сил; n_j – составляющие единичной внешней нормали к поверхности тела.

Для полной постановки задачи динамической теории упругости приведенные выше уравнения следует дополнить начальными условиями:

$$u_i(x_k, 0) = \overline{u}_i(0),\ \ \dot{u}_i(x_k, 0) = \dot{\overline{u}}_i(0), \tag{4}$$

где $\overline{u}_i(0)$ и $\dot{\overline{u}}_i(0)$ – заданные функции пространственных переменных.

3. Моделирование диссипативных характеристик композита

3. Modeling of composite dissipative characteristics

Известно, что конструкционные композиты (стеклопластик, углепластик и др.) характеризуются низкими значениями диссипативных характеристик. Повышение диссипативных характеристик композитных конструкций происходит за счет создания неоднородных по толщине слоистых структур, в состав которых интегрирован слой вязкоупругого материала [8].

Существуют два основных способа повышения пассивного демпфирования композитных структур за счет введения в их состав слоев вязкоупругих материалов.

Первый способ состоит в нанесении на одну из наружных поверхностей композитной структуры слоя «жесткого» изотропного вязкоупругого материала [9, 10]. Диссипативные свойства слоистой структуры в основном определяются рассеянием составляющих потенциальной энергии деформации, порождаемых нормальными напряжениями и деформациями в «жестком» вязкоупругом материале.

Второй способ предполагает создание структур, в которых силовые слои конструкционных композитов перемежаются слоями «мягких» изотропных вязкоупругих материалов [10, 11]. В этом случае рассеяние энергии колебаний слоистой структуры в целом определяется рассеянием составляющих потенциальной энергии деформации, порождаемых сдвиговыми напряжениями и деформациями в слоях вязкоупругих материалов. Поэтому при моделировании напряженно-деформированного состояния «мягких» слоев, как правило, учитывают только обжатие и межслойный сдвиг.

В отличие от армированных слоев композита, температурно-частотная зависимость упруго-диссипативных свойств которых пренебрежимо мала, упруго-диссипативные свойства как «жестких», так и «мягких» вязкоупругих изотропных материалов существенно зависят от частоты колебаний f и температуры окружающей среды T [9–11]. Использование метода температурно-частотной суперпозиции позволяет разделить температурно-частотную связанность упруго-диссипативных свойств за счет введения функции температурного смещения $\alpha_T = \alpha_T(T)$. При построении аппроксимирующих зависимостей модуль накопления $\mathrm{Re}E(f_R)$ и коэффициент механических потерь $\eta(f_R)$ рассматриваются только как функции приведенной частоты $f_R = \alpha_T(T)f$. В качестве аппроксимирующих функций могут использоваться полиномиальные зависимости [12]:

$$\lg\left(\mathrm{Re}\,E(f_R)\right) = \sum_{m=0}^{N} p_m (\lg f_R)^{(N-m)},$$

$$\lg \eta(f_R) = \sum_{m=0}^{N} q_m (\lg f_R)^{(N-m)},$$

получаемые в результате аппроксимации экспериментальных данных.

Оценка диссипативных свойств неоднородной по толщине композитной структуры может быть получена путем исследования ее собственных затухающих колебаний, т.е. сведения к алгебраической проблеме собственных значений

$$(\mathbf{K} - \omega^2\,\mathbf{M})\,\mathbf{u} = 0, \tag{5}$$

где $\mathbf{K}$ – матрица жесткости, $\mathbf{M}$ – матрица масс, $\mathbf{u}$ – собственный вектор, ω – собственная частота.

Необходимым условием существования нетривиальных решений однородной системы уравнений (5) является равенство нулю ее определителя, т.е.

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2\,\mathbf{M}) = 0. \tag{6}$$

Это и есть уравнение для определения собственных частот колебаний.

В настоящей работе исследования выполнялись для изотермических условий (T = const) в предположении идеальной упругости материала силовых слоев и учете температурно-частотной зависимости упруго-диссипативных свойств изотропного вязкоупругого материала. Обоснованность использования гипотезы об идеальной упругости материалов силовых слоев (стеклопластик, углепластик и др.) подтверждается пренебрежимо малыми величинами их диссипативных характеристик по сравнению с величинами аналогичных характеристик вязкоупругих изотропных материалов.

При отсутствии температурно-частотной зависимости упруго-диссипативных свойств компонуемых в неоднородную по толщине структуру разнородных слоев вязкоупругих материалов матрица жесткости **K** не зависит от частоты ω и вычисляется один раз, как и матрица **M**, а затем они используются многократно. В противном случае с изменением частоты все элементы матрицы **K** необходимо вычислять заново, что резко увеличивает время вычислений описанным выше способом.

Для преодоления этого затруднения задается некоторый начальный диапазон [ω_{start}, ω_{finish}], содержащий искомую частоту. Затем вычисляются упруго-диссипативные свойства вязкоупругих слоев при некоторой фиксированной частоте из этого диапазона, например, для $\omega = (\omega_{start}, \omega_{finish})/2$, после чего решается уравнение (6) с вычисленными «постоянными» матрицами **K**, **M**. Далее берется некоторая небольшая окрестность полученной частоты и повторяется только что описанная процедура до тех пор, пока не будет достигнута желаемая точность. Как правило, достаточно 3–4 шагов таких итераций.

4. Уравнения турбулентного течения

4. Equation of turbulent flow

Наиболее распространенной формой движения сплошной жидкой/газообразной среды являются турбулентные течения. Турбулентные течения – это случайный процесс с широким спектром временных и пространственных масштабов пульсаций всех характеристик потока.

Характеристики турбулентного течения рассматриваются в виде суммы средней и пульсационной составляющих потока $\phi = \overline{\phi} + \phi'$. Для несжимаемой жидкости, применяя процедуру осреднения, справедливо равенство

$$\overline{\phi} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t}^{t+\Delta t} \phi(t)\,dt,$$

где Δt – конечный период осреднения.

Величина Δt достаточно велика по сравнению с временными масштабами всех турбулентных неоднородностей в рассматриваемом течении, но достаточно мала по сравнению с характерным временным масштабом, связанным с крупномасштабной нестационарностью. Такая крупномасштабная нестационарность может быть обусловлена меняющимся во времени внешним воздействием (например, движение гребного винта в неоднородном потоке за корпусом корабля или автоколебания крыла). Тогда моделирование несжимаемого турбулентного течения может быть выполнено в рамках решения нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса (URANS):

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0,$$
$$\rho\frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho\overline{\tau}_{ij}\right), \quad (7)$$

где ρ = const – плотность несжимаемой жидкости; p – статическое давление; $U_i = U_i(x_k, t)$, $U'_i = U'_i(x_k, t)$ – средние и пульсационные составляющие вектора скорости в неподвижной декартовой системе координат x_k (k = 1, 2, 3); $\overline{\tau}_{ij}$ – составляющие тензора турбулентных напряжений Рейнольдса, отражающие влияние турбулентности на осредненный поток.

Замыкание системы уравнений (7), включающей уравнения неразрывности и уравнения движения, выполняется с помощью модели турбулентности, основанной на гипотезе Буссинеска. Для несжимаемой ньютоновской «турбулентной жидкости» эта модель предлагает линейную связь между тензором рейнольдсовых напряжений и тензором скоростей деформаций S_{ij}:

$$-\overline{\tau}_{ij} = \nu_T\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}k\delta_{ij} = 2\nu_T \cdot S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij}, \quad (8)$$

где ν_T – кинематический коэффициент турбулентной вязкости; $k = \overline{U'_i U'_i}/2$ – кинетическая энергия турбулентности.

Подстановка (8) в (7) приводит уравнения Рейнольдса к виду:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0,$$
$$\rho\frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\mu+\mu_T)\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right), \quad (9)$$

где μ, μ_T – коэффициенты динамической молекулярной и турбулентной вязкости.

Граничные условия «прилипания» потока на стенке:

$$U_i = 0. \quad (10)$$

Для замыкания постановки задачи уравнения (9) следует дополнить начальными условиями:

$$U_i(x_k, 0) = \tilde{U}_i(0),\ \mu_T(x_k, 0) = T(0), \quad (11)$$

где $\tilde{U}_i(0)$ и $T(0)$ – заданные функции пространственных переменных.

5. Модель турбулентности

5. Model of turbulence

В инженерных расчетах решение системы уравнений (9) достигается с помощью моделей турбулентности, использующих два уравнения переноса турбулентных характеристик. Среди них хорошо себя зарекомендовала SST-модель Ментера [13]. Эта модель обеспечивает хорошее соответствие результатов расчета и эксперимента как вдали от твердых стенок, так и в пристеночной области за счет объединения k-ε и k-ω моделей (k – кинетическая энергия турбулентности, ε – скорость ее диссипации, $\omega = \varepsilon/k$ – удельная диссипация) путем использования специально сконструированной для этого эмпирической функции.

Уравнения SST-модели имеют вид:

$$\rho\frac{\partial k}{\partial t} + \rho\frac{\partial kU_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\mu+\mu_T\sigma_k)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right) + \rho P_k - \beta^*\rho\omega k,$$
$$\rho\frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho\frac{\partial \omega U_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\mu+\mu_T\sigma_k)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right) + \quad (12)$$
$$+\gamma\frac{\rho}{\mu_T}P_k - \beta\rho\omega^2 + (1-F_1)D_{k\omega},$$

где

$$P_k = \min(\mu_t S^2, 20\beta^*\rho k\omega),\quad S^2 = 2S_{ij}S_{ij},$$

$$D_{k\omega} = \frac{2\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j},$$

$$\mu_T = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1\omega, \Omega F_2)}. \quad (13)$$

Ограничение (13) позволяет избежать характерного для k-ε модели затягивания отрыва, а эмпирическая функция F_2 определяется соотношением

$$F_2 = \mathrm{th}(\arg_2^2),\ \arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0{,}09\omega d_w}, \frac{500\mu}{\rho d_w^2\omega}\right),$$

где d_w – расстояние от рассматриваемой точки до ближайшей точки твердой поверхности.

Эмпирические постоянные модели определяются равенствами

$$\sigma_k = F_1\,\sigma_{k1} + (1-F_1)\,\sigma_{k2},$$
$$\sigma_\omega = F_1\,\sigma_{\omega 1} + (1-F_1)\,\sigma_{\omega 2}, \quad (14)$$
$$\beta = F_1\,\beta_1 + (1-F_1)\,\beta_2,$$

где

$$F_1 = \mathrm{th}(\arg_1^4),$$
$$\arg_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0{,}09\omega d_w}, \frac{500\mu}{\rho d_w^2\omega}\right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{D_\omega^+ d_w^2}\right]. \quad (15)$$

Здесь $D_\omega^+ = \max(D_{k\omega}, 10^{-10})$.

Индексы «1» и «2» в (14)–(15) относятся к константам k-ε и k-ω моделей.

$$\beta^* = 0{,}09,\ \alpha_1 = 0{,}31,\ k = 0{,}41,\ \beta_1 = 0{,}075,$$
$$\beta_2 = 0{,}0828,$$
$$\sigma_{k1} = 0{,}85,\ \sigma_{k2} = 1{,}0,\ \sigma_{\omega 1} = 0{,}5,\ \sigma_{\omega 2} = 0{,}856,$$
$$\gamma = \frac{\beta}{\beta^*} - \frac{\sigma_\omega k^2}{\sqrt{\beta^*}}.$$

Следует отметить, что SST-модель хорошо зарекомендовала себя в расчетах течений с небольшой зоной отрыва. Уравнения (9) совместно с SST-моделью турбулентности (12) могут быть решены с помощью программного комплекса ANSYS Fluent с учетом влияния вращения системы на турбулентное течение около гребного винта [14].

6. Уравнения гидроупругого взаимодействия

6. Equation of hydroelastic interaction

Существование двух стратегий решения задач взаимодействия «жидкость – конструкция» (монолитной и параллельной) предполагает некоторые различия в механизмах реализации граничных условий на контактной поверхности взаимодействия жидкости и упругой конструкции. Поэтому рассмотрим общую постановку связанной задачи (рис. 2).

Пусть Ω_S – область, занимаемая конструкцией с границей раздела «жидкость – конструкция» $\Gamma = \Gamma_{S_0} \cup \Gamma_S$, где Γ_S – часть границы, на которой заданы поверхностные силы, Γ_{S_0} – часть границы, на которой заданы перемещения, $\mathbf{n}_S$ – внешняя нормаль к Γ_S, $\mathbf{n}_F$ – внутренняя нормаль к Γ, $\mathbf{u}$ – вектор перемещений конструкции, ρ_S – плотность материала конструкции.

Область Ω_S находится внутри заполненной жидкостью области Ω_F с границами $\Gamma_1 = \Gamma_{F_o} \cup \Gamma_{F_S} \cup \Gamma_F$, где Γ_F, Γ_{F_S} – части границы, на которых приложены нормальные градиенты давления; Γ_{Fo} – граница, на которой приложено давление, а $\Gamma = \Gamma_F + \Gamma_{F_S}$ – граница раздела «жидкость – конструкция»; $\mathbf{n}_F$ – внешняя нормаль к Ω_F и к Γ; p – давление жидкости, а ρ_F – плотность жидкости; $\mathbf{u}_F$ – вектор перемещений частиц жидкости.

В параллельной стратегии гидроупругого моделирования системы уравнений гидродинамики (9) и динамической теории упругости (1) решаются раздельно путем использования специализированных параллельно работающих приложений CSD и CFD с соответствующими граничными (2), (3), (10) и начальными (4), (11) условиями. Для получения согласованного решения на границе Γ в обоих приложениях должны выполняться следующие равенства:

$$\sigma_{ij}(x_k, t)n_j = p(x_k, t),\ x_k \in \Gamma, \tag{16}$$

$$n_i u_F(x_k, t) = n_i u_S(x_k, t),\ x_k \in \Gamma. \tag{17}$$

Уравнения (16), (17) определяют в каждый момент времени t нормальные напряжения в точках конструкции $\sigma_{ij}(x_k, t)n_j$ и нормальные перемещения частиц жидкости $n_i u_F(x_k, t)$ на границе Γ. В данной работе в рамках параллельной стратегии рассматривается слабо связанная задача. Поэтому полученные перемещения определят положение границы Γ в приложении CFD на следующем временном шаге

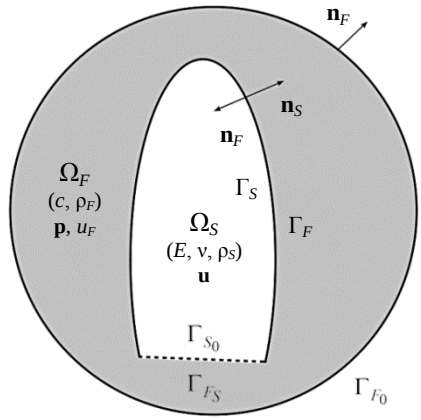

Рис. 2. Общее представление задачи взаимодействия «жидкость – конструкция»

Fig. 2. General statement of fluid-structure interaction problem

$t + \Delta t$ для уточнения распределения поля давления $p(t + \Delta t)$ и для определения нового деформированного состояния $u_i(t + \Delta t)$ твердого тела в приложении CSD. Таким образом, изменение положения границы Γ в приложении CSD получается за счет изменения $p(t)$ в процессе решения в приложении CFD. Механизм изменения положения границы Γ в приложении CFD использует алгоритмы подвижных сеток. Управление обменом полей давления $p(t)$ и перемещений $u_i(t)$ на границе Γ на каждом временном шаге осуществляется специальным приложением ANSYS Coupling.

В монолитной стратегии вводится предположение, что деформируемое тело погружено в неподвижную невязкую безвихревую жидкость. В этом случае система уравнений (9) для области Ω_F упрощается до уравнений Эйлера:

$$-\nabla p_F = \rho_F \frac{\partial U_i}{\partial t}. \tag{18}$$

Учитывая, что $p_F = -B\nabla u_i$ (B – модуль объемного сжатия жидкости), из (18) получим волновое уравнение:

$$\nabla^2 p_F = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p_F}{\partial t^2}, \tag{19}$$

где p_F – давление в жидкости; $c = \sqrt{B/\rho_F}$ – скорость звука в жидкости; ∇^2 – оператор Лапласа.

Уравнение (19) описывает распространение волн давления в жидкости. При гармоничес-

ком законе изменения давления от времени $p_F(x_i, t) = p_F(x_i)\,e^{i\omega t}$ это уравнение сводится к уравнению Гельмгольца:

$$\Delta p_F + k^2 p_F = 0, \tag{20}$$

где $k = \omega/c$ – волновое число, $\omega = 2\pi f$ – круговая частота колебаний.

Таким образом, монолитная стратегия моделирования взаимодействия «жидкость – конструкция» основана на совместном решении систем уравнений (1) и (20) с граничными условиями (16), (17), дополненными уравнениями:

$$p_F(x_k, t) = 0,\ x_k \in \Gamma_{F0},$$

$$u_S(x_k, t) = 0,\ x_k \in \Gamma_{S0}.$$

Определим вектор давления жидкости $\mathbf{p_F}$ через векторы давления в узлах $\mathbf{p}$ и линейную функцию формы конечного элемента $\mathbf{N}$:

$$\mathbf{p_F} = \mathbf{N}^{\mathrm{T}}\mathbf{p}. \tag{21}$$

Тогда уравнение (20) на границе Г принимает вид:

$$\mathbf{M}_{\mathrm{F}}\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_{\mathrm{F}}\mathbf{p} = \mathbf{F}_{\mathrm{SF}}, \tag{22}$$

где $\mathbf{M}_{\mathrm{F}}$ – матрица масс жидкости; $\mathbf{K}_{\mathrm{F}}$ – матрица жесткости жидкости; $\mathbf{F}_{\mathrm{SF}}$ – вектор давления на границе Г жидкости, порожденного перемещениями конструкции.

Уравнение (1) на границе Г имеет вид:

$$\mathbf{M}_{\mathrm{S}}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{\mathrm{S}}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_{\mathrm{S}}\mathbf{u} = \mathbf{F}_{\mathrm{S}} + \mathbf{F}_{\mathrm{FS}}, \tag{23}$$

где $\mathbf{M}_{\mathrm{S}}$ – матрица масс конструкции; $\mathbf{C}_{\mathrm{S}}$ – матрица демпфирования конструкции; $\mathbf{K}_{\mathrm{S}}$ – матрица жесткости конструкции; $\mathbf{F}_{\mathrm{S}}$ – вектор объемных сил в конструкции; $\mathbf{F}_{\mathrm{FS}}$ – вектор давления жидкости на границу Г конструкции.

Демпфирование конструкции определяется матрицей демпфирования:

$$\mathbf{C}_{\mathrm{S}} = \alpha\mathbf{M}_{\mathrm{S}} + \beta\mathbf{K}_{\mathrm{S}} + \sum_{m=1}^{N_m}\mathbf{C}_m,$$

где α, β – численные коэффициенты; $\mathbf{C}_m$ – матрица демпфирования m-го материала конструкции; N_m – число материалов с заданным демпфированием. В данной работе $\alpha = \beta = 0$, т.е. демпфирование конструкции определяется внутренним трением в материалах.

Вектор $\mathbf{F}_{\mathrm{FS}}$ определяется интегралом давления на границе Г:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{FS}} = \int_{\Gamma}\mathbf{N}'\mathbf{p}\mathbf{n}\,dA, \tag{24}$$

где $\mathbf{N}'$ – функция формы конечного элемента.

Подставляя функцию аппроксимации давления в конечном элементе, определяемую уравнением (21), в (24) получим:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{FS}} = \int_{\Gamma}\mathbf{N}'\mathbf{N}^{\mathrm{T}}\mathbf{n}\,dA\mathbf{p}.$$

Вводя матрицу взаимодействия $\mathbf{R} = \int_{\Gamma}\mathbf{N}'\mathbf{N}^{\mathrm{T}}\mathbf{n}\,dA$, запишем:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{FS}} = \mathbf{R}\mathbf{p}, \tag{25}$$

$$\mathbf{F}_{\mathrm{SF}} = -\rho_F\mathbf{R}^{\mathrm{T}}\ddot{\mathbf{u}}. \tag{26}$$

Подставляя уравнения (25) и (26) в уравнения (22) и (23), получим связанную систему уравнений движения, описывающую взаимодействие «жидкость – конструкция»:

$$\begin{bmatrix}\mathbf{M}_{\mathrm{S}} & \mathbf{0}\\ \rho_F\mathbf{R}^{\mathrm{T}} & \mathbf{M}_{\mathrm{F}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{\mathbf{u}}\\ \ddot{\mathbf{p}}\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{C}_{\mathrm{S}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{\mathbf{u}}\\ \dot{\mathbf{p}}\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{K}_{\mathrm{S}} & -\mathbf{R}\\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\mathrm{F}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\mathbf{u}\\ \mathbf{p}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\mathbf{F}_{\mathrm{S}}\\ \mathbf{0}\end{Bmatrix}. \tag{27}$$

Особенность уравнения (27) заключается в том, что матрицы в левой части несимметричны и решение для узловых давлений и перемещений связано с обращением этих несимметричных матриц, что требует значительного объема вычислительных ресурсов. Программный комплекс ANSYS позволяет использовать симметричную формулировку для задач взаимодействия упругой конструкции с жидкостью [15]. Это достигается путем определения переменной преобразования для узловых давлений в виде

$$\mathbf{p} = \dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{F}} = i\omega\mathbf{u}_{\mathrm{F}}. \tag{28}$$

Подставляя (28) в (22) и (23), можем записать систему дифференциальных уравнений в симметричной формулировке:

$$\left(-\omega^2\begin{bmatrix}\mathbf{M}_{\mathrm{S}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{R}^{\mathrm{T}} & \dfrac{\mathbf{M}_{\mathrm{F}}}{\rho_F}\end{bmatrix} + i\omega\begin{bmatrix}\mathbf{C}_{\mathrm{S}} & -\mathbf{R}\\ -\mathbf{R}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{K}_{\mathrm{S}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & -\dfrac{\mathbf{K}_{\mathrm{F}}}{\rho_F}\end{bmatrix}\right)\times \begin{Bmatrix}\mathbf{u}\\ \mathbf{u}_{\mathrm{F}}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\mathbf{F}_{\mathrm{S}}\\ \mathbf{0}\end{Bmatrix}. \tag{29}$$

Из анализа уравнения (29) следует, что помимо учитываемого матрицей $\mathbf{C}_{\mathrm{S}}$ внутреннего трения в материалах слоев конструкции при взаимодействии упругой конструкции с жидкостью возникает дополнительное демпфирование, обусловленное матрицей взаимодействия $\mathbf{R}$. Этот вид демпфиро-

вания относят на счет т.н. гидродинамического демпфирования [16]. Гидродинамическое демпфирование является реакцией жидкости на колебательные движения лопасти. С энергетической точки зрения эта сила совершает отрицательную работу, уменьшая потенциальную энергию деформации и, следовательно, кинетическую энергию колебаний лопасти. Из природы гидродинамического демпфирования следует, что величина гидродинамического демпфирования зависит от геометрии лопасти, формы колебаний, плотности жидкости и возрастает с повышением амплитуды колебаний.

Заключение

Conclusion

Изложены научно-теоретические основы интерактивного метода математического моделирования параметров динамического отклика, взаимодействующих с водной средой деформируемых композитных лопастных систем судовых движителей, который базируется на использовании различных стратегий численного решения связанных задач гидроупругости.

Список использованной литературы

1. *Рябов В.М., Ярцев Б.А.* Неклассические колебания моноклинной композитной полосы // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2021. Т. 8(66), вып. 4. С. 695–708. DOI: 10.21638/spbu01.2021.415.
2. *Рябов В.М., Ярцев Б.А.* Управление связанностью колебаний композитного крыла // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2023. Т. 10(68), вып. 2. С. 344–356. DOI: 10.21638/spbu01.2023.214.
3. *Marsh G.A.* New start for marine propellers? // Reinforced Plastics. 2004. Vol. 48, No. 11. P. 34–38. DOI: 10.1016/S0034-3617(04)00493-X.
4. *Azzam A., Li W.* Theoretical and experimental methods on bend-twist coupling and damping properties with the relationship to lay-up of the composite propeller marine: A review // International Journal of Engineering Science and Technology. 2012. Vol. 4(6). P. 2907–2917.
5. Adaptive composite marine propulsors and turbines: progress and challenges / *Y.L. Young, M.R. Motley, R. Barber* [et al.] // Applied Mechanics Reviews. 2016. Vol. 68, No. 6. P. 060803 (34 p.). DOI: 10.1115/1.4034659.
6. *Пустошный А.В., Маринич Н.В., Савченко О.В.* Анализ перспектив применения композитных гребных винтов в судостроении // Труды Крыловского государственного научного центра. 2023. Вып. 3(405). С. 26–48.
7. *Hess P.* Fluid structure interaction: a community view / Marine Structures Design Lab., Department of Naval Architecture and Marine Engineering. Ann Arbor : University of Michigan, 2017. 78 p. (MSDL Report ; 2016-003).
8. Research and applications of viscoelastic vibration damping materials: A review / *X.Q. Zhou, D.Y. Yu, X.Y. Shao* [et al.] // Composite Structures. 2016. Vol. 136. P. 460–480. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.10.014.
9. *Чернышев В.М.* Демпфирование колебаний механических систем покрытиями из полимерных материалов. Москва : Наука, 2004. 288 с.
10. *Ярцев Б.А.* Связанные колебания композитных конструкций. Санкт-Петербург : Крыловский государственный научный центр, 2024. 216 с.
11. *Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж.* Демпфирование колебаний. Москва : Мир, 1988. 448 с.
12. *Паршина Л.В., Ярцев Б.А.* Аппроксимация температурно-частотных зависимостей упруго-диссипативных характеристик вязкоупругих полимерных материалов // Труды Крыловского государственного научного центра. 2025. Вып. 1(411). С. 55–62.
13. *Menter F.R.* Two-Equation Eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32(8). P. 1598–1605.
14. *Smirnov P.E., Menter F.R.* Sensitization of the SST turbulence model to rotation and curvature by applying the Spalart-Shur correction term // Journal of Turbomachinery. 2009. Vol. 131(041010). P. 1–8.
15. *Howard C.Q., Cazzolato B.S.* Acoustic Analyses Using MATLAB and ANSYS. Taylor & Francis Group. 2015. 663 p.
16. *Inman D.J.* Engineering Vibration. 4th ed. Englewood Cliffs : Prentice Hall. 2013. 720 p.

References

1. *Ryabov V.M., Yartsev B.A.* Non-classic oscillations of monocline composite strip. // St. Petersburg University Herald. Mathematics. Mechanics. Astronomy. 2021. Vol. 8(66). No. 4. P. 695–708. DOI: 10.21638/spbu01.2021.415 (*in Russian*).
2. *Ryabov V.M., Yartsev B.A.* Controlling coupled vibration of composite wing // Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy. 2023. Vol. 10(68), No. 2. P. 344–356. DOI: 10.21638/spbu01.2023.214 (*in Russian*).
3. *Marsh G.A.* New start for marine propellers? // Reinforced Plastics. 2004. Vol. 48, No. 11. P. 34–38. DOI: 10.1016/S0034-3617(04)00493-X.

4. *Azzam A., Li W.* Theoretical and experimental methods on bend-twist coupling and damping properties with the relationship to lay-up of the composite propeller marine: A review // International Journal of Engineering Science and Technology. 2012. Vol. 4(6). P. 2907–2917.
5. Adaptive composite marine propulsors and turbines: progress and challenges / *Y.L. Young, M.R. Motley, R. Barber* [et al.] // Applied Mechanics Reviews. 2016. Vol. 68, No. 6. P. 060803 (34 p.). DOI: 10.1115/1.4034659.
6. *Pustoshny A.V., Marinich N.V., Savchenko O.V.* Prospects of composite propellers in shipbuilding // Transactions of the Krylov State Research Centre. 2023. Vol. 3(405). P. 26–48 (*in Russian*).
7. *Hess P.* Fluid structure interaction: a community view / Marine Structures Design Lab., Department of Naval Architecture and Marine Engineering. Ann Arbor : University of Michigan, 2017. 78 p. (MSDL Report ; 2016-003).
8. Research and applications of viscoelastic vibration damping materials: A review / *X.Q. Zhou, D.Y. Yu, X.Y. Shao* [et al.] // Composite Structures. 2016. Vol. 136. P. 460–480. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.10.014.
9. *Chernyshev V.M.* Damping of oscillations in mechanical systems by polymer coatings. Moscow : Nauka, 2004. 288 p. (*in Russian*).
10. *Yartsev B.A.* Coupled oscillations of composite structures. St. Petersburg : Krylov State Research Centre, 2024. 216 p. (*in Russian*).
11. *Nashif A.D., Johnes D.I.G., Henderson J.P.* Vibration Damping. 1985. John Wiley & Sons. 480 p.
12. *Parshina L.V., Yartsev B.A.* Approximation of temperature-frequency relationships in elastic-dissipative characteristics of viscoelastic polymer materials // Transactions of the Krylov State Research Centre. 2025. Vol. 1(411). P. 55–62.
13. *Menter F.R.* Two-Equation Eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32(8). P. 1598–1605.
14. *Smirnov P.E., Menter F.R.* Sensitization of the SST turbulence model to rotation and curvature by applying the Spalart-Shur correction term // Journal of Turbomachinery. 2009. Vol. 131(041010). P. 1–8.
15. *Howard C.Q., Cazzolato B.S.* Acoustic Analyses Using MATLAB and ANSYS. Taylor & Francis Group. 2015. 663 p.
16. *Inman D.J.* Engineering Vibration. 4th ed. Englewood Cliffs : Prentice Hall. 2013. 720 p.

Сведения об авторах

Любомиров Ярослав Мстиславович, к.т.н., ведущий инженер ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. E-mail: yaroslav58@yandex.ru.

Ярцев Борис Александрович, д.т.н., начальник сектора ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. E-mail: boris_yar@mail.ru. https://orcid.org/0000-0001-7443-1039.

About the authors

Yaroslav M. Lyubomirov, Cand. Sci. (Eng), Lead Engineer, Krylov State Research Centre, St. Petersburg. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. E-mail: yaroslav58@yandex.ru.

Boris A. Yartsev, Dr. Sci. (Eng.), Head of Sector, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. E-mail: boris_yar@mail.ru. https://orcid.org/0000-0001-7443-1039.

Поступила / Received: 16.04.25
Принята в печать / Accepted: 05.08.25
© Любомиров Я.М., Ярцев Б.А., 2025