

ТЕОРИЯ КОРАБЛЯ И СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

УДК 534.222.2+532.582.33
EDN: DWVLYA

В.В. Карпенко¹, Г.А. Колтон²

¹ ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

² Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет), Санкт-Петербург, Россия

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ПЛОСКОЙ ПОДВОДНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА НЕПОДВИЖНЫХ СОСТАВНЫХ ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ

Объект и цель научной работы. Рассмотрено воздействие плоской подводной ударной волны на жесткие неподвижные составные тела вращения с целью выявления особенностей изменения дифракционного давления на поверхности таких тел.

Материалы и методы. Статья содержит результаты математического моделирования обтекания плоской ударной волной жестких составных неподвижных тел вращения. Метод моделирования основывается на численном решении линейных уравнений движения сжимаемой жидкости.

Основные результаты. На основании предложенного подхода разработаны алгоритмы и при их реализации на ПВЭМ получены результаты, характеризующие изменение дифракционного давления на поверхности жестких неподвижных составных тел вращения при натекании на них под произвольным углом плоских ударных волн.

Заключение. Разработанный научно-методический аппарат может быть использован для оценки предварительного анализа рационального выбора конструкций подводных технических средств и прогноза эпюр давлений на их поверхности при подготовке к экспериментам.

Ключевые слова: подводная ударная волна, составное тело вращения, дифракция, давление, конечно-разностный метод.

Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

NAVAL ARCHITECTURE

UDC 534.222.2+532.582.33
EDN: DWVLYA

V.V. Karpenko¹, G.A. Kolton²

¹ Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

² Saint Petersburg Mining University, St. Petersburg, Russia

NUMERICAL SIMULATION OF DIFFRACTION OF A PLANE UNDERWATER SHOCK WAVE BY FIXED COMPOSITE BODIES OF ROTATION

Object and purpose of research. The effect of a plane underwater shock wave on rigid stationary composite bodies of rotation is considered in order to identify the patterns of changes in diffraction pressure on the surface of such bodies.

Для цитирования: Карпенко В.В., Колтон Г.А. Численное моделирование дифракции плоской подводной ударной волны на неподвижных составных телах вращения. Труды Крыловского государственного научного центра. 2023; 4(406): 15–32.

For citations: Karpenko V.V., Kolton G.A. Numerical simulation of diffraction of a plane underwater shock wave by fixed composite bodies of rotation. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2023; 4(406): 15–32 (in Russian).

Materials and methods. The paper contains the results of mathematical modeling of the plane shock wave flow around rigid composite stationary bodies of rotation. The modeling method is based on the numerical solution of linear equations of motion of a compressible fluid.

Main results. Based on the proposed approach, algorithms have been developed and, when implemented on PVEM, results have been obtained characterizing the change in diffraction pressure on the surface of rigid stationary composite bodies of rotation when plane shock waves are incident on the bodies at an arbitrary angle.

Conclusion. The developed scientific and methodological apparatus can be used to assess a preliminary choice of rational design options for underwater vehicles and forecast pressure diagrams on their surfaces in preparation for experiments.

Keywords: underwater shock, composite body of rotation, diffraction, pressure, finite-difference method.

The authors declare no conflicts of interest.

Постановка задачи о дифракции волн на жестком неподвижном теле вращения

Statement of problem: diffraction of waves
by a stationary rigid body of rotation

Дифракция плоской подводной ударной волны при продольном обтекании составных тел вращения в точной постановке акустического приближения методом конечных разностей рассматривалась в статье [1]. В кратких сообщениях [2, 3] аналогичная задача исследовалась конечно-разностным методом С.К. Годунова [4]. В настоящей статье дана постановка задачи о продольном обтекании составных тел вращения ударной волной, изложен алгоритм ее решения конечно-разностным методом С.К. Годунова и приведены расчеты внешних сил на ряде типовых составных тел вращения.

Для оценки последствий воздействия подводной ударной волны на конструкцию необходимо определить действующее на нее давление. Если максимальное давление во фронте ударной волны порядка 1000 кг/см^2 , то с приемлемой для решения практических задач точностью можно пренебречь нелинейными факторами, характеризующими распространение возмущений в жидкости [5, 6], и рассматривать воду как идеальную сжимаемую жидкость, а процесс взаимодействия волны с конструкцией исследовать в акустическом приближении.

Если размеры конструкции значительно меньше расстояния от центра взрыва, то можно пренебречь сферичностью фронта волны. Это позволяет рассматривать натекающую на конструкцию подводную ударную волну с амплитудой ΔP_Φ как плоскую, параметры эпюры $f(t)$ давления которой (постоянная затухания θ , длительность фазы сжатия t_+ и т.п.) определяются в соответствии с рекомендациями, приведенными в [5], а импульс давления $J(t)$ взрывных волн всегда считается конечным.

Предполагая в дальнейшем рассматривать лишь такие конструкции, внешняя архитектура которых

может моделироваться телами вращения, примем, что фронт натекающей ударной волны параллелен оси Oy , а нормаль к фронту в направлении его распространения составляет угол α с положительным направлением оси Oz , совпадающей с осью тела.

Введем безразмерные переменные r, θ, z, τ, p, v , которые связаны с размерными $X, Y, Z, R, \Theta, Z, t, P, V$ соотношениями:

$$X = R \cos \theta, \quad Y = R \sin \theta, \quad Z = Z, \quad R = \sqrt{X^2 + Y^2},$$

$$r = R / R_0, \quad z = Z / R_0, \quad \tau = a_0 t / R_0,$$

$$p = P / \rho_0 a_0^2, \quad v = V / a_0.$$

Действие ударной волны на неподвижное тело сопровождается изменением давления и векторного поля скоростей в жидкости и позволяет представить их в виде двух слагаемых:

$$p(r, \theta, z, \tau) = p_0(r, \theta, z, \tau) + p_1(r, \theta, z, \tau),$$

$$\vec{v}(r, \theta, z, \tau) = \vec{v}_0(r, \theta, z, \tau) + \vec{v}_1(r, \theta, z, \tau),$$

первое из которых, $p_0(r, \theta, z, \tau)$, соответствует давлению в прямой волне и полю скоростей $\vec{v}_0(r, \theta, z, \tau)$ в ней, а второе, $p_1(r, \theta, z, \tau)$ – дополнительному давлению и полю скоростей $\vec{v}_1(r, \theta, z, \tau)$, обусловленному отражением и огибанием ударной волной неподвижного тела вращения.

В акустическом приближении в безразмерных переменных $(r, \theta, z, \tau, p, v)$ дифракционное давление $p(r, \theta, z, \tau)$ и вектор скоростей $\vec{v}(r, \theta, z, \tau)$ удовлетворяют системе дифференциальных уравнений [7]:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial \tau} + \text{grad} p = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \tau} + \text{div} \vec{v} = 0. \quad (1)$$

Для однозначного определения функций $p(r, \theta, z, \tau)$ и $\vec{v}(r, \theta, z, \tau)$ уравнения (1) следует дополнить краевым условием, выполняющимся на поверхности Γ жесткого неподвижного тела и ха-

характеризующим непроницаемостью движения жидкости сквозь поверхность Γ :

$$(\vec{v}_0 + \vec{v}_1) \cdot \vec{n} \Big|_{\Gamma} = 0, \quad (2)$$

где \vec{n} – внешняя нормаль к поверхности тела.

Условия на бесконечности при $\sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow \infty$ и в начальный момент для функций $p_1(r, \theta, z, \tau)$, $\vec{v}_1(r, \theta, z, \tau)$ примем нулевыми. Решение краевой задачи (1)–(2) найдем численным методом конечных разностей.

Редукция задачи о дифракции ударной волны на жестком составном теле вращения к конечно-разностному аналогу

Reduction of the problem about shock wave diffraction by a composite rigid body of rotation to a finite-difference analogue

При построении алгоритма численного решения задачи (1)–(2) в цилиндрических координатах (r, θ, z) угол θ будем отсчитывать от плоскости симметрии Oxz , содержащей ось симметрии Oz составного тела вращения и вектор скорости, характеризующий распространение ударной волны. Безразмерные уравнения (1)–(2) запишем в матричной форме:

$$\frac{\partial^1 U}{\partial \tau} = A \frac{\partial^1 U}{\partial r} + \frac{1}{r} B \frac{\partial^1 U}{\partial \theta} + C \frac{\partial^1 U}{\partial z} + \frac{1}{r} D^1 U, \quad (3)$$

где вектор ${}^1U = (v_r, v_\theta, v_z, p)^T$ состоит из компонент скорости v_r, v_θ, v_z и давления p , а матрицы

$$A = \{a_{ij}\}, B = \{b_{ij}\}, C = \{c_{ij}\}, D = \{d_{ij}\}$$

имеют размерность 4×4 , и их отличные от нуля элементы соответственно равны

$$a_{14} = a_{41} = b_{24} = b_{42} = c_{34} = c_{43} = d_{41} = -1.$$

Граничные условия для вектора 1U на поверхности Γ жесткого тела записываются следующим образом:

$$l^1 U = l F^{(1)}, \quad (4)$$

где $l = (-\sin\beta, 0, \cos\beta, 0)$.

$$F^{(1)} = {}^0U, \quad {}^0U = f(\tau - \xi)(\sin\alpha \cos\theta, -\sin\alpha \sin\theta, \cos\alpha, 1)$$

$$\xi = (r \cos\theta - r_0 \cos\theta_0) \sin\alpha + (z - z_0) \cos\alpha. \quad (5)$$

В формулах (5) приняты следующие обозначения: $f(\tau)$ – эпюра прямой волны; β – угол между внутренней нормалью к меридиональному сечению

тела и его осью симметрии; r_0, θ_0, z_0 – координаты точки соприкосновения прямой волны с телом в начальный момент.

Условия на бесконечности при $\sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow \infty$ и в начальный момент при $\tau = 0$ примем нулевыми:

$${}^1U \Big|_{\sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad {}^1U \Big|_{\tau=0} = 0.$$

Для решения сформулированной задачи воспользуемся методом «расщепления» С.К. Годунова [4].

Разобьем трехмерное пространство переменных (r, θ, z) на прямоугольные расчетные ячейки с адресами (i, j, k) и проинтегрируем уравнение (3) по четырехмерному параллелепипеду Ω_{ijk} :

$$\Omega_{ijk} = [\tau, \tau + \Delta\tau] \times [r_i, r_i + \Delta r] \times [\theta_j, \theta_j + \Delta\theta] \times [z_k, z_k + \Delta z].$$

В соответствии с теоремой Гаусса:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial P}{\partial x_k} d\Omega = \int_{\partial} P \cos(v, x_k) d\partial, \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

где Ω – конечная область m -мерного евклидова пространства, ограниченного кусочно-гладкой поверхностью Γ , v – внешняя по отношению к Ω нормаль к поверхности Γ , получим:

$$\begin{aligned} {}^1U^{i,j,k} &= {}^1U_{i,j,k} + A \left({}^1\hat{U}_{i,j,k} - {}^1\hat{U}_{i-1,j,k} \right) \frac{\Delta\tau}{\Delta r} + \\ &+ B \left({}^1\hat{U}_{i,j,k} - {}^1\hat{U}_{i,j-1,k} \right) \frac{\Delta\tau}{r_i \Delta\theta} + \\ &+ C \left({}^1\hat{U}_{i,j,k} - {}^1\hat{U}_{i,j,k-1} \right) \frac{\Delta\tau}{\Delta z} + \frac{\Delta\tau}{r_i} D^1 U_{i,j,k}, \end{aligned} \quad (6)$$

здесь $\bar{r}_i = \bar{r}_i + \Delta r / 2$, ${}^1U_{i,j,k}$ – значения вектора 1U на «нижней» грани ячейки (i, j, k) , соответствующей моменту времени τ ; ${}^1\hat{U}^{i,j,k}$ – значения вектора 1U на «верхней» грани той же ячейки, что соответствует моменту времени $\tau + \Delta\tau$, а значения вектора 1U на «боковых» гранях ячейки (i, j, k) обозначены крышечками над вектором 1U .

Для определения этих величин «расщепляем» уравнение (3) по координате r :

$$\frac{\partial^1 U}{\partial \tau} = A \frac{\partial^1 U}{\partial r}. \quad (7)$$

Так как собственные значения матрицы A равны:

$$\mu = -\mu_4 = 1, \quad \mu_2 = \mu_3 = 0,$$

то левые собственные векторы матрицы A можно записать в виде строк матрицы L_A :

$$L_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Положим в равенстве (7):

$${}^1U = L_A^{-1} {}^1V \quad (8)$$

и умножим после этого обе части (7) на L_A .

В результате найдем:

$$\frac{\partial {}^1V}{\partial t} = M \frac{\partial {}^1V}{\partial r}, \quad (9)$$

$$\text{где } M = L_A A L_A^{-1} = \text{diag} \{ \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4 \} = \text{diag} \{ 1, 0, 0, 1 \}.$$

В покомпонентной записи уравнение (9) примет вид:

$$\frac{\partial {}^1V^{(s)}}{\partial t} = \mu_s \frac{\partial {}^1V^{(s)}}{\partial r}, \quad s = 1, 2, 3, 4,$$

откуда следует, что величины ${}^1V^s$ – «инварианты Римана» – сохраняющие постоянное значение вдоль характеристик $r + \mu_s t = \text{const}$.

Поэтому на грани с номером i компоненты ${}^1V_{i,j,k}^{(s)}$ при $\mu_s \geq 0$ будут равны соответствующим компонентам вектора ${}^1V_{i+1,j,k}^{(s)}$, а при $\mu_s < 0$ ${}^1\hat{V}_{i,j,k}^{(s)} = {}^1V_{i,j,k}^{(s)}$.

Таким образом, используя вспомогательные матрицы $M^\pm = 0,5(|M| \pm M)$, можно записать ${}^1\hat{V}_{i,j,k} = M^- {}^1V_{i,j,k} + M^+ {}^1V_{i+1,j,k}$ и, следовательно,

$${}^1\hat{V}_{i,j,k} - {}^1\hat{V}_{i-1,j,k} = M^+ {}^1V_{i+1} - M^- {}^1V_{i-1} - M {}^1V_i,$$

откуда, учитывая равенство (8), получаем:

$$\begin{aligned} & {}^1\hat{V}_{i,j,k} - {}^1\hat{V}_{i-1,j,k} = \\ & = \Phi_A^+ {}^1V_{i+1,j,k} - \Phi_A^- {}^1V_{i-1,j,k} - (\Phi_A^+ - \Phi_A^-) {}^1V_{i,j,k}, \end{aligned}$$

где $\Phi_A^\pm = L_A^{-1} M^\pm L_A$.

Так как $A = L_A^{-1} M L_A = \Phi_A^+ - \Phi_A^-$ и $A \Phi_A^\pm = \pm \Phi_A^\pm$, то

$$\begin{aligned} & A({}^1\hat{U}_{i,j,k} - {}^1\hat{U}_{i-1,j,k}) = \\ & = \Phi_A^+ {}^1\hat{U}_{i+1,j,k} + \Phi_A^- {}^1\hat{U}_{i-1,j,k} - \Phi_A {}^1\hat{U}_{i,j,k}. \end{aligned}$$

Аналогично преобразуются и остальные слагаемые правой части формулы (6), в результате получим:

$$\begin{aligned} & {}^1U^{i,j,k} = \left(E - \frac{\Delta\tau}{\Delta r} \Phi_A - \frac{\Delta\tau}{\bar{r}_i \Delta\theta} \Phi_B - \frac{\Delta\tau}{\Delta z} \Phi_C + \frac{\Delta\tau}{\bar{r}_i} D \right) {}^1U_{i,j,k} + \\ & + \frac{\Delta\tau}{\Delta r} \left(\Phi_A^+ {}^1U_{i+1,j,k} + \Phi_A^- {}^1U_{i-1,j,k} \right) + \\ & + \frac{\Delta\tau}{\bar{r}_i \Delta\theta} \left(\Phi_B^+ {}^1U_{i,j+1,k} + \Phi_B^- {}^1U_{i,j-1,k} \right) + \\ & + \frac{\Delta\tau}{\Delta z} \left(\Phi_C^+ {}^1U_{i,j,k+1} + \Phi_C^- {}^1U_{i,j,k-1} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь E – единичная матрица, а

$$\Phi_{A,B,C}^\pm = L_{A,B,C}^{-1} M^\pm L_{A,B,C}, \quad \Phi_{A,B,C} = \Phi_{A,B,C}^+ + \Phi_{A,B,C}^-.$$

С помощью формулы (10) организуется «послойный» расчет поля течения во внутренних ячейках счетной области, начиная с начального момента $\tau = 0$, в который ${}^1U_{i,j,k} = 0$. Значение ${}^1U_{i,j,k}$ в граничных точках находим с помощью краевых условий.

Как и прежде, для определения компонент вектора ${}^1U^{i+1,j,k}$ в момент $\tau + \Delta\tau$ необходимо знать значения этого вектора ${}^1U_{i,j,k}$ в момент τ .

Так как

$${}^1\hat{U}^{i,j,k} = \Phi_A^- {}^1U_{i,j,k} + \Phi_A^+ {}^1U_{i+1,j,k}, \quad (11)$$

то в задачах дифракции для вектора ${}^1\hat{U}_{i,j,k}$ условие непроникания запишется в виде:

$$l_i {}^1\hat{V}_{i,j,k} = -l_i {}^0V_{i,j,k}, \quad l_i = (-\sin\beta_i, 0, \cos\beta_i, 0). \quad (12)$$

Условие (12) определяет лишь одну компоненту вектора ${}^1\hat{U}_{i,j,k}$. Для определения остальных компонент вектора ${}^1\hat{U}_{i,j,k}$ воспользуемся неизменностью инвариантов ${}^1\hat{V}_{i,j,k}$ на соответствующих характеристиках «расщепленного» уравнения (7). На характеристиках $r + \mu_m \tau = \text{const}$ ($m = 1, 2, 3$) исходящих из точек грани AB (рис. 1) и пересекающих грань AC , имеем ${}^1\hat{V}_{i,j,k} = {}^1V_{i+1,j,k}$ или в матричной форме:

$$\varepsilon {}^1\hat{V}_{i,j,k} = \varepsilon {}^1V_{i+1,j,k}, \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Отсюда следует, что $\varepsilon L_A {}^1\hat{U}_{i,j,k} = \varepsilon L_A {}^1U_{i+1,j,k}$.

Решая совместно (12) и (13), находим вектор ${}^1\hat{U}_{i,j,k}$:

$${}^1\hat{U}_{i,j,k} = H_i F_i^{(0)} + G_i {}^1U_{i+1,j,k}, \quad (14)$$

$$\text{где } H_i = \begin{pmatrix} l_i \\ \varepsilon L_A \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} l_i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad G_i = \begin{pmatrix} l_i \\ \varepsilon L_A \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon L_A \end{pmatrix},$$

$$l_i = (-\sin\beta_i, 0, \cos\beta_i, 0).$$

Таким образом, граничный вектор ${}^1\hat{U}_{i,j,k}$ выражен через вектор ${}^1U_{i,j,k}$. Принимая во внимание, что для инвариантов справедливо тождество:

$${}^1\hat{V}_{i,j,k} = M^{-1}V_{i,j,k} + M^+{}^1V_{i+1,j,k}, \quad {}^1\hat{U}_{i,j,k} = L_A^{-1}{}^1V_{i,j,k},$$

находим:

$${}^1\hat{U}_{i,j,k} = \Phi^- {}^1\hat{U}_{i,j,k} + \Phi^+ {}^1U_{i+1,j,k}. \quad (15)$$

Из сопоставления равенств (11) и (15) следует, что равенство (11) будет выполняться, если принять:

$${}^1U_{i,j,k} = {}^1\hat{U}_{i,j,k} = H_i F_i^{(0)} + F_i^+ {}^1U_{i+1,j,k}, \quad (16)$$

Аналогично определяется значение ${}^1U_{i,j,k}$ в граничных ячейках, примыкающих к счетной области со стороны оконечностей и плоскостей симметрии.

Так как матрицы, входящие в уравнение (10) и граничные условия (16), не зависят от параметров эпюры поля течения жидкости вне тела, а определяются лишь ее геометрическим обликом, то они вычисляются только один раз.

При $r = 0$ компоненты вектора скорости и давления не зависят от угла θ , поэтому в плоскости симметрии течения выполняются равенства:

$$\hat{v}_r = \hat{v}_r^0 \cos\theta, \quad \hat{v}_\theta = -\hat{v}_r^0 \sin\theta, \quad \hat{v}_z = \hat{v}_z^0, \quad \hat{p} = \hat{p}^0, \quad (r = 0),$$

где $\hat{v}_{r,z}^0$ – значения соответствующих компонент вектора скорости при $r = 0$ и $\theta = 0$.

Отмеченные обстоятельства позволяют представить вектор ${}^1\hat{U}_{0,j,k}$ на гранях ячеек $(0, j, k)$ примыкающих к плоскости $r = 0$ вне оболочки в виде:

$${}^1\hat{U}_{0,j,k} = Q {}^1\hat{U}_{0,0,k}, \quad Q = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

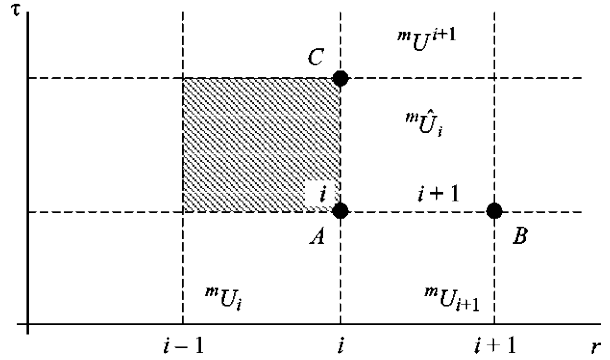


Рис. 1. Схема разбиения расчетной области
Fig. 1. Mesh layout of computational domain

Полагая ${}^1\hat{U}_{0,0,k} = {}^1\hat{U}_{1,0,k}$, из равенства (16) находим ${}^1U_{0,j,k} = {}^1\hat{U}_{1,0,k} = Q {}^1U_{1,0,k}$.

Граничные условия в бесконечно удаленной точке будут удовлетворяться автоматически, если размеры счетной области задавать таким образом, чтобы за расчетное время отраженные волны не успели дойти до ее границ.

Совокупность рекуррентных соотношений (10), (12), (14), (16), (17) совместно с нулевыми начальными и граничными на «бесконечности» условиями образуют замкнутую систему уравнений для последовательного («послойного») расчета в выбранной области течения сжимаемой жидкости. Численная реализация программ, реализующих расчет поля течения жидкости, граничит с проведением вычислительного эксперимента.

Дифракция плоской ступенчатой подводной ударной волны на круговом цилиндре с плоскими торцами

Plane underwater shock wave diffraction by a circular cylinder with flat ends

Рассмотрим воздействие плоской ударной волны с амплитудой во фронте ΔP_Φ на жесткий неподвижный круговой цилиндр длиной L и радиусом R_0 , ограниченный плоскими торцами. Нормаль к фронту волны в направлении ее распространения параллельна продольной оси цилиндра. Определение дифракционного давления в жидкости и на поверхности тела находим с помощью алгоритма, изложенного в предыдущем пункте.

При известном распределении давления $P(r, \theta, z, \tau)$ по поверхности тела главный вектор

$\vec{F}(t)$ и главный момент $\vec{M}(t)$ поверхностных сил, приложенных к ограниченному поверхностью Γ телу, выражаются интегралами [8]:

$$\vec{F}(t) = - \int_{\partial} \int P(r, \theta, z, \tau) \vec{n} d\gamma, \quad (18)$$

$$\vec{M}(t) = - \int_{\partial} \int P(r, \theta, z, \tau) (\vec{S} \times \vec{n}) d\gamma,$$

где \vec{n} – внешняя единичная нормаль к поверхности Γ ; \vec{S} – вектор, направленный от оси вращения до точек на поверхности тела.

На рис. 2 изображены схема продольного обтекания цилиндра с относительной длиной $l = L/R_0 = 4$ ударной волной с амплитудой ΔP_{ϕ} , правая система координат, и изменение дифракционного давления по торцам цилиндра.

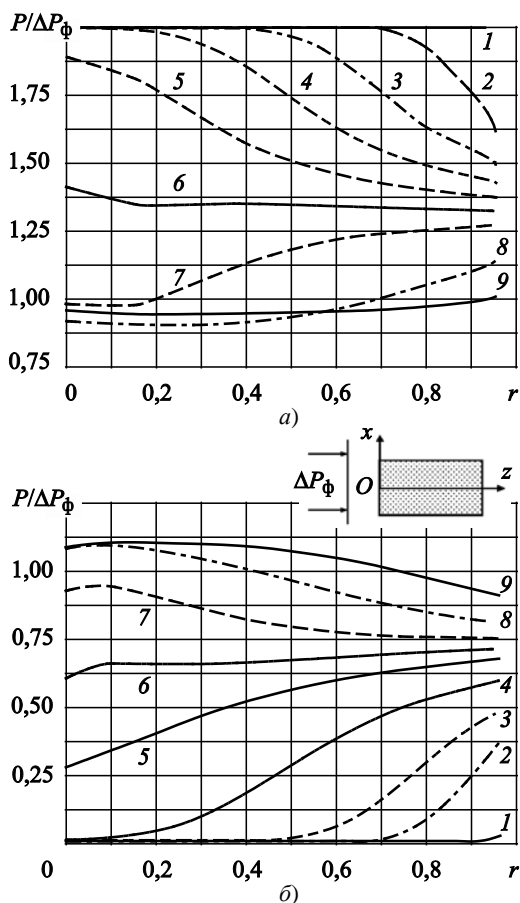


Рис. 2. Схема натекания ударной волны на цилиндр и распределение полного давления по его торцам (кривые 1–9)

Fig. 2. Schematic of shock wave incidence on the cylinder and total pressure distribution on end faces (curves 1–9)

Изменения дифракционного давления по левому («освещенному») торцу, с которым ударная волна соприкасается в начальный момент времени, в зависимости от расстояния $r = R/R_0$ от оси цилиндра приведено на рис. 2а. Распределение давления на этом торце дано в моменты времени $\tau = 0; 0,4; 0,8; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0$ (кривые 1, 2, 3, ... 9 соответственно).

Как следует из приведенных расчетов, в начальный момент времени давление на торце удваивается, а затем по мере отхода отраженной от торца волны происходит уменьшение давления на нем. К моменту времени τ , примерно равному 2,0 (соответствующему пробегу волны разряжения вдоль диаметра цилиндра), происходит выравнивание полного давления по левому торцу и приближение величины давления на нем к давлению в прямой волне.

На рис. 2б иллюстрируется изменение давления по правому («тенивому») торцу цилиндра. Распределение давления по этому торцу дано в моменты времени $\tau = 4,06; 4,26; 4,39; 4,65; 4,91; 5,04; 5,17; 5,43; 5,95$ (кривые 1, 2, 3, ... 9 соответственно).

Из приведенных расчетов следует, что давление на «тенивом» торце повышается постепенно, по мере его охвата распространяющейся от кромки цилиндра дифракционной волной. К моменту времени $\tau = 5,95$ над центральной зоной торца происходит наибольшее повышение давления до $\approx 1,1\Delta P_{\phi}$.

Такое повышение давления обусловлено фокусировкой дифракционных волн над ней. В это же время над периферийной зоной торца давление понижено и составляет $\approx 0,9\Delta P_{\phi}$. Выравнивание давления по «тенивому» торцу практически заканчивается к моменту времени, близкому к однократному пробегу волны давления вдоль диаметра цилиндра.

На рис. 3 иллюстрируется трансформация эпюр дифракционного давления на боковой поверхности цилиндра в точках $z = 0,1; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 3,0; 3,5; 3,9$ (кривые 1–8 соответственно). Анализ выполненных расчетов показывает, что максимум дифракционного давления на боковой поверхности составляет не более $\approx 1,15\Delta P_{\phi}$ и достигается вблизи освещенного торца на расстоянии $z \approx 0,1$ от него.

По мере перемещения прямой волны вдоль боковой поверхности цилиндра от «освещенного» торца к «тенивому» максимум дифракционного давления убывает. На расстоянии $z \approx 1,5$ от кромки «освещенного» торца давление в дифракционной волне понижается $\approx 1,05\Delta P_{\phi}$.

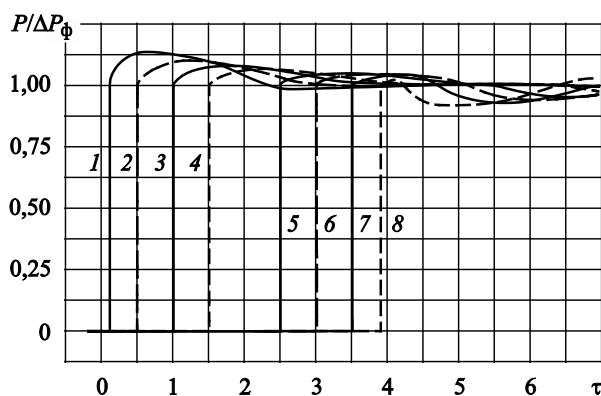


Рис. 3. Эпюры дифракционного давления на боковой поверхности цилиндра при продольном его обтекании ударной волной в точках боковой поверхности, удаленных от начала координат на расстояния $z = 0,1; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 3,0; 3,5; 3,9$ (кривые 1–8)

Fig. 3. Diffraction pressure distributions on cylinder sides at longitudinal incidence of the shock wave in the cylinder side points located at a distance of $z = 0.1; 0.5; 1.0; 1.5; 2.5; 3.0; 3.5; 3.9$ from the axis origin (curves 1–8)

На рис. 4 изображены эпюры гидродинамических сил первой категории $F_z(\tau)$, действующих на торцы цилиндра. Кривые 1 и 2 соответствуют эпюрам сил, действующих на левый («освещенный») и правый («теневой») торец цилиндра, а кривая 3 – результирующей силе.

Как следует из анализа результатов расчета гидродинамической силы первой категории, действующей на «освещенный» торец, к моменту времени $\tau = 3$ устанавливается практически постоянное ее значение, соответствующее стационарному обтеканию (кривая 1 на рис. 4).

Аналогичный вывод следует и из анализа расчета гидродинамической силы первой категории, действующей на «теневой» торец (кривая 2 на рис. 5), если за начальный момент принять момент времени, соответствующий затеканию прямой волны на торец и действию на него дифракционного давления.

На рис. 5 приведена схема траверзного натекания плоской ступенчатой ударной волны с амплитудой ΔP_ϕ на цилиндр с относительной длиной $l = 4$. На рис. 5 и 6 изображены эпюры дифракционного давления по сечениям цилиндра, отстоящих от торца на расстояния $z = 0,5$ и $z = 2$, в точках с угловыми координатами $\theta = 180^\circ, 135^\circ, 90^\circ, 45^\circ, 0^\circ$. Точками на этих рисунках изображены отнесенные к ΔP_ϕ амплитуды давлений в прямой волне.

Сравнение расчетов дифракционного давления в сечении $z = 2$ с расчетами аналогичного давления

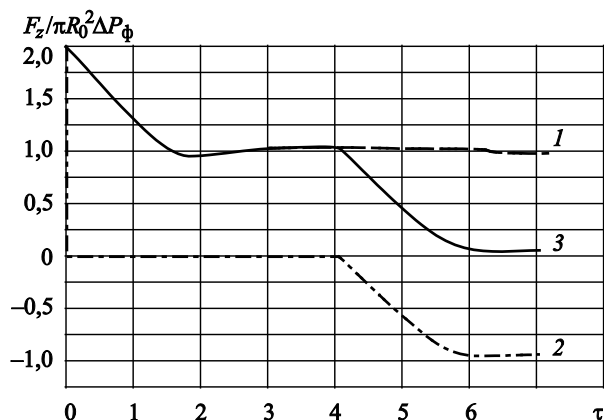


Рис. 4. Эпюры гидродинамических сил первой категории, действующих на торцы цилиндра с относительной длиной $l = 4$ при продольном обтекании его ударной волной (кривые 1–3)

Fig. 4. Distributions of the 1st category of hydrodynamic forces on flat faces of cylinder with a relative length of $l = 4$ at longitudinal incidence of shock wave (curves 1–3)

на бесконечно длинном цилиндре показывают, что при относительной длине цилиндра $l = 4$ эпюры этих дифракционных давлений в точках с одинаковыми угловыми координатами различаются незначительно.

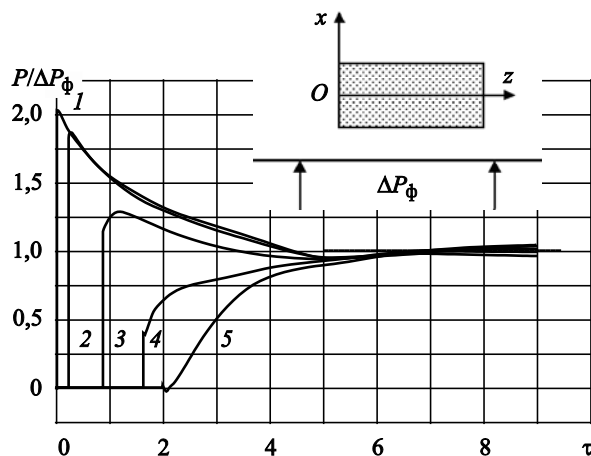


Рис. 5. Схема натекания ударной волны на цилиндр $l = 4$ и эпюры дифракционного давления на его боковой поверхности при $z = 2$ в точках с угловыми координатами $\theta = 180^\circ; 135^\circ; 90^\circ; 45^\circ; 0^\circ$ (кривые 1–5)

Fig. 5. Schematic of shock wave incidence on the cylinder ($l = 4$) and pressure distributions on cylinder sides at $z = 2$ in the points with angular coordinates $\theta = 180^\circ; 135^\circ; 90^\circ; 45^\circ; 0^\circ$ (curves 1–5)

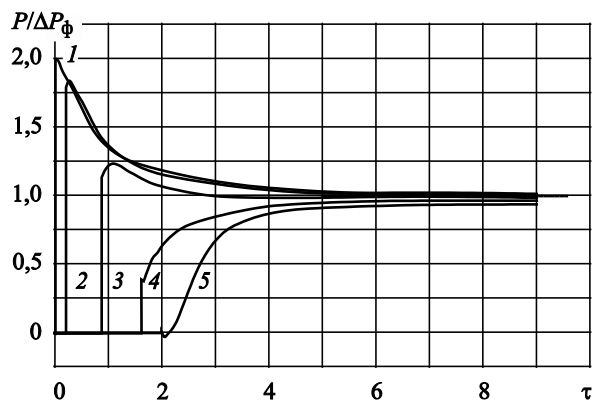


Рис. 6. Эпюры дифракционного давления на боковой поверхности цилиндра $l = 4$ в точках с угловыми координатами $\theta = 180^\circ; 135^\circ; 90^\circ; 45^\circ; 0^\circ$ при $z = 0,5$ (кривые 1–5)

Fig. 6. Diffraction pressure distributions on the sides of the cylinder ($l = 4$) in the point with angular coordinates $\theta = 180^\circ; 135^\circ; 90^\circ; 45^\circ; 0^\circ$ at $z = 0.5$ (curves 1–5)

Из приведенных на рис. 5 и 6 расчетов следует, что так же, как и для бесконечно длинного цилиндра, процесс дифракции на цилиндре конечной длины практически завершается к моменту времени $\tau = 6 \dots 7$, соответствующего пробегу ударной волной расстояния, эквивалентного 6–7 радиусам цилиндра.

На рис. 7 кривыми 1–5 изображены эпюры дифракционного давления на торце цилиндра в точках

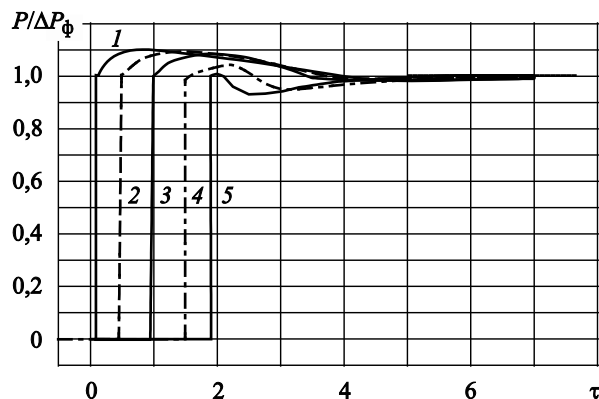


Рис. 7. Эпюры дифракционного давления, на торце цилиндра при его траверсном обтекании ударной волной при $\theta = 180^\circ$ и $r = 0,9, r = 0,5$; $\theta = 90^\circ$ и $r = 0$; $\theta = 0^\circ$ и $r = 0,5, r = 0,9$ (кривые 1–5)

Fig. 7. Diffraction pressure distributions on flat cylinder ends at transverse incidence of shock wave at $\theta = 180^\circ$ and $r = 0.9, r = 0.5$; $\theta = 90^\circ$ and $r = 0$; $\theta = 0^\circ$ and $r = 0.5, r = 0.9$ (curves 1–5)

с координатами ($r = 0,9; \theta = 180^\circ$); ($r = 0,5; \theta = 180^\circ$); ($r = 0; \theta = 90^\circ$); ($r = 0,5; \theta = 0^\circ$); ($r = 0,9; \theta = 0^\circ$). Максимальные значения давления на торце цилиндра не превышают $1,1\Delta P_\phi$.

На рис. 8 изображена гидродинамическая сила первой категории $F_z(\tau)$, действующая на торец кругового цилиндра (кривая 1) при траверсном воздействии на него ударной волны. Пунктирной линией там же изображена сила, обусловленная действием на торец только прямой волны (кривая 2).

Принимая во внимание незначительное отличие в эпюрах, можно утверждать, что дополнительное давление дает несущественный вклад в величину продольной дифракционной силы $F_z(\tau)$, действующей на торец цилиндра при траверсном воздействии на него ударной волны.

На рис. 9 сплошной линией (кривая 1) изображена погонная нагрузка, действующая на круговой цилиндр в его центральной части при траверсном натекании на него плоской ступенчатой ударной волны с амплитудой ΔP_ϕ . Пунктирной линией (кривая 2) там же приведена эпюра погонной нагрузки, действующей на бесконечно длинный круговой цилиндр. Удовлетворительное совпадение кривых 1 и 2 свидетельствует о несущественном влиянии дифракции на торцах цилиндра с относительной длиной $l = 4$ на величину действующей на него погонной нагрузки.

На рис. 10 приведена схема натекания плоской ступенчатой подводной ударной волны с амплиту-

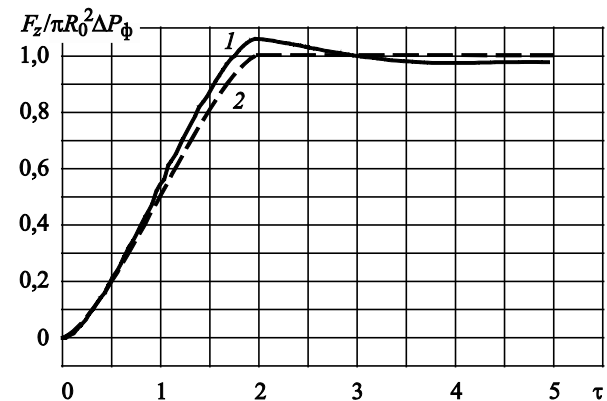


Рис. 8. Эпюры продольной силы $F_z(\tau)$, действующей на левый торец цилиндра при траверсном воздействии на него ударной волны, и силы от действия прямой волны (кривые 1–2)

Fig. 8. Distributions of longitudinal force $F_z(\tau)$ on the left-hand end face at transverse incidence of shock wave and direct shock wave incidence (curves 1–2)

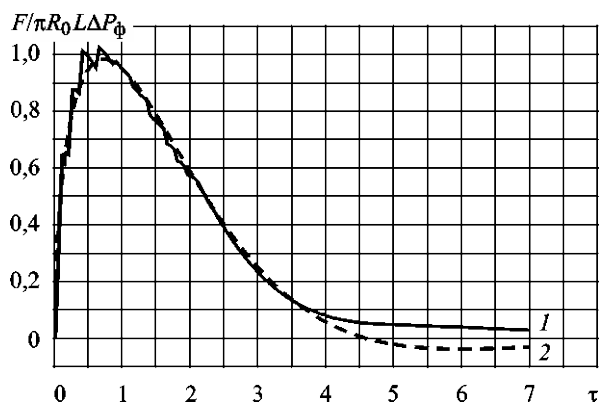


Рис. 9. Эпюры погонной нагрузки первой категории, действующей на боковую поверхность цилиндра при траверсном воздействии на него ударной волны

Fig. 9. Distributions of linear load of the 1st category acting on the cylinder side surface at transverse incidence of shock wave

дой ΔP_ϕ под углом $\alpha = 45^\circ$ к продольной оси кругового неподвижного цилиндра с относительной длиной $l = 8$. Там же изображены эпюры дифракционного давления по левому («освещенному», кривые 1–3) и правому («теневому», кривые 4–6) торцам цилиндра в точках с координатами ($r = 0,9; \theta = 180^\circ$); ($r = 0; \theta = 90^\circ$); ($r = 0,9; \theta = 0^\circ$), которые расположены на диаметре цилиндра, исходящем из точки «встречи» ударной волны с цилиндром.

На рис. 11 изображено изменение дифракционного давления по сечению цилиндра, отстоящего от левого торца на расстоянии $z = 0,5$; $z = 4,1$, в точках с угловыми координатами $\theta = 180^\circ, 135^\circ, 90^\circ, 0^\circ$. Точками изображена отнесенная к ΔP_ϕ амплитуда давления в прямой волне.

Как следует из результатов расчета, спад в эпюре давления в точке с координатой ($r = 0,9; \theta = 180^\circ$) осуществляется быстрее, чем в двух других. К моменту времени, соответствующему 5–6-кратному пробегу прямой волны вдоль оси Oz цилиндра, процесс дифракции на торцах практически заканчивается, и давление на них может быть принято равным давлению в прямой волне.

На рис. 12 изображено изменение дифракционного давления по сечению цилиндра, отстоящего от левого торца на расстоянии $z = 0,5$ и $z = 7,6$, в точках с угловыми координатами $\theta = 180^\circ, 135^\circ, 90^\circ, 0^\circ$.

Анализ приведенных расчетов позволяет сделать вывод о более быстром спаде давления в эпю-

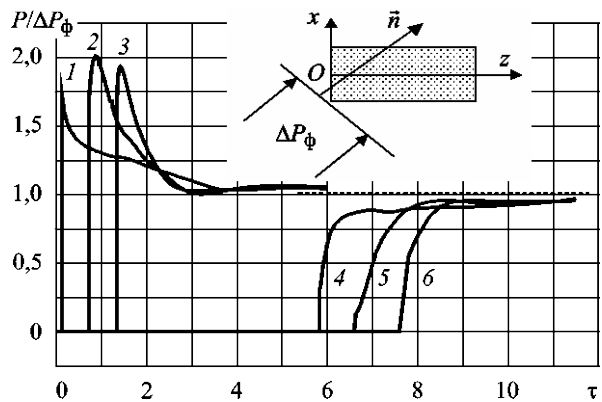


Рис. 10. Схема натекания ударной волны под углом 45° на неподвижный цилиндр и эпюры дифракционного давления в точках с координатами ($r = 0,9; \theta = 180^\circ$); ($r = 0; \theta = 90^\circ$); ($r = 0,9; \theta = 0^\circ$) на «освещенном» (кривые 1–3) и «теневом» торцах (кривые 4–6)

Fig. 10. Schematic of shock wave incidence on the stationary cylinder at 45° and pressure distributions in the points with coordinates ($r = 0,9; \theta = 180^\circ$); ($r = 0; \theta = 90^\circ$); ($r = 0,9; \theta = 0^\circ$) on illuminated end face (curves 1–3) and shaded end face (curves 4–6)

рах дифракционного давления при косом обтекании цилиндра плоской ударной волной, чем при траверсном его обтекании. Этот процесс наиболее четко проявляется в сечении $z = 0,5$, на которое оказывает влияние дифракция волны на «освещенном» торце.

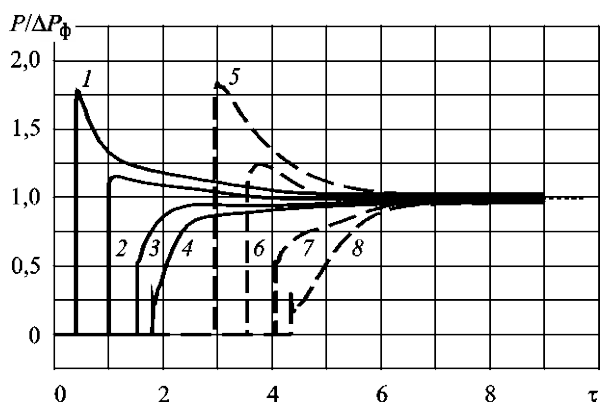


Рис. 11. Эпюры дифракционного давления на боковой поверхности цилиндра в сечениях, отстоящих от «освещенного» торца на расстояния $z = 0,5$ (кривые 1–4) и $z = 4,1$ (кривые 5–8) в точках с угловыми координатами $\theta = 180^\circ, 135^\circ, 90^\circ, 0^\circ$

Fig. 11. Diffraction pressure distributions on cylinder sides in sections at $z = 0,5$ from the illuminated end face (curves 1–4) and $z = 4,1$ (curves 5–8) at the points with angular coordinates $\theta = 180^\circ, 135^\circ, 90^\circ, 0^\circ$

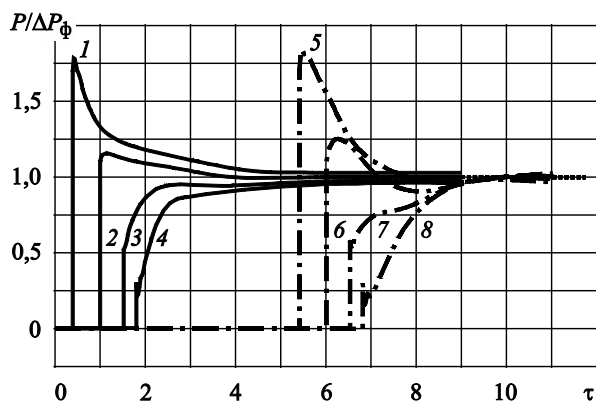


Рис. 12. Эпюры дифракционного давления на боковой поверхности цилиндра в сечениях, отстоящих от «освещенного» торца на расстояния $z = 0,5$ (кривые 1–4) и $z = 7,6$ (кривые 5–8) в точках с угловыми координатами $\theta = 180^\circ, 135^\circ, 90^\circ, 0^\circ$

Fig. 12. Diffraction pressure distributions on cylinder sides in sections at $z = 0.5$ from the illuminated end face (curves 1–4) and $z = 7.6$ (curves 5–8) at the points with angular coordinates $\theta = 180^\circ, 135^\circ, 90^\circ, 0^\circ$

На рис. 13 изображены проекции продольных гидродинамических сил первой категории $F_z/\pi R_0^2 \Delta P_\phi$, действующих на левый ($z = 0$, кривая 1) и правый ($z = 8,0$, кривая 2) торец кругового цилиндра относительной длины $l = 8$ при воздействии на него ударной волны под углом $\alpha = 45^\circ$ (рис. 10). Сплошной линией там же изображена проекция продольной результирующей силы (кривая 3), мак-

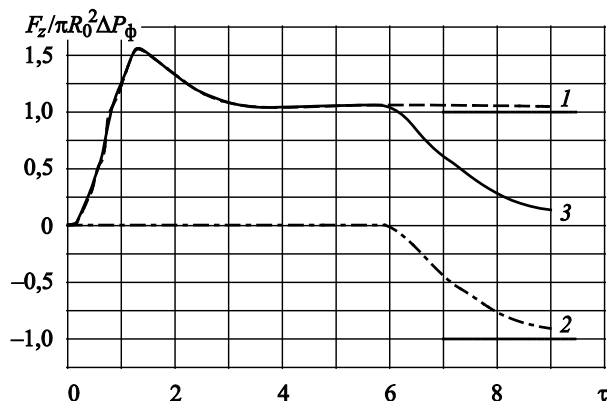


Рис. 13. Эпюры проекций на ось Oz гидродинамических сил первой категории, действующих на торцы цилиндра $\alpha = 45^\circ$: $z = 0$ и $z = 8,0$ (кривые 1 и 2) и их результирующей (кривая 3)

Fig. 13. Distributions of projected 1st category hydrodynamic forces on Oz -axis acting on cylinder end faces $\alpha = 45^\circ$, $z = 0$ and $z = 8.0$ (curves 1 & 2) and their resultant force (curve 3)

симальное значение которой $F_z = 1,56\pi R_0^2 \Delta P_\phi$ достигается в момент времени $\tau = 1,32$. Точками на рис. 13 показаны предельные при $\tau \rightarrow \infty$ значения проекций продольных гидродинамических сил первой категории $F_z/\pi R_0^2 \Delta P_\phi$.

На рис. 14 сплошными линиями изображены эпюры погонной нагрузки, действующей на боковую поверхность кругового цилиндра при натекании на него плоской ступенчатой ударной волны под углом α , равным 45° (рис. 10). Расчеты выполнены для сечений цилиндра относительной длины $l = 8$, удаленных от «освещенного» торца на относительные расстояния $z = 0,8$; $z = 4,0$ и $z = 7,4$ (кривые 1–3).

Пунктирной линией на этом же рисунке изображена погонная нагрузка, действующая на бесконечно длинный круговой цилиндр при обтекании его под углом 45° ступенчатой ударной волной.

Анализ расчетов, представленных на рис. 14, позволяет сделать следующий вывод. Максимальная величина погонной нагрузки, обусловленная дифракцией волны на «освещенном» торце цилиндра, на относительном расстоянии $z = 4,0$ и $z = 7,4$ от левого торца практически совпадает с аналогичной величиной этой нагрузки, действующей на бесконечный круговой цилиндр при обтекании его ступенчатой волной под углом 45° . Максимальная величина погонной нагрузки при $z = 0,8$ примерно на 8% меньше, чем аналогичное значение этой нагрузки при $z = 4,0$ и $z = 7,4$.

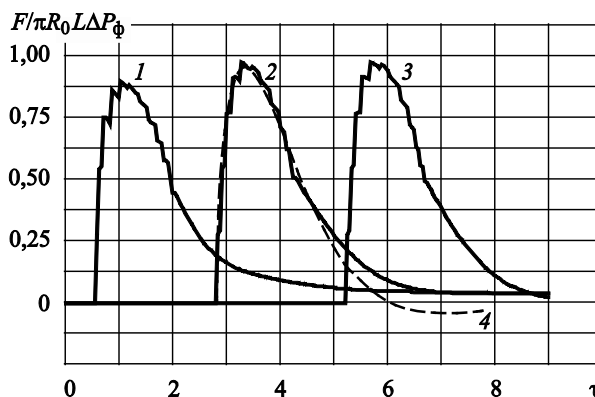


Рис. 14. Эпюры погонной нагрузки сил первой категории, действующих на боковую поверхность цилиндра $\alpha = 45^\circ$: 1 – $z = 0,8$; 2 – $z = 4,0$; 3 – $z = 7,4$; 4 (пунктир) – обтекание бесконечного кругового цилиндра под углом $\alpha = 45^\circ$

Fig. 14. Distributions of linear load of the 1st category acting on the cylinder side surface $\alpha = 45^\circ$: 1 – $z = 0.8$; 2 – $z = 4.0$; 3 – $z = 7.4$; 4 (broken line) – flow around infinite circular cylinder at $\alpha = 45^\circ$

Дифракция плоской ступенчатой подводной ударной волны на круговом цилиндре с полусферами по торцам

Diffraction of a plane stepped underwater shock wave by a circular cylinder with end semi-spheres

На рис. 15 приведена схема осесимметричного обтекания плоской ударной волны составного тела вращения, образованного цилиндром и ограниченного по торцам полусферами. Относительная длина l цилиндрической части составного тела вращения равна 4, а радиусы полусфер равны радиусу цилиндра.

Эпюры дифракционного давления на левой и правой полусфере изображены на рис. 15 и 16. Расчеты выполнялись для точек, расположенных на полусферах, имеющих на оси Oz координаты $z = 0,034$; $z = 0,293$; $z = 0,577$ (кривые 1–3) и $z = 5,423$; $z = 5,707$; $z = 5,966$ (кривые 4–6). Точками на рис. 15 и 16 изображены амплитуды давления в прямой волне, отнесенные к ΔP_ϕ .

Анализ расчетов, выполненных на рис. 15 и 16, показывает, что дифракционные процессы при продольном обтекании составного тела практически заканчиваются через промежуток времени Δt от начала обтекания полусфер, соответствующий перемещению ударной волны вдоль оси Oz на расстояние, эквивалентное 3–4 радиусам цилиндра.

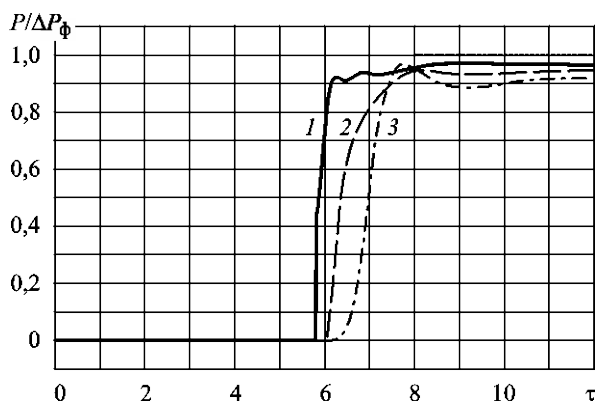


Рис. 16. Эпюры дифракционного давления на правой полусфере при продольном обтекании ударной волной цилиндра, ограниченного по торцам полусферами в точках, удаленных от начала координат на расстояния $z = 5,423$; $5,707$; $5,966$ (кривые 1–3)

Fig. 16. Diffraction pressure distributions on the right-hand semi-sphere at longitudinal shock wave incidence on cylinder constrained with end semi-spheres in points at $z = 5.423$; 5.707 ; 5.966 from the axes origin (curves 1–3)

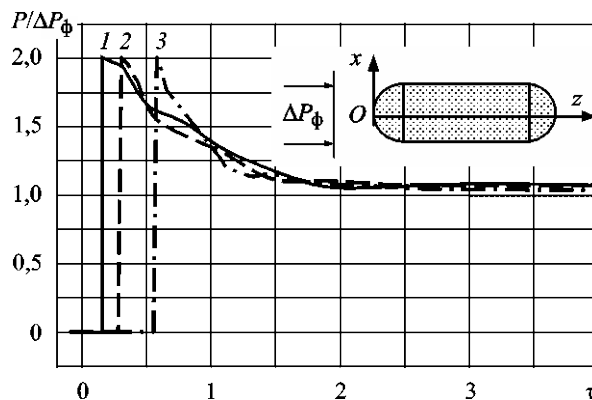


Рис. 15. Схема продольного натекания ударной волны на цилиндр, ограниченный полусферами, и эпюры дифракционного давления на левой полусфере в точках, удаленных от начала координат на расстояния $z = 0,034$; $0,293$; $0,577$ (кривые 1–3)

Fig. 15. Schematic of shock wave longitudinal incidence on the cylinder constrained with semi-spheres and diffraction pressure distributions on the left-hand semi-sphere in points at $z = 0.034$; 0.293 ; 0.577 from the axes origin (curves 1–3)

На рис. 17 изображены эпюры дифракционного давления на боковой поверхности цилиндрической части составного тела в точках с координатами $z = 1,1$; $z = 2,0$; $z = 3,0$; $z = 4,0$ (кривые 1–4). Точками на том же рисунке изображена амплитуда давления в прямой волне, отнесенная к ΔP_ϕ .

По мере перемещения прямой волны вдоль оси Oz максимум дифракционного давления убывает.

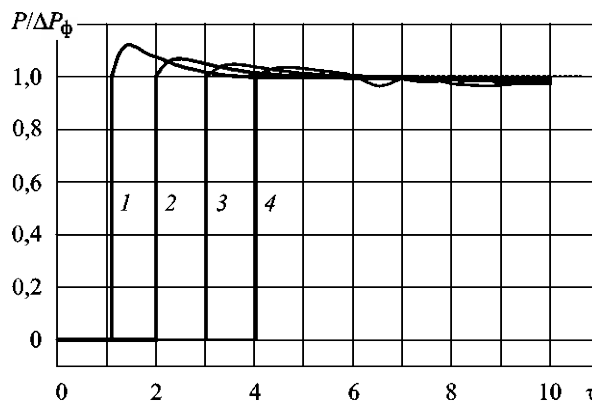


Рис. 17. Эпюры дифракционного давления на цилиндре, ограниченном полусферами, при продольном его обтекании ударной волной, в точках боковой поверхности, отстоящих от начала координат на расстояния $z = 1,1$; $2,0$; $3,0$; $4,0$ (кривые 1–4)

Fig. 17. Diffraction pressure distributions on a cylinder constrained with semi-spheres at longitudinal shock wave incidence in points on the side surface at $z = 1.1$; 2.0 ; 3.0 ; 4.0 from the axes origin (curves 1–4)

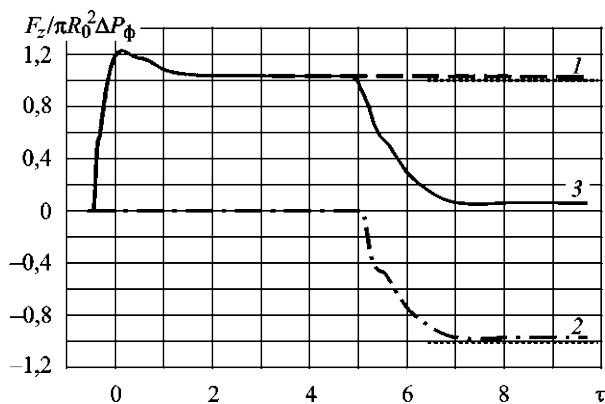


Рис. 18. Эпюры гидродинамических сил первой категории, действующих на цилиндр, с полусферами, при продольном обтекании его ударной волной: 1 – сила, действующая на левую полусферу; 2 – сила, действующая на правую полусферу; 3 – результирующая сила

Fig. 18. Distributions of the 1st category hydrodynamic forces acting on the cylinder with end semi-spheres at shock wave longitudinal incidence: 1 – force on left-hand semi-sphere; 2 – force on right-hand semi-sphere; 3 – resultant force

Так, на удалении $z = 1,1$ от начала координат максимум дифракционного давления на боковой поверхности цилиндрической части тела составляет не более $\approx 1,12\Delta P_\Phi$. К моменту времени $\tau = 3$ ударная волна перемещается вдоль оси Oz на расстояние

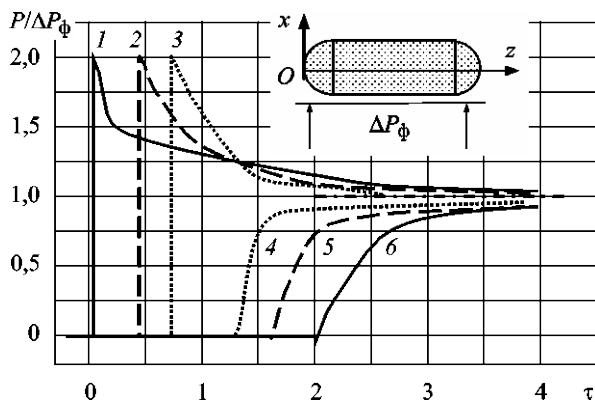


Рис. 19. Схема траверзного натекания ударной волны на цилиндр, ограниченный полусферами, и эпюры дифракционного давления на левой полусфере в точках $z = 0,975$; $\theta = 180^\circ$ и 0° (кривые 1, 6); $z = 0,575$; $\theta = 180^\circ$ и 0° (кривые 2, 5); $z = 0,275$; $\theta = 180^\circ$ и 0° (кривые 3, 4)

Fig. 19. Schematic of shock wave transverse incidence on the cylinder constrained with semi-spheres and diffraction pressure distributions on the left-hand semi-sphere in points $z = 0.975$; $\theta = 180^\circ$ and 0° (curves 1, 6); $z = 0.575$; $\theta = 180^\circ$ and 0° (curves 2, 5); $z = 0.275$; $\theta = 180^\circ$ and 0° (curves 3, 4)

$z = 3$ и давление в дифракционной волне понижается до $\approx 1,05\Delta P_\Phi$.

На основании расчетов, представленных на рис. 15–17, можно сделать вывод о практическом завершении процесса дифракции на полусферах к моментам времени, соответствующего пробегу ударной волной расстояния, эквивалентного примерно трем радиусам R_0 цилиндра.

На рис. 18 изображены эпюры гидродинамических сил первой категории, действующих на цилиндр с полусферами. Кривые 1 и 2 соответствуют эпюрам сил, действующих на левую и правую полусферы цилиндра, а кривая 3 – результирующей силе $F_z(\tau)$.

Как следует из анализа результатов расчета гидродинамической силы первой категории, действующей на левую полусферу, максимальное ее значение достигается к моменту времени $\tau = 0,7$ и составляет $F_z \approx 1,23\pi R_0^2 \Delta P_\Phi$.

На рис. 19 приведены схема траверзного обтекания плоской ударной волной составного тела вращения, образованного цилиндром с полусферами по торцам, и эпюры дифракционного давления на левой полусфере. Относительная длина l цилиндрической части составного тела вращения равна 4, а радиусы полусфер равны радиусу цилиндра.

На рис. 19 расчеты эпюр дифракционного давления на полусфере изображены в точках с координатами $z = 0,975$; $0,575$; $0,275$ при $\theta = 180^\circ$ и $\theta = 0^\circ$.

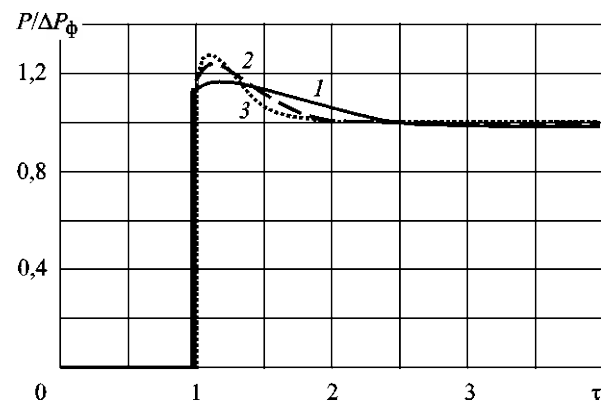


Рис. 20. Эпюры дифракционного давления при траверзном натекании ударной волны на цилиндр, ограниченной полусферами, в точках левой полусферы с координатами: $z = 0,975$; $\theta = 90^\circ$; $z = 0,575$; $\theta = 90^\circ$; $z = 0,275$; $\theta = 90^\circ$ (кривые 1–3)

Fig. 20. Diffraction pressure distributions at transverse shock wave incidence on the cylinder constrained with semi-spheres in points of the left-hand semi-sphere with coordinates: $z = 0.975$; $\theta = 90^\circ$; $z = 0.575$; $\theta = 90^\circ$; $z = 0.275$; $\theta = 90^\circ$ (curves 1–3)

На рис. 20 эпюры дифракционного давления на полусфере изображены в точках с координатами $z = 0,975; 0,575; 0,275$ при $\theta = 90^\circ$ (в точках пересечения плоскости Oxy с левой полусферой).

Максимальные значения давлений в дифракционной волне в точках пересечения плоскости Oxy с левой полусферой составляют: $P = 1,163\Delta P_\phi$ при $z = 0,97$ и $P = 1,272\Delta P_\phi$ при $z = 0,275$.

Как следует из расчетов, представленных на рис. 19 и 20, процесс дифракции ударной волны на левой полусфере заканчивается к моменту $\tau \approx 3 \dots 4$, соответствующему перемещению фронта на расстояние примерно 3–4 радиусов полусферы от начального момента контакта волны с полусферой. Аналогичный вывод справедлив и для правой полусферы.

На рис. 21 расчеты эпюр дифракционного давления изображены на полусфере в точках с координатами $z = 0,975$ при $\theta = 180^\circ$ и $\theta = 0^\circ$ и боковой поверхности цилиндра в точках с координатами $r = 1, z = 1,15; \theta = 180^\circ; \theta = 0^\circ; z = 3,05; \theta = 180^\circ; \theta = 0^\circ$.

На рис. 22 эпюры дифракционного давления на цилиндре с полусферами изображены в точках, смещенных на 90° относительно точки «встречи» ударной волны с боковой поверхностью цилиндра. Проекции расчетных точек на ось Oz удалены от начала координат на расстояния $z = 0,975; z = 1,15$ и $z = 3,05$.

Асимптотический анализ дополнительного давления в эпюре дифракционной волны при ее взаимодействии с «освещенной» стороной жесткой неподвижной регулярной (гладкой) поверхностью показывает следующее. В начальные моменты времени уменьшение давления в эпюре дифракционной волны в точке наблюдения зависит как от средней кривизны поверхности $H = 0,5(1/R_1 + 1/R_2)$, где R_1, R_2 – главные радиусы кривизны, так и от угла между внутренней нормалью \vec{n} к поверхности в точке наблюдения и нормалью \vec{N} к фронту волны в направлении ее распространения. Чем больше средняя кривизна поверхности в точке наблюдения и угол между нормальями \vec{n} и \vec{N} , тем быстрее происходит спад дифракционного давления в начальные моменты времени.

Средняя кривизна сферической поверхности (в переменных, отнесенных к ее радиусу) равна 1 ($H = 1$), а средняя кривизна цилиндрической поверхности такого же радиуса равна 0,5 ($H = 0,5$). Поэтому при одинаковом угле между нормальями \vec{n} и \vec{N} спад дифракционного давления в начальный момент времени на сферической поверхности будет происходить быстрее, чем на цилиндрической.

Максимальные значения давлений в дифракционной волне в точках пересечения плоскости Oxy с боковой поверхностью цилиндра составляют: $P = 1,196\Delta P_\phi$ при $z = 1,15$ и $P = 1,266\Delta P_\phi$ при $z = 3,0$.

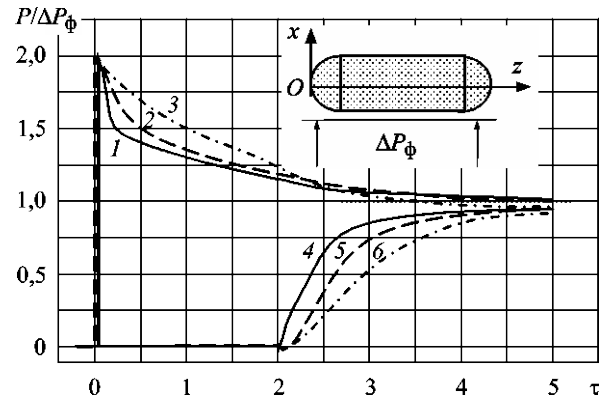


Рис. 21. Эпюры дифракционного давления на левой полусфере и на боковой поверхности цилиндра в точках с координатами: $z = 0,975; \theta = 180^\circ$ и 0° (кривые 1, 4); $r = 1; z = 1,15; \theta = 180^\circ$ и 0° (кривые 2, 5); $r = 1; z = 3,05; \theta = 180^\circ$ и 0° (кривые 3, 6)

Fig. 21. Diffraction pressure distributions on the left-hand semi-sphere and cylinder side in points with coordinates: $z = 0.975; \theta = 180^\circ$ and 0° (curves 1, 4); $r = 1; z = 1.15; \theta = 180^\circ$ and 0° (curves 2, 5); $r = 1; z = 3.05; \theta = 180^\circ$ and 0° (curves 3, 6)

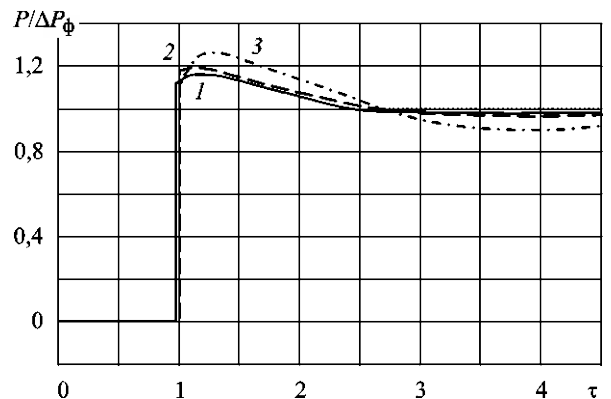


Рис. 22. Эпюры дифракционного давления при поперечном натекании ударной волны на левой полусфере и на боковой поверхности цилиндра, в точках с координатами: $z = 0,975; \theta = 90^\circ$ и $r = 1, z = 1,15; \theta = 90^\circ; z = 3,05; \theta = 90^\circ$ (кривые 1–3)

Fig. 22. Diffraction pressure distributions at shock wave transverse incidence on the left-hand semi-sphere and cylinder side in points with coordinates: $z = 0.975; \theta = 90^\circ$ and $r = 1, z = 1.15; \theta = 90^\circ; z = 3.05; \theta = 90^\circ$ (curves 1–3)

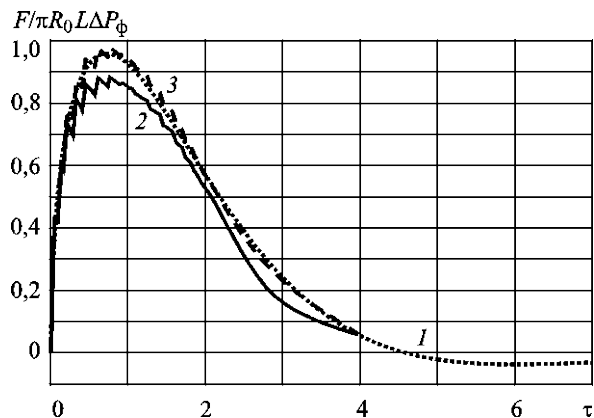


Рис. 23. Эпюры погонной нагрузки первой категории, действующей на боковую поверхность бесконечного цилиндра (кривая 1) и цилиндра, ограниченного полусферами, в точках, удаленных от стыка с левой полусферой на расстояние $z = 1,15$ и $z = 3,05$ при траверсном воздействии на него ударной волны

Fig. 23. Distribution of linear load of 1st category acting on the side surface of infinite cylinder (curve 1) and cylinder constrained with semi-spheres in points at distance of $z = 1.15$ and $z = 3.05$ from the attachment of left-hand semi-sphere (curve 2 & 3) at transverse incidence of shock wave

На рис. 23 изображены эпюры погонной нагрузки, действующей на боковую поверхность бесконечного цилиндра (кривая 1) и цилиндра с относительной длиной $l = L/R_0$, равной 4, ограниченного полусферами (кривые 2 и 3). Эпюры погонной

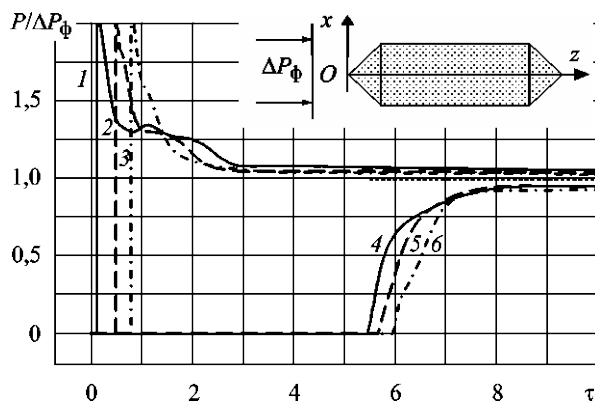


Рис. 24. Схема натекания ударной волны на цилиндр, ограниченный конусами, и эпюры дифракционного давления на конусах и боковой поверхности цилиндра в точках с координатами на оси Oz : $z = 0,1; 0,4; 0,8$ (кривые 1–3); $z = 5,2; 5,4; 5,7$ (кривые 4–6)

Fig. 24. Schematic of shock wave incidence on the cylinder constrained with end tapers and diffraction pressure distributions on tapers and cylinder sides in points with coordinates of the Oz -axis: $z = 0.1; 0.4; 0.8$ (curves 1–3); $z = 5.2; 5.4; 5.7$ (curves 4–6)

нагрузки на боковой поверхности цилиндра с полусферами рассчитаны в сечениях цилиндра, удаленных от начала координат (рис. 21) на расстояния $z = 1,15$ и $z = 3,05$.

Сравнение эпюр погонных нагрузок, действующих на бесконечный цилиндр и в сечении цилиндра вблизи стыка с левой полусферой при $z = 1,15$, позволяет сделать вывод о незначительном отличии в полноте эпюр и их максимальных значениях, различающихся на $\approx 8,5\%$, что обусловлено дифракцией ударной волны на полусфере.

Дифракция плоской ступенчатой подводной ударной волны на круговом цилиндре с конусами и плоским торцом

Diffraction of a plane stepped underwater shock wave by a circular cylinder with tapers and flat end

На рис. 24 приведена схема осесимметричного обтекания плоской ударной волны составного тела вращения, образованного цилиндром и ограниченного конусами по торцам. Относительная длина l цилиндрической части составного тела вращения равна 4, а конусы по торцам цилиндра имели угол полураствора 45° . Расчеты эпюр дифракционного давления (рис. 24) выполнялись для точек, расположенных на конусах, имеющих на оси Oz координаты

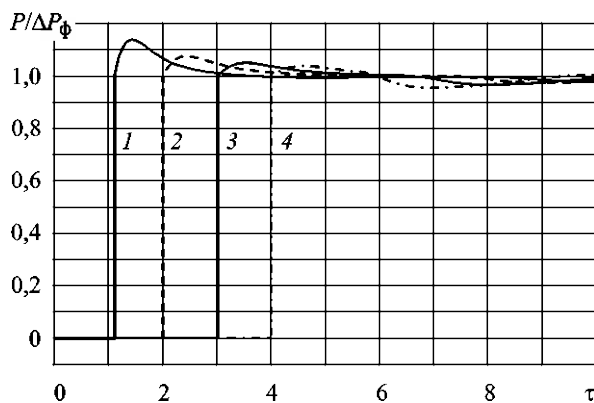


Рис. 25. Эпюры дифракционного давления на боковой поверхности цилиндра, ограниченного конусами, при продольном натекании на него ударной волны в точках с координатами на оси Oz : $z = 1,1; z = 2,0; z = 3,0; z = 4,0$ (кривые 1–4)

Fig. 25. Diffraction pressure distributions on the sides of the cylinder constrained with tapers at shock wave longitudinal incidence in points with coordinates of the Oz -axis: $z = 1.1; z = 2.0; z = 3.0; z = 4.0$ (curves 1–4)

наты $z = 0,1$; $z = 0,4$; $z = 0,8$ (кривые 1–3) и $z = 5,2$; $z = 5,4$; $z = 5,7$ (кривые 4–6).

На рис. 25 изображены эпюры дифракционного давления на боковой поверхности цилиндра, ограниченного конусами, в точках, имеющих на оси Oz координаты $z = 1,1$; $z = 2,0$; $z = 3,0$ и $z = 4,0$ (кривые 1–4). Точками на рис. 24 изображены амплитуды давлений в прямой волне, отнесенные к ΔP_Φ .

Максимальные значения давлений в дифракционной волне в точках пересечения плоскости Oxz с цилиндром составляют: $P = 1,135\Delta P_\Phi$ при $z = 1,1$, $P = 1,073\Delta P_\Phi$ при $z = 2,0$, $P = 1,048\Delta P_\Phi$ при $z = 3,0$ и $P = 1,035\Delta P_\Phi$ при $z = 4,0$.

Как следует из результатов расчета, при продольном обтекании ударной волной изображенного на рис. 24 составного тела вращения дифракционные процессы практически заканчиваются через промежуток времени Δt , соответствующий перемещению ударной волны вдоль оси Oz на расстояние, эквивалентное 3–4 радиусам цилиндра.

На рис. 26 изображены эпюры гидродинамических сил первой категории при продольном натекании ударной волны на цилиндр с относительной длиной $l = 4$, ограниченный по торцам конусами с углом полураствора 45° .

Кривые 1 и 2 соответствуют эпюрам сил, действующих на левый и правый конусы, а кривая 3 – результирующей силе $F_z(\tau)$.

Как следует из анализа результатов расчета гидродинамической силы первой категории, действующей на левый конус, максимальное ее значение достигается к моменту времени $\tau = 1$ и составляет $F_z \approx 1,67\pi R_0^2 \Delta P_\Phi$.

К моменту времени $\tau = 3$ фронт ударной волны перемещается вдоль оси Oz к среднему сечению цилиндра и продольное значение гидродинамической силы, действующей на левый конус, принимает значение $F_z \approx \pi R_0^2 \Delta P_\Phi$ (точное значение силы F_z отмечено точками на рис. 26).

На рис. 27 изображены эпюры результирующей гидродинамической силы первой категории F_z при продольном натекании ударной волны на цилиндр, ограниченный с левого торца конусами с углами полураствора 90° , 45° , 30° , 20° и 15° и плоским правым торцом. Общая длина такого составного тела вращения равна $6R_0$. В зависимости от угла полураствора (90° , 45° , 30° , 20° и 15°) конуса максимальные значения результирующей силы F_z соответственно равны $F_z \approx 2\pi R_0^2 \Delta P_\Phi$; $F_z \approx 1,64\pi R_0^2 \Delta P_\Phi$; $F_z \approx 1,37\pi R_0^2 \Delta P_\Phi$; $F_z \approx 1,21\pi R_0^2 \Delta P_\Phi$ и $F_z \approx 1,14\pi R_0^2 \Delta P_\Phi$.

На рис. 28 изображена схема натекания плоской подводной ударной волны под углом α (под углом α понимается угол между нормалью \vec{N} к фронту волны в направлении ее распространения и осью Oz) на составное тело вращения, образованное конусом

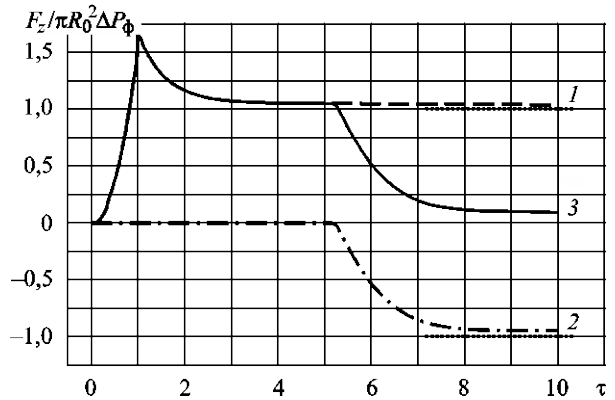


Рис. 26. Эпюры гидродинамических сил первой категории, действующих на цилиндр, ограниченный по торцам конусами при продольном обтекании его ударной волной: 1 – сила, действующая на левый конус; 2 – сила, действующая на правый конус; 3 – результирующая сила

Fig. 26. Distributions of the 1st category hydrodynamic forces acting on the cylinder constrained with end tapers at shock wave longitudinal incidence: 1 – force on left-hand taper; 2 – force on right-hand taper; 3 – resultant force

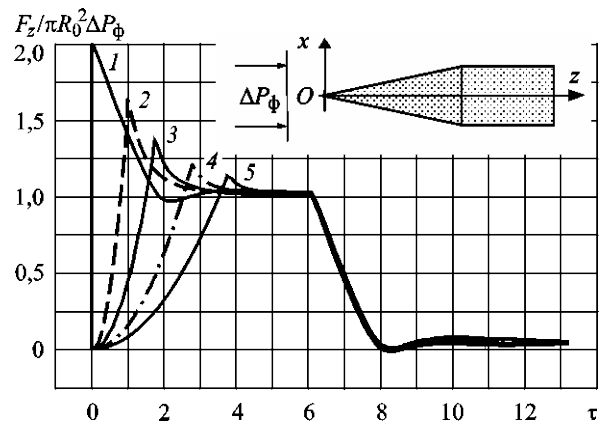


Рис. 27. Схема натекания ударной волны на цилиндр, ограниченный конусом и плоским торцом, и эпюры результирующей силы F_z первой категории, действующей на цилиндр с конусом, при углах полураствора конуса 90° ; 45° ; 30° ; 20° и 15° (кривые 1–5)

Fig. 27. Schematic of shock wave incidence on the cylinder constrained taper and flat end and distributions of resultant force F_z of the 1st category acting on the cylinder with taper at half-angle of taper 90° ; 45° ; 30° ; 20° and 15° (curves 1–5)

с углом полураствора 45° и цилиндром с относительной длиной l равной 4. На том же рисунке изображены эпюры проекции F_z гидродинамической силы первой категории, действующей на составное тело при углах натекания ударной волны под углами α , равными 0° ; 45° и 75° .

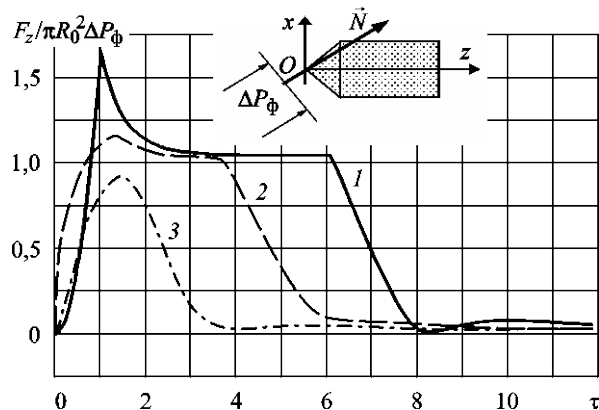


Рис. 28. Схема натекания ударной волны на цилиндр, ограниченный конусом с углом полураствора 45° и плоским торцом, и эпюры проекции силы F_z первой категории при углах α натекания ударной волны на составное тело под углами 0° ; 45° ; и 75° (кривые 1–3)

Fig. 28. Schematic of shock wave incidence on the cylinder constrained with a taper at half angle of 45° and a flat end and distribution of projected 1st category force F_z at shock wave incidence angles α on complex body at angles 0° ; 45° ; 75° (curves 1–3)

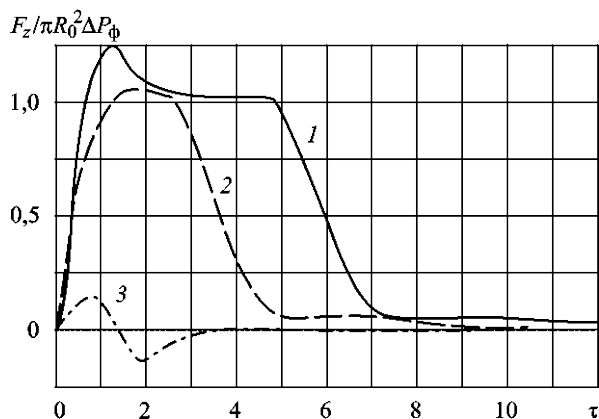


Рис. 29. Эпюры проекции силы F_z первой категории, действующей на цилиндр с углом полураствора конуса 45° и плоским торцом, при углах α натекания ударной волны на составное тело под углами 30° ; 60° и 90° (кривые 1–3)

Fig. 29. Distributions of the 1st category F_z force acting on the cylinder at taper half-angle 45° and flat end at shock wave incidence angles α on complex body at angles 30° ; 60° and 90° (curves 1–3)

Максимальное значение проекции гидродинамической силы $F_z = 1,618\pi R_0^2 \Delta P_\phi$ достигается при продольном обтекании составного тела в момент времени $\tau = 1$. С увеличением угла натекания α максимальные значения проекции гидродинамической силы F_z убывают и при $\alpha = 45^\circ$ и $\alpha = 75^\circ$ равны $F_z = 1,141\pi R_0^2 \Delta P_\phi$ в момент времени $\tau = 1,34$ и $F_z = 0,909\pi R_0^2 \Delta P_\phi$ в момент времени $\tau = 1,46$.

На рис. 29 изображены эпюры проекции F_z гидродинамической силы первой категории, действующей на составное тело при углах натекания ударной волны под углами α , равными 30° ; 60° и 90° . Максимальные значения проекций гидродинамических сил F_z при $\alpha = 30^\circ$ и $\alpha = 60^\circ$ соответственно равны $F_z = 1,251\pi R_0^2 \Delta P_\phi$ в момент времени $\tau = 1,27$ и $F_z = 1,062\pi R_0^2 \Delta P_\phi$ в момент времени $\tau = 1,71$. При траверсном обтекании составного тела вращения проекция гидродинамической силы F_z имеет знакопеременные значения, изменяющиеся в интервале от $-0,134\pi R_0^2 \Delta P_\phi$ до $0,151\pi R_0^2 \Delta P_\phi$.

Заключение

Conclusion

На основе конечно-разностного метода С.К. Годунова разработано программное обеспечение (ПО) для ПЭВМ, позволяющее анализировать изменение дифракционного давления на неподвижных жестких составных телах вращения с общей продольной осью при натекании на них под произвольным углом плоских подводных ударных волн. С помощью разработанного ПО исследованы изменения эпюр дифракционного давления на типовых составных телах вращения в форме цилиндра, ограниченного по торцам полусферой, конусами с различными углами полураствора и плоским торцом.

В результате моделирования процесса дифракции плоской ступенчатой подводной ударной волны на цилиндре с плоскими торцами установлено следующее. При продольном натекании плоской ударной волны на цилиндр с плоскими торцами давление на торце цилиндра, с которым происходит взаимодействие фронта в начальный момент времени $\tau = 0$, удваивается.

К моменту времени τ , соответствующему пробегу волны разряжения по «освещенному» торцу цилиндра от кромки к его центру, происходит выравнивание дифракционного давления как по «освещенному», и приближение величины дифракционного давления на нем к давлению в прямой волне. Максимальное значение дифракционного давления на цилиндрической поверхности состав-

ляет не более $\approx 1,15\Delta P_\phi$ и достигается вблизи «освещенного» торца на расстоянии $\approx 0,1R_0$ ($z = 0,1$) от него.

По мере перемещения прямой волны вдоль боковой поверхности цилиндра от «освещенного» торца к «теневого» максимум дифракционного давления убывает. На расстоянии $\approx 1,5R_0$ ($z = 1,5$) от кромки «освещенного» торца давление в дифракционной волне понижается до $\approx 1,05\Delta P_\phi$. При взаимодействии прямой волны с «теньвым» торцом цилиндра давление на нем повышается постепенно, по мере его охвата распространяющейся от кромки цилиндра дифракционной волной.

К моменту времени, соответствующему достижению дифракционной волной центра торца, над его центральной зоной происходит наибольшее повышение давления до $\approx 1,1\Delta P_\phi$, после чего происходит его плавное снижение до величины давления в прямой волне к моменту времени, соответствующему удалению прямой волны от «теневого» торца на расстояние $\approx 3R_0 \dots 4R_0$. При длине цилиндра более $2R_0$ влиянием на «освещенный» торец дифракционного процесса на «теньвом» торце можно пренебречь.

При продольном натекании плоской ударной волны на цилиндр, ограниченный полусферами или конусами, давление на оконечностях в точках «встречи» фронта волны с поверхностями оконечностей удваиваются. Однако уменьшение давления в эпоре дифракционного давления на сферической и конической оконечностях оказывается различным. Для конической оконечности спад дифракционного давления на ней существенно зависит от угла полураствора конуса. Спад в эпоре дифракционного давления на полусфере до величины давления в прямой волне происходит за промежуток времени, соответствующий перемещению фронта волны вдоль оси цилиндра на расстояние $2R_0 \dots 3R_0$. При перемещении фронта ударной волны на расстояние $\approx 1,1R_0$ от начала координат максимум дифракционного давления на боковой поверхности цилиндрической части тела оставляет не более $\approx 1,12\Delta P_\phi$, а при перемещении фронта волны вдоль цилиндра на расстояние $\approx 3,0R_0$ от начала координат максимум давления в дифракционной волне убывает до $\approx 1,05\Delta P_\phi$.

Взаимодействие прямой волны с полусферой на противоположном торце цилиндра сопровождается постепенным повышением давления на ней, по мере ее обтекания дифракционной волной. Плавное повышение дифракционного давления на полусфере, размещенной на «теньвом» торце цилиндра,

до величины давления в прямой волне происходит к моменту времени, соответствующему удалению прямой волны от полусферы «теневого» торца на расстояние $\approx 3R_0 \dots 4R_0$.

Спад в эпоре дифракционного давления на конусе до величины давления в прямой волне происходит тем быстрее, чем меньше угол полураствора конуса. При углах полураствора конуса от 15° до 90° спад в эпоре дифракционного давления на конусе до величины давления в прямой волне происходит за промежутки времени, соответствующий перемещению фронта волны вдоль оси цилиндра на расстояние $2R_0 \dots 3R_0$. Причем при углах полураствора конуса от 15° до 45° спад давления в эпоре дифракционного давления происходит более резко, чем при углах полураствора конуса от 45° до 90° .

При перемещении фронта ударной волны на расстояние $\approx 1,1R_0$ от начала координат максимум дифракционного давления на боковой поверхности цилиндра, ограниченного конусом с углом полураствора 45° , составляет не более $\approx 1,14\Delta P_\phi$, а на расстоянии $\approx 3,0R_0$ от начала координат максимум давления в волне близок к $\approx 1,05\Delta P_\phi$.

Расчеты показывают, что при длине цилиндра более $2R_0$, ограниченного по торцам полусферами или конусами, взаимным влиянием дифракционных давлений на оконечностях можно пренебречь.

При траверзном обтекании рассмотренных типовых тел вращения с длиной цилиндра $4R_0$ и более влияние формы оконечностей по торцам практически не влияет на эпоры дифракционного давления, действующего на цилиндр в сечениях, отстоящих от его торцов на расстояния более R_0 . Эпоры дифракционного давления, действующего на цилиндр в сечениях, отстоящих от его торцов на расстояние более R_0 , практически мало отличаются от эпор давлений, действующих на бесконечно длинный цилиндр при траверзном воздействии на него ударной волны.

Спад в эпорах дифракционного давления, действующего на цилиндр в сечениях, отстоящих от его торцов на расстояние менее R_0 , происходит быстрее, чем в эпорах давлений, действующих на бесконечно длинный цилиндр при траверзном воздействии на него ударной волны.

Разработанное программное обеспечение позволило выяснить характер изменения гидродинамических сил первой категории, действующих на выбранные типы тел вращения, ограниченных полусферами, конусами и плоскими торцами при произвольных углах натекания ударной волны. Выполненные расчеты могут быть полезны как для

разработки приближенных методов расчета давлений на составных телах вращения, так и для прогноза давлений на них при проведении экспериментальных исследований.

Список использованной литературы

1. *Андреев Ю.В.* Дифракция плоской единичной волны давления на составных абсолютно твердых жестких цилиндрах при продольном воздействии // *Материалы по обмену опытом / НТО судостроителей им. акад. А.Н. Крылова. Ленинград : Судостроение, 1990. Вып. 496 : Прочность корпусов судов и плавучих сооружений. С. 49–57.*
2. *Карпенко В.В., Колтон Г.А.* Метод расчета внешних сил на жестких составных телах вращения // *Труды научно-техн. конф., посвященной 125-летию со дня рождения и 90-летию со дня вступления в должность заведующего Опытным бассейном И.Г. Бубнова. Санкт-Петербург : ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 1998. С. 147–148.*
3. *Карпенко А.В., Карпенко В.В., Колтон Г.А.* Численное моделирование дифракции плоской ударной волны на жестких неподвижных составных телах вращения // *Конференция по строительной механике корабля, посвященная памяти академика Ю.А. Шиманского : тезисы докл. Санкт-Петербург : ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 1999. С. 104–106.*
4. *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Д.* [и др.]. Численное решение многомерных задач газовой динамики. Москва : Наука, 1976. 400 с.
5. *Замышляев Б.В., Яковлев Ю.С.* Динамические нагрузки при подводном взрыве. Ленинград : Судостроение, 1967. 386 с.
6. *Мнев Е.Н., Перцев А.К.* Гидроупругость оболочек. Ленинград : Судостроение, 1970. 365 с.
7. *Методы расчета оболочек : [В 5 т.]. Т. 5 : Теория нестационарной аэрогидроупругости оболочек / А.Н. Гузь, В.Д. Кубенко. Киев : Наук. думка, 1982. 400 с.*
8. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика : в 2 частях. 6-е изд., испр. и доп. Москва : Физматгиз, 1963. 2 ч.

References

1. *Andreev Yu.A.* Diffraction of plane unit pressure wave by complex absolutely rigid cylinders at longitudinal impact // *Exchange of experience materials / All-Union Krylov Science & Engineering Society. Leningrad : Sudostroenie, 1990. Vol. 496. Strength of ships and floating structures. P. 49–57 (in Russian).*

2. *Karpenko V.V., Kolton G.A.* Method for calculation of external forces on complex rigid bodies of rotation. Paper summary // *Proceedings of Science & Engineering Conference dedicated to 125th anniversary of I.G. Bubnov. St. Petersburg : Krylov Central Research Institute, 1998. P. 147–148 (in Russian).*
3. *Karpenko A.V., Karpenko V.V., Kolton G.A.* Numerical simulation of plane shock wave diffraction by stationary rigid complex bodies of rotation. Paper summary // *Proceedings of Science & Engineering Conference dedicated to the memory of Academician Yu.A. Shimansky. St. Petersburg : Krylov Central Research Institute, 1999. P. 104–106. (in Russian).*
4. *Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.D.* [et al]. Numerical solution of multidimensional problems in fluid dynamics. Moscow : Nauka, 1976. 400 p. *(in Russian).*
5. *Zamyshlyayev B.V., Yakovlev Yu.S.* Dynamic loads at underwater explosion. Leningrad : Sudostroenie, 1967. 386 p. *(in Russian).*
6. *Mnev E.N., Pertsev A.K.* Hydroelasticity of shells. Leningrad : Sudostroenie, 1970. 365 p. *(in Russian).*
7. *Methods of shell calculation : [5 vol.]. Vol. 5. Theory of non-stationary aerohydroelasticity of shells / A.N. Guz, V.D. Kubenko. Kiev : Nauk. dumka, 1982. 400 p. (in Russian).*
8. *Kochin N.E., Kibel I.A., Rose N.V.* Theoretical Hydro-mechanics. Moscow : Physmathgiz, 1963. 2 parts *(in Russian).*

Сведения об авторах

Карпенко Валентин Викторович, к.т.н., главный специалист 11 отдела ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, 44. Тел.: +7 (812) 386-67-03. E-mail: v_karpenko@ksrc.ru.

Колтон Гарри Абрамович, к.ф.-м.н., бывш. сотрудник ФГБОУВО «Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II». E-mail: hakolton@gmail.com.

About the authors

Valentin V. Karpenko, Cand. Sci. (Eng.), Chief Specialist of the 11th Department, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 386-67-03. E-mail: v_karpenko@ksrc.ru.

Garry A. Kolton, Cand. Sci. (Phys.&Math.), ex-employee of the St. Petersburg State Mining Institute (Technical University), St. Petersburg, Russia. E-mail: hakolton@gmail.com.

Поступила / Received: 13.03.23
Принята в печать / Accepted: 06.12.23
© Карпенко В.В., Колтон Г.А., 2023