ФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛЯ КОРАБЛЯ

DOI: 10.24937/2542-2324-2021-4-398-129-137
УДК 551.46.09+53.082.5

А.К. Завьялов, Ю.М. Патраков
ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВУГРАННОГО ОТРАЖАТЕЛЯ С ЛАМБЕРТОВСКИМИ ГРАНЯМИ ПО МЕТОДУ ЛУЧИСТОГО САЛЬДО

Объект и цель научной работы. Совершенствование метода расчета отражательных характеристик при дистанционной лазерной локации двугранного отражателя с равными ламбертовскими гранями, равными коэффициентами отражения каждой грани при использовании обобщенного метода лучистого сальдо. Развитие оптических методов и аналитических средств исследования, расчета оптических характеристик архитектурных конструкций и судов.
Материалы и методы. Аналитические методы расчета, компьютерные программы, расчетные методы дистанционной лазерной локации с учетом оптических параметров и отражающей способности двугранных отражателей, которые используются при расчете оптического поля судовых конструкций.
Основные результаты. Повышение эффективности, точности расчетных методов в лазерной локации при исследованиях уголковых отражателей надводных морских объектов.
Заключение. Представленные расчетные методы дистанционной лазерной локации открывают дополнительные возможности при проведении тестовых оптиколокационных измерений уровня отраженного оптиколокационного сигнала от морских конструкций и судов.
Ключевые слова: лазерная локация, расчетные методы, трасса зондирования, коэффициент габаритной яркости (КГЯ), эффективная площадь рассеяния (ЭПР), коэффициент отражения (КО), угол раскрыва двугранного отражателя.
Авторы заявляют об отсутствии возможных конфликтов интересов.

SHIP SIGNATURES

DOI: 10.24937/2542-2324-2021-4-398-129-137
UDC 551.46.09+53.082.5

A. Zavyalov, Yu. Patrakov
Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

UNIVERSAL CALCULATION METHOD FOR OPTICAL REFLECTION CHARACTERISTICS OF DIHEDRAL REFLECTOR WITH LAMBERT SURFACES AS PER RADIATIVE BALANCE METHOD

Object and purpose of research. This paper discusses the ways to improve current calculation method for reflection parameters during remote laser detection and ranging by means of a dihedral reflector with Lambert surfaces equal to reflection coefficients of each surface as per the generalized method of radiative balance. The study also discusses the evolution of optical methods and analytical research tools in this domain, as well as laser signature calculation for various ships and other structures.

Для цитирования: Завьялов А.К., Патраков Ю.М. Универсальный метод расчета отражательных оптических характеристик двугранного отражателя с ламбертовскими гранями по методу лучистого сальдо. Труды Крыловского государственного научного центра. 2021; 4(398): 129–137.
For citations: Zavyalov A., Patrakov Yu. Universal calculation method for optical reflection characteristics of dihedral reflector with lambert surfaces as per radiative balance method. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2021; 4(398): 129–137 (in Russian).

Materials and methods. Analytical calculation methods, software, calculation methods for remote laser detection and ranging taking into account optical parameters and reflection coefficient of dihedral reflectors used to calculate laser signature of ship structures.
Main results. Improved efficiency and accuracy of calculation methods for laser detection and ranging with respect to dihedral reflectors for surface ships.
Conclusion. Calculation methods of remote laser detection and ranging suggested in this paper offer additional capabilities in lidar signature measurements of ships and other structures.
Key words: laser detection and ranging, calculation methods, probing route, overall luminosity coefficient (OLC), laser cross section (LCS), reflection coefficient, aperture angle of dihedral reflector.
The authors declare no conflicts of interest.

Введение
Introduction

Разработка универсального метода расчета оптических отражательных характеристик при моностатической дистанционной лазерной локации двугранного отражателя по обобщенному методу лучистого сальдо с равными ламбертовскими гранями, одинаковым коэффициентом отражения, в предположении заданной конечной протяженности ребра отражателя, предназначена для совершенствования аналитических методов и средств лазерной локации, удаленных судов и архитектурных форм, расположенных на поверхности гидросферы.

В ранних работах [1–3] разработаны методы, программы расчетов ЭПР и КГЯ. В работе [3] приведены результаты расчетов на электронной вычислительной машине (ЭВМ) БЭСМ-6. Результаты расчетов ЭПР и КГЯ, где ЭПР и КГЯ представлены в виде функций $\sigma(\rho, \varphi, \varphi_\rho)$, $\beta(\rho, \varphi, \varphi_\rho)$, показали существенную зависимость от коэффициента отражения – ρ, угла падающего луча – φ, угла раскрыва отражателей – φ_ρ. В ходе проведенных исследований, выбора оптимального метода решений, включающего прямую итерацию, пробное решение и численное интегрирование, создана научно обоснованная база данных. Эта база позволяет усовершенствовать метод расчета ЭПР и КГЯ, адаптируя его к новым программам и средствам компьютерного расчета.

Полученный новый метод расчета отражательных характеристик можно использовать в программах расчета с обновленной базой, созданных на основе математического пакета программ Mathcad, Math lab и других средств. Усовершенствованная программа имеет универсальный характер, она применяется для расчетов оптических характеристик отраженного оптического поля на основе программ Mathcad, OriginPro 8.1.

Расчеты выполнялись для плоскости двугранного отражателя при варьировании со следующими параметрами: коэффициент отражения $\rho = 0{,}1;\ 0{,}5;\ 1{,}0$; угол раскрыва $\varphi_\rho = 15°;\ 25°;\ 35°;\ 40°;\ 50°;\ 60°$; угол между биссектрисой угла раскрыва φ_ρ и направлением облучения $\varphi = 0–\varphi_\rho$ с шагом $\varphi_\rho/5$. В расчетах использовались допущения метода лучистого сальдо [4], которые предполагают следующие условия: 1 – подлежащая анализу система поверхностей принимается замкнутой, отверстия в замкнутой системе рассматриваются как мнимые поверхности; 2 – вся поверхность рассматриваемой системы разбивается на условное количество зон; 3 – для каждой зоны оптические свойства поверхности постоянны и не зависят от направления; 4 – поверхностные плотности поглощаемого и рассеиваемого лучистых потоков для поверхности каждой зоны постоянны; 5 – излучение, отраженное каждой поверхностью, может быть представлено в виде суммы диффузной и зеркальной составляющих.

Метод лучистого сальдо, удовлетворяющий условиям 1–5, называется ***упрощенным***. Если условие 4 не соблюдается, то метод лучистого сальдо называется ***обобщенным***. В работе исследована зеркальная составляющая оптического поля.

Постановка задачи
Formulation of task

Программа создана на основе разработанных теории и алгоритма расчета, накопленного опыта работы в области измерений отраженного оптиколокационного поля отражателей [1–3] при дистанционной лазерной локации в атмосфере. Использование программы расчета позволяет расчетным путем определить ЭПР и КГЯ отраженного оптиколокационного поля архитектурных форм, применяемых в судостроении.

Программа позволяет создать архитектурные формы судовых конструкций с пониженным уровнем отраженного оптиколокационного поля, адаптировать метод расчета и расчетную базу данных к современным программам, сократить трудоемкость работ и обеспечить снижение вероятности появления ошибок при проведении измерений оптиколокационного поля в условиях атмосферы.

Исходными данными для программы являются: оптиколокационные характеристики архитектурных форм, угловые характеристики граней отражателя, площадь поверхности излучателя, коэффициент отражения граней отражателя, расстояние от излучателя до объекта.

Двугранный отражатель с равными гранями $L_1 = L_2$ и ребром заданной протяженности имеет ЭПР, которая определяется известными выражениями, представленными в работе [3]:

$$\sigma = \pi R^2 E_{\text{п}} / E_{\text{т}}, \quad (1)$$

$$E_{\text{т}} = M_{\text{и}} S_{\text{и}} / \pi R^2, \quad (2)$$

$$E_{\text{п}} = [\cos\alpha_1 \int E_1(x)dx + \cos\alpha_2 \int E_2(y)dy] \cdot \rho / \pi R^2, \quad (3)$$

где интегральные выражения имеют пределы: верхний – L и нижний по координатам $x = 0$, $y = 0$ (вершины отражателя); α_1 и α_2 – угловые характеристики соответственно от нормалей n_1 и n_2 до направленного светового потока излучателя (И).

Члены уравнений представляют собой: L – ширину граней отражателя; $\cos\alpha_1 = \sin(\varphi_\rho - \varphi)$ и $\cos\alpha_2 = \sin(\varphi_\rho + \varphi)$ в плоскости, перпендикулярной ребру отражателя. Кроме того, R – расстояние от излучателя до объекта ($R >> L$); $M_{\text{и}}$ – светимость излучателя; $S_{\text{и}}$ – площадь поверхности излучателя; $E_{\text{п}}(\varphi_\rho, \varphi, \rho, L)$ – освещенность входного зрачка приемника; $E_{\text{т}}$ – нормальная освещенность в области размещения отражателя; $E_1(x)$, $E_2(y)$ – распределение освещенности вдоль граней 1 и 2.

На рис. 1 в схематичной форме представлен двугранный отражатель, где (И) – излучатель светового потока; 1 и 2 – грани отражателей; x, y – координаты; α_1, α_2 – соответственно углы от нормалей n_1, n_2:

Функции $E_1(x)$ и $E_2(y)$ являются решением системы двух интегральных уравнений

$$E_1(x) = \rho \int E_2(y)K(x, y)\mathrm{d}y + M_{\text{и}}\eta_{1\text{-и}}, \quad (4)$$

$$E_2(y) = \rho \int E_1(x)K(x, y)dx + M_{\text{и}}\eta_{2\text{-и}}, \quad (5)$$

где $\eta_{1\text{-и}} = \cos\alpha_1 \cdot S_{\text{и}} / \pi R^2$; $\eta_{2\text{-и}} = \cos\alpha_2 \cdot S_{\text{и}} / \pi R^2$; $K(x, y)$ – представлено в интегральных уравнениях (4, 5) в виде выражения:

$$K(x, y) = x \cdot y \cdot \sin^2(2\,\varphi_\rho) / 2(x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot y \cdot \cos 2\varphi_\rho)^{1,5}. \quad (6)$$

Принимая во внимание выражения (1) и (3), находим выражение для расчета нормированной ЭПР. Однако т.к. поверхностные плотности поглощаемого и рассеиваемого лучистых потоков для поверхности каждой зоны не являются постоянными величинами, то метод лучистого сальдо является ***обобщенным***. Таким образом, приходим к следующему выражению ЭПР, нормированному по обобщенному методу лучистого сальдо:

$$T = \sigma / \rho L = [\cos\alpha_1 \int E_1(x)dx + \cos\alpha_2 \int E_2(y)dy] / L \cdot E_{\text{т}}, \quad (7)$$

где интегральные выражения имеют верхние пределы L и нижние пределы $x = y = 0$.

Выражение для нормированной ЭПР по упрощенному методу лучистого сальдо [1, 2] имеет следующий вид:

$$T^{(0)} = \sigma^{(0)}(\rho, \varphi_\rho, \varphi) / \rho L = [\sin^2(\varphi_\rho - \varphi) + \sin^2(\varphi_\rho + \varphi) + \\ + \rho(1 - \sin\varphi_\rho)(\cos 2\varphi - \cos 2\varphi_\rho)] / [1 - \rho^2(1 - \sin\varphi_\rho)^2]. \quad (8)$$

Таким образом, мы имеем возможность сопоставить результаты расчета ЭПР, полученные для упрощенного и обобщенного метода лучистого сальдо в виде безразмерного коэффициента

$$\delta = T^{(0)} / T. \quad (9)$$

Преобразование соотношений, анализ возможных решений

Conversion of ratios, analysis of possible solutions

Полученные соотношения приведем к виду, удобному для проведения расчетов. Для этого используем выражения (2–5):

$$U_1(x) = E_1(x)/E_{\text{т}};\ U_2(y) = E_2(y)/E_{\text{т}}; \\ U_{\text{п}} = E_{\text{п}}(\rho, \varphi_\rho, \varphi)/E_{\text{т}}. \quad (10)$$

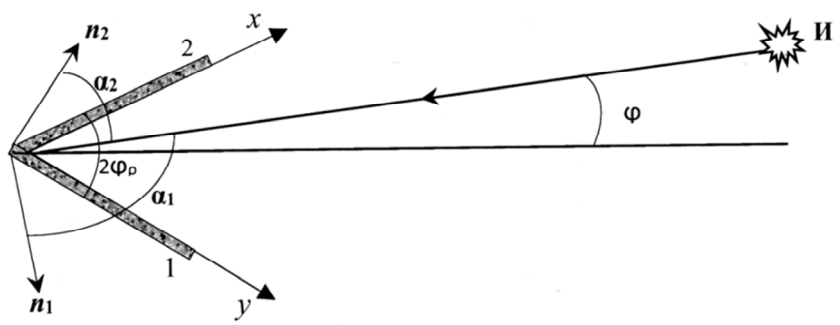


Рис. 1. Двугранный отражатель с равными гранями и ребром конечной протяженности в плоскости, перпендикулярной ребру отражателя

Fig. 1. Dihedral reflector with equal surfaces and finite edges in the plane normal to the reflector edge

После преобразований уравнений (4, 5) получим следующие выражения:

$$U_1(x) = \rho/U_2 \cdot (y)K(x, y)dy + \cos\alpha_1, \quad (11)$$

$$U_2(y) = \rho/U_1 \cdot (x)K(x, y)dx + \cos\alpha_2, \quad (12)$$

следовательно, для ЭПР будем иметь следующий вид уравнения:

$$\delta = \pi R^2 \cdot U_{\Pi}. \quad (13)$$

Таким образом, выражения (11, 12) не будут иметь зависимости от ширины граней отражателя, параметра L [3]:

$$U_1(\xi) = \rho/U_2 \cdot (\eta)K(\xi, \eta)d\eta + \cos\alpha_1, \quad (14)$$

$$U_2(\eta) = \rho/U_1 \cdot (\xi)K(\xi, \eta)d\xi + \cos\alpha_2, \quad (15)$$

где $\xi = x/L$; $\eta = y/L$,
$K(\xi, \eta) = \xi \cdot \eta \cdot \sin^2(2 \cdot \varphi_\rho) / 2(\xi^2 + \eta^2 - 2 \cdot \xi \cdot \eta \cdot \cos 2\varphi_\rho)^{1,5}$.

Уравнения (14, 15) представляют собой систему интегральных уравнений Фредгольма второго рода с функцией $K(\xi, \eta)$. Система уравнений может иметь нетривиальное решение [4, 5]. Однако в аналитическом виде решение не получено, но в процессе аналитического решения могут быть использованы приближенные и численные методы. В этих случаях значительным препятствием является особенность поведения функции в нуле и приближенной к нулю окрестности.

В работах [2, 3] сделан анализ возможных методов решения системы уравнений (14, 15), выполнены преобразования общих соотношений к виду, удобному для программирования. Выделены наиболее рациональные методы, которые представляют следующие направления: методы сведения системы интегральных уравнений к системе линейных алгебраических уравнений или метод последовательных приближений (конечно-разностный метод сведения к системе алгебраических уравнений).

Для решения системы уравнений (14, 15) в работе [3] наиболее рациональным образом выбран комбинационный метод последовательных приближений с дроблением промежутка интегрирования на N равных частей, с получением решения в нуле приближенными аналитическими методами.

Таблица 1. Моностатические отражательные характеристики двугранного отражателя с ламбертовскими гранями и ребром заданной конечной протяженности

Table 1. Monostatic reflection characteristics of dihedral reflector with Lambert surfaces and pre-defined finite edge

$\varphi_\rho = 15°$				$\varphi_\rho = 25°$				$\varphi_\rho = 35°$			
Градусы,	$\rho = 0,1$	$\rho = 0,5$	$\rho = 1,0$	Градусы,	$\rho = 0,1$	$\rho = 0,5$	$\rho = 1,0$	Градусы,	$\rho = 0,1$	$\rho = 0,5$	$\rho = 1,0$
φ	T_1	T_2	T_3	φ	T_1	T_2	T_3	φ	T_1	T_2	T_3
0	0,145	0,215	0,714	0	0,379	0,508	0,966	0	0,687	0,842	1,212
3	0,149	0,219	0,72	5	0,388	0,514	0,969	7	0,696	0,846	1,210
6	0,162	0,228	0,726	10	0,415	0,531	0,972	14	0,723	0,858	1,199
9	0,184	0,244	0,734	15	0,458	0,560	0,976	21	0,764	0,877	1,181
12	0,214	0,266	0,743	20	0,517	0,599	0,982	28	0,820	0,901	1,157
15	0,251	0,293	0,753	25	0,589	0,646	0,987	35	0,885	0,931	1,128
$\varphi_\rho = 40°$				$\varphi_\rho = 50°$				$\varphi_\rho = 60°$			
Градусы,	$\rho = 0,1$	$\rho = 0,5$	$\rho = 1,0$	Градусы,	$\rho = 0,1$	$\rho = 0,5$	$\rho = 1,0$	Градусы,	$\rho = 0,1$	$\rho = 0,5$	$\rho = 1,0$
φ	T_1	T_2	T_3	φ	T_1	T_2	T_3	φ	T_1	T_2	T_3
0	0,857	1,011	1,332	0	1,202	1,352	1,551	0	1,52	1,609	1,738
8	0,862	1,011	1,323	10	1,190	1,314	1,525	12	1,476	1,56	1,682
16	0,878	1,010	1,297	20	1,156	1,263	1,449	24	1,351	1,42	1,524
24	0,903	1,009	1,257	30	1,103	1,184	1,332	36	1,166	1,215	1,291
32	0,935	1,008	1,204	40	1,039	1,088	1,189	48	0,953	0,979	1,022
40	0,971	1,006	1,143	50	0,970	0,985	1,036	60	0,75	0,75	0,766

Использовались: метод прямой итерации (процесс последовательных приближений); пробное решение, основанное на использовании результатов предыдущих решений с приближением для всех вариантов; численное интегрирование, полученное обычными методами (трапеций, Симпсона и т.д.) [6]. В работе [3] представлены алгоритм и особенности программы расчета уравнения (14, 15).

Таким образом, принимая во внимание представленные доводы, используем возможность ориентироваться на научно обоснованные результаты расчетов на ЭВМ [3]. Анализ представленных результатов позволяет получить аналитические зависимости в виде функций нормированной эффективной поверхности рассеяния $T(\rho, \varphi_\rho, \varphi)$ по обобщенному методу лучистого сальдо.

Результаты и анализ полученных расчетов

Results and discussion

На основе анализа результатов расчетов на ЭВМ моностатических отражательных характеристик двугранного отражателя с ламбертовскими гранями и конечно протяженным ребром [3] составлена табл. 1 (база данных). Представлены нормированные ЭПР для шести значений углов раскрыва двугранного отражателя, где φ_ρ последовательно принимает значения 15°, 25°, 35°, 40°, 50°, 60° для трех значений коэффициентов отражения $\rho = 0{,}1$; 0,5; 1,0 при различных угловых φ, характеристиках направления падающего лучевого потока.

Табл. 1 – это база данных, которая использована для нахождения полиномиальных выражений ЭПР. Т.к. база данных, представленная в виде таблицы, не раскрывает сути физического явления, использовались полиномиальные выражения в графическом виде, что позволяет раскрыть физику явления и динамику исследуемого процесса (рис. 2–8), и тем самым возможность построения графиков совершенствует методику расчета.

Из графика (рис. 2) видно, что повышение значения коэффициента отражения ρ вызывает преобразование функции T нормированной ЭПР от нелинейной зависимости к линейной. Кроме того, возникает много вопросов о влиянии изменения угла раскрыва двугранного угла φ_ρ, угла падения луча φ, на которые необходимо найти ответы.

В работе, на основании базы данных (табл. 1), получены графические и аналитические зависимости функции $T(\rho, \varphi, \varphi_\rho)$ нормированной ЭПР с учетом коэффициента отражения ρ, угла φ падающего

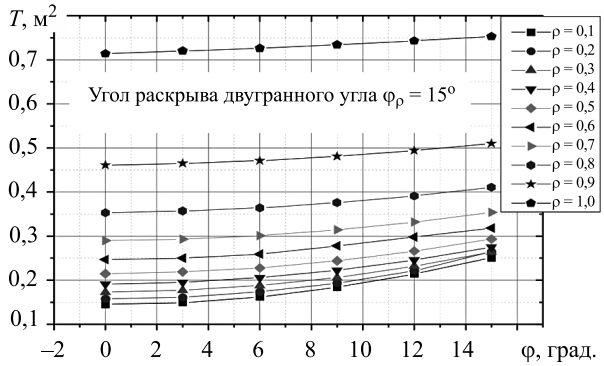


Рис. 2. Зависимость нормированной ЭПР от угла φ падения света на двугранный отражатель с коэффициентом отражения ρ, изменяющимся от 0,1 до 1,0 с интервалом 0,1

Fig. 2. Normalized LCS versus light incidence angle φ of dihedral reflector with reflection coefficient ρ varying from 0.1 to 1.0 with the step of 0.1

лучистого потока, угла раскрыва φ_ρ двугранного отражателя. На рис. 3 представлены графические и аналитические зависимости нормированной ЭПР от угла φ падающего лучистого потока, построенные для угла раскрыва φ_ρ, равного 15°, при коэффициентах отражения ρ, равных 0,1; 0,5 и 1,0.

Представленные графические зависимости (рис. 3, см. вклейку), соответственно описываются функциями T_1 (16), T_2 (17), T_3 (18) в виде полиномов:

$$T_1 = 0{,}14575 - 8{,}32143 \cdot 10^{-4} \cdot \varphi + 5{,}61508 \cdot 10^{-4} \cdot \varphi^2, \quad (16)$$

$$T_2 = 0{,}21504 + 2{,}39286 \cdot 10^{-4} \cdot \varphi + 3{,}31349 \cdot 10^{-4} \cdot \varphi^2, \quad (17)$$

$$T_3 = 0{,}71414 + 0{,}00164 \cdot \varphi + 6{,}34921 \cdot 10^{-5} \cdot \varphi^2. \quad (18)$$

Функциональная структура представленных полиномов T_1, T_2, T_3, состоит из первого базового линейного, независимого от угла φ, второго линейного и третьего квадратичного членов, зависимых от угла φ, падающего лучистого потока с углом раскрыва $\varphi_\rho = 15°$.

Анализируя представленные на рис. 3 графики, приходим к следующим выводам:

- расчетные и аппроксимированные зависимости совпадают с погрешностью $1{,}05 \cdot 10^{-4} - 5{,}02 \cdot 10^{-6}$, что свидетельствует о высокой точности аппроксимации функций;
- при угле раскрыва 15°, при изменении коэффициента отражения от $\rho = 0{,}1$ до 0,5 и от $\rho = 0{,}5$ до 1,0 ЭПР T_1, T_2, T_3 увеличиваются на 72 %, 36 % и 5 % соответственно;
- второй и третий члены функций T_2, T_3, соответственно линейно и квадратично зависящие

от угла φ, достаточно точно отображают характерные особенности преобразования этих функций в графическом виде при погрешности $(1{,}0–2{,}5)\cdot10^{-4}$.

В структуре полиномиальных выражений второй и третий члены полиномов могут являться как положительной (+), так и отрицательной (–) добавкой к первому базовому члену.

Эффективность влияния добавки определяется знаками (+), (–) показателя степени линейного и квадратичного членов уравнения, численным значением угла φ. Например, у T_3 второй линейный член на два порядка больше, чем квадратичный член, в этом случае линейный член является доминантой, поэтому график функции T_3 имеет линейный характер (рис. 3). Аналогичная картина наблюдается на рис. 4 (см. вклейку).

Установлено, что представленные на рис. 4 зависимости соответственно описываются полиномиальными функциями (19–21):

$$T_4 = 0{,}37832 + 5{,}46429\cdot10^{-4}\cdot\varphi + 3{,}16429\cdot10^{-4}\cdot\varphi^2, \quad (19)$$

$$T_5 = 0{,}50754 + 3{,}33571\cdot10^{-4}\cdot\varphi + 2{,}09286\cdot10^{-4}\cdot\varphi^2, \quad (20)$$

$$T_6 = 0{,}96607 + 4{,}52857\cdot10^{-4}\cdot\varphi + 1{,}57143\cdot10^{-5}\cdot\varphi^2. \quad (21)$$

В соответствии с данными рис. 4, приходим к выводам, что:

- аппроксимированные зависимости совпадают с расчетными с малой погрешностью $1{,}65\cdot10^{-4} – 3{,}06\cdot10^{-6}$, это высокая точность аппроксимации полученных функций T_4, T_5, T_6;
- при угле раскрыва 25°, при изменении коэффициента отражения от ρ = 0,1 до 0,5 и от ρ = 0,5 до 1,0, ЭПР функций T_4, T_5, T_6 соответственно увеличивается на 55 %, 13 % и 2 %.

На рис. 5 (см. вклейку) представлены графические и аналитические зависимости нормированной ЭПР от угла φ падения света, построенных для угла раскрыва φ_ρ, равного 35°, для коэффициентов отражения ρ, соответственно равных 0,1; 0,5 и 1,0.

Представленные на рис. 5 зависимости функции T описываются полиномиальными функциями; в данном случае это T_7, T_8, T_9:

$$T_7 = 0{,}68586 + 6{,}7551\cdot10^{-4}\cdot\varphi + 1{,}44315\cdot10^{-4}\cdot\varphi^2, \quad (22)$$

$$T_8 = 0{,}8415 + 2{,}96939\cdot10^{-4}\cdot\varphi + 6{,}48688\cdot10^{-5}\cdot\varphi^2, \quad (23)$$

$$T_9 = 1{,}21268 – 5{,}15306\cdot10^{-5}\cdot\varphi – 6{,}81487\cdot10^{-5}\cdot\varphi^2. \quad (24)$$

Для угла раскрыва 35° в соответствии с рис. 5 делаем следующие выводы:

- при значениях коэффициента отражения ρ от 0,1 до 0,5 ЭПР T_7 и T_8 соответственно растут от 0,687 до 0,931, увеличение составляет 36 %;
- при значениях коэффициента отражения ρ от 0,5 до 1,0 нормированной ЭПР растет от 0,931 до 1,128, увеличение составляет 21 %;
- у первого и второго полиномов T_7, T_8, линейный и квадратичный члены уравнения являются положительными добавками, однако у последнего полинома T_9 линейный и квадратичный члены уравнения имеют отрицательную добавку, поэтому функционально полином T_9 с ростом угла φ уменьшается. Погрешность T_7, T_8, T_9 составляет $(14–0{,}63)\cdot10^{-5}$.

На следующем этапе аналитического исследования (рис. 6, см. вклейку) представлены графические и аналитические зависимости нормированной ЭПР от угла φ падения лучистого потока, построенных для угла раскрыва $\varphi_\rho = 40°$, при коэффициентах отражения ρ соответственно равных 0,1; 0,5 и 1,0.

Представленные на рис. 6 зависимости описываются полиномиальными функциями (25–27):

$$T_{10} = 0{,}85589 + 4{,}62946\cdot10^{-4}\cdot\varphi + 6{,}11049\cdot10^{-5}\cdot\varphi^2, \quad (25)$$

$$T_{11} = 1{,}01107 – 1{,}33929\cdot10^{-5}\cdot\varphi – 2{,}79018\cdot10^{-6}\cdot\varphi^2, \quad (26)$$

$$T_{12} = 1{,}33329 – 6{,}85714\cdot10^{-4}\cdot\varphi – 1{,}02679\cdot10^{-4}\cdot\varphi^2. \quad (27)$$

В данном случае наблюдается функциональный переход T_{10}, T_{11}, T_{12} от роста (T_{10}) к снижению роста (T_{12}), с переходным периодом, когда $T_{11} \approx \text{const}$. При значениях коэффициента отражения ρ, равного 0,1, ЭПР T_{10} соответственно изменяется от 0,856 до T_{12} 0,971; увеличение ЭПР составляет 11 %; при значениях коэффициента отражения ρ, равного 0,5, нормированная ЭПР T_{11} практически постоянно равна 1,011–1,006; при ρ, равном 1,0, нормированная ЭПР T_{12} снижается от 1,332 до 1,143; снижение ЭПР составляет 17 %.

Погрешность аппроксимации T_{10}, T_{11}, T_{12} составляет $1{,}9\cdot10^{-4} – 5{,}6\cdot10^{-7}$.

На рис. 7 (см. вклейку) представлены графические и аналитические зависимости нормированного ЭПР от угла φ падения луча, построенных для угла раскрыва φ_ρ, равного 50°, для коэффициентов отражения ρ, соответственно равных 0,1; 0,5 и 1,0.

Представленные на рис. 7 зависимости описываются полиномиальными функциями (28–30):

$$T_{13} = 1{,}20489–0{,}00114\cdot\varphi – 7{,}23214\cdot10^{-5}\cdot\varphi^2, \quad (28)$$

$$T_{14} = 1{,}35275–0{,}0029\cdot\varphi – 9{,}01786\cdot10^{-5}\cdot\varphi^2, \quad (29)$$

$$T_{15} = 1{,}5575–0{,}00251\cdot\varphi – 1{,}6125\cdot10^{-4}\cdot\varphi^2. \quad (30)$$

Анализируя представленные на рис. 7 графики, приходим к следующим выводам:

- расчетные и аппроксимированные зависимости совпадают с погрешностью $3{,}6\cdot10^{-3} – 6{,}5\cdot10^{-6}$,

что свидетельствует о высокой точности аппроксимации функций;

- при угле раскрыва 50°, при изменении коэффициента отражения от ρ = 0,1; 0,5; 1,0 ЭПР T_{13}, T_{14}, T_{15} соответственно уменьшаются на 24 %, 35 % и 50 %;
- с увеличением угла φ преобразование функций T_{13}, T_{14}, T_{15} не происходит.

На рис. 8 (см. вклейку) представлены графические и аналитические зависимости нормированной ЭПР от угла φ падения луча, построенные для угла раскрыва φ_ρ, равного 60°, для коэффициентов отражения ρ равных 0,1; 0,5 и 1,0.

Представленные на рис. 8 зависимости описываются полиномиальными функциями. В данном случае это T_{16}, T_{17}, T_{18}:

$$T_{16} = 1{,}53468 - 0{,}00481\cdot\varphi - 1{,}42237\cdot10^{-4}\cdot\varphi^2, \quad (31)$$

$$T_{17} = 1{,}625 - 0{,}00531\cdot\varphi - 1{,}59226\cdot10^{-4}\cdot\varphi^2, \quad (32)$$

$$T_{18} = 1{,}75643 - 0{,}0061\cdot\varphi - 1{,}79067\cdot10^{-4}\cdot\varphi^2. \quad (33)$$

В соответствии с данными рис. 8 приходим к следующим выводам:

- расчетные и аппроксимированные зависимости совпадают с погрешностью $1{,}7\cdot10^{-3} - 2{,}7\cdot10^{-5}$, что свидетельствует о высокой точности аппроксимации функций;
- с увеличением угла раскрытия значительно снижается зависимость от коэффициента отражения (графики на рис. 7 и 8);
- для угла раскрыва 60° при изменении коэффициента отражения ρ от 0,1 до 1,0 нормированная ЭПР соответственно растет от 1,52 до 1,79;
- при увеличении численного значения угла φ падения луча преобразование функций T_{16}, T_{17}, T_{18} не происходит.

Обобщая аналитические исследования, видно, что все представленные полиномиальные функции от T_1 до T_{18}, описывающие изменение ЭПР, можно свести к одному универсальному виду

$$T_{(\varphi)} = A + B_\varphi + C_\varphi{}^2. \quad (34)$$

Коэффициенты сопряжения A, B, C, представленные в табл. 2, принимают различные значения, которые существенным образом зависят от коэффициента отражения ρ и углов φ и φ_ρ.

Таким образом, используя полученные численные значения коэффициентов сопряжения (A), (B), (C) и структурную формулу полинома $T(\varphi) = A + B\varphi + C\varphi^2$ для различных ρ, φ, φ^2, φ_ρ можно с помощью любых, даже самых простых счетных приборов выполнять расчеты ЭПР по усовершенствованному методу. Подобные расчеты представляют значительный интерес, т.к. удовлетворяют необходимой точности выполненных расчетов в соответствии с базовыми параметрами ЭПР, представленными в табл. 3.

Графики построены с целью сопоставления базовых данных, представленных в работе [3], с рас-

Таблица 2. Значения коэффициентов сопряжения (A), (B) и (C) в полиноме вида уравнения $T = A + B\varphi + C\varphi^2$ для T, нормированной ЭПР по обобщенному методу лучистого сальдо

Table 2. Interfacing coefficients (A), (B) and (C) as polynomials in equation $T = A + B\varphi + C\varphi^2$ for T, normalized in terms of LCS as per generalized radiative balance method

		$T_{(\text{ЭПР})}$, м^2; $T_{(\varphi)} = A + B_\varphi + C_\varphi{}^2$					
		$\varphi_\rho = 15°$	$\varphi_\rho = 25°$	$\varphi_\rho = 35°$	$\varphi_\rho = 40°$	$\varphi_\rho = 50°$	$\varphi_\rho = 60°$
A	ρ = 0,1	0,14575	0,37832	0,68586	0,85589	1,20489	1,53468
	ρ = 0,5	0,21504	0,50754	0,8415	1,01107	1,35275	1,625
	ρ = 1,0	0,71414	0,96607	1,21268	1,33329	1,5575	1,75643
B	ρ = 0,1	$-8{,}32143\cdot10^{-4}$	$5{,}46429\cdot10^{-4}$	$6{,}7551\cdot10^{-4}$	$4{,}62946\cdot10^{-4}$	–0,00114	–0,00481
	ρ = 0,5	$2{,}39286\cdot10^{-4}$	$3{,}33571\cdot10^{-4}$	$2{,}96939\cdot10^{-4}$	$-1{,}33929\cdot10^{-5}$	–0,00172	–0,00531
	ρ = 1,0	0,00164	$4{,}52857\cdot10^{-4}$	$5{,}15306\cdot10^{-5}$	$-6{,}83482\cdot10^{-4}$	–0,00251	–0,0061
C	ρ = 0,1	$5{,}61508\cdot10^{-4}$	$3{,}16429\cdot10^{-4}$	$1{,}44315\cdot10^{-4}$	$6{,}11049\cdot10^{-5}$	$-7{,}23214\cdot10^{-5}$	$-1{,}42237\cdot10^{-4}$
	ρ = 0,5	$3{,}31349\cdot10^{-4}$	$2{,}09286\cdot10^{-4}$	$6{,}48688\cdot10^{-5}$	$-2{,}79018\cdot10^{-6}$	$-9{,}01787\cdot10^{-5}$	$-1{,}59226\cdot10^{-4}$
	ρ = 1,0	$6{,}34921\cdot10^{-5}$	$1{,}57143\cdot10^{-5}$	$6{,}81487\cdot10^{-5}$	$-1{,}02679\cdot10^{-4}$	$-1{,}6125\cdot10^{-4}$	$-1{,}79067\cdot10^{-4}$

Таблица 3. Расчетные данные моностатических отражательных характеристик двугранного отражателя с ламбертовскими гранями и ребром конечной протяженности

Table 3. Calculation data for monostatic reflection characteristics of dihedral reflector with Lambert surfaces and finite edge

$\varphi_\rho = 15°$				$\varphi_\rho = 25°$				$\varphi_\rho = 35°$			
Градусы,	ρ = 0,1	ρ = 0,5	ρ = 1,0	Градусы,	ρ = 0,1	ρ = 0,5	ρ = 1,0	Градусы,	ρ = 0,1	ρ = 0,5	ρ = 1,0
φ	T_1	T_2	T_3	φ	T_1	T_2	T_3	φ	T_1	T_2	T_3
0	0,1577	0,2150	0,7141	0	0,3783	0,5075	0,9661	0	0,6859	0,8415	1,2127
3	0,1617	0,2217	0,7202	5	0,3828	0,5144	0,9687	7	0,6977	0,8515	1,2090
6	0,1735	0,2403	0,7263	10	0,4154	0,5318	0,9708	14	0,7236	0,8584	1,1986
9	0,1932	0,2426	0,7339	15	0,4577	0,5596	0,9764	21	0,7637	0,8763	1,1825
12	0,2207	0,2675	0,7430	20	0,5158	0,5979	0,9814	28	0,8179	0,9007	1,1582
15	0,2561	0,2931	0,7530	25	0,5897	0,6467	0,9872	35	0,8863	0,9313	1,1274
$\varphi_\rho = 40°$				$\varphi_\rho = 50°$				$\varphi_\rho = 60°$			
Градусы,	ρ = 0,1	ρ = 0,5	ρ = 1,0	Градусы,	ρ = 0,1	ρ = 0,5	ρ = 1,0	Градусы,	ρ = 0,1	ρ = 0,5	ρ = 1,0
φ	T_1	T_2	T_3	φ	T_1	T_2	T_3	φ	T_1	T_2	T_3
0	0,8559	1,0111	1,3349	0	1,2049	1,3363	1,5575	0	1,5347	1,6254	1,7564
8	0,8600	1,0108	1,3228	10	1,1863	1,3135	1,5309	12	1,4565	1,5379	1,6556
16	0,8763	1,0109	1,2973	20	1,1532	1,2587	1,4430	24	1,3373	1,4053	1,5069
24	0,9022	1,0091	1,2585	30	1,1056	1,1875	1,3374	36	1,1772	1,2279	1,3048
32	0,9333	1,0078	1,2044	40	1,0436	1,0947	1,1995	48	0,9761	1,0046	1,0511
40	0,97217	1,0061	1,1410	50	0,9671	0,9803	1,0294	60	0,7340	0,7365	0,7458

четными данными, полученными по усовершенствованному методу, применяющему аналитические методы расчета. Сравнивая данные, приведенные на графиках, можно сделать вывод, что они удовлетворительно согласуются и могут считаться достаточными для использования в универсальных расчетах ЭПР.

Заключение

Conclusion

1. Новый метод расчета отражательных характеристик при моностатической дистанционной лазерной локации двугранного отражателя по обобщенному методу лучистого сальдо с равными ламбертовскими гранями, одинаковым коэффициентом отражения в предположении большой, но ограниченной протяженности ребер отражателя упрощает и совершенствует аналитические расчетные методы и средства лазерной локации удаленных архитектурных форм на поверхности гидросферы.
2. Представленный метод расчета упрощает решение математической задачи, программного обеспечения расчетов интегральных характеристик полученных оптиколокационных сигналов.
3. Универсальный метод расчета повышает точность оценки и эффективность расчетных методов лазерной локации при аналитических исследованиях отраженного сигнала уголковых отражателей архитектурных форм надводных морских объектов.
4. Представленный расчетный метод дистанционной лазерной локации открывает дополнительные возможности при проведении тестовых оптиколокационных измерений и расчетов параметров отраженного оптиколокационного сигнала в процессе проведения модельных испытаний удаленных архитектурных форм надводных морских объектов.
5. Упрощенный метод позволяет создать архитектурные формы судовых конструкций с пониженным уровнем отраженного оптиколокационного поля, сократить трудоемкость работ и обеспечить снижение вероятности появления ошибок при проведении тестовых измерений.

Список использованной литературы

1. *Кобак В.О.* Радиолокационные отражатели. Москва: Советское радио, 1975. 248 с.
2. Отражательные свойства тел простой формы с ламбертовской поверхностью: прил. 1 // Технический отчет по теме А-ХУ-210 / [ЦНИИ им. А.Н. Крылова]. Ленинград, 1980. № 18696.
3. Расчет отражательных моностатических характеристик двугранного отражателя с ламбертовскими гранями по обобщенному методу лучистого сальдо: технический отчет / [ЦНИИ им. А.Н. Крылова]. Ленинград, 1982. № 20480.
4. *Поляк Г.Л.* Анализ теплообмена излучением между диффузными поверхностями методом сальдо // Журнал технической физики. 1985. Т. 5, № 3. С. 436–466.
5. *Михлин О.Г.* Интегральные уравнения и их приложения к некоторым проблемам механики, математической физики и техники. 2-е изд., испр. и доп. Москва; Ленинград: Гостехиздат, 1949. 380 с. (Физико-математическая библиотека инженера).
6. *Андрианов В.И.* Основы радиационного и сложного теплообмена. Москва: Энергия, 1972. 463 с.
7. *Лук Д.*, *Лав Т.* Численные методы интегрирования при расчете лучистого теплообмена // Ракетная техника и космонавтика. 1970. Т. 8, № 4. С. 281–283.

References

8. *V. Kobak.* Radar reflectors. Moscow: Sovetskoye Radio, 1975. 248 p. (*in Russian*).
9. Reflection properties of simple bodies with Lambert surface. Annex 1 // Technical Report, Project A-HU-210, Krylov State Research Centre, Leningrad, 1980. No. 18696 (*in Russian*).
10. Calculation of monostatic reflection characteristics for bihedral reflector with Lambert surfaces as per generalized radiative-balance method. Technical Report, Krylov State Research Centre, Leningrad, 1982. No. 20480 (*in Russian*).
11. *G. Polyak.* Balance-based analysis of radiative heat exchange between diffusive surfaces // Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki (Technical Physics), 1985. Vol. 5. No. 3. P. 436–466 (*in Russian*).
12. *O. Mikhlin*. Integral equations and their applications to certain problems of mechanics, mathematical physics and engineering. 2nd edition, rev. and enl. Moscow, Leningrad: Gostekhizdat, 1949. 380 p. (Engineer's Physical & Mathematical Library) (*in Russian*).
13. *V. Andrianov.* Fundamentals of radiative and complex heat exchange. Moscow: Energiya, 1972. 463 p. (*in Russian*).
14. *D.C. Look*, *T.J. Love.* Numerical quadrature and radiative heat-transfer computations // Raketnaya Tekhnika i Kosmonavtika (Russian translation of American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal (AIAAJ)), 1970. Vol. 8, No. 4. P. 281–283.

Сведения об авторах

Завьялов Александр Константинович, к.т.н., с.н.с., ведущий научный сотрудник ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 191015, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 415-48-54. E-mail: krylov@ksrc.ru.

Патраков Юрий Михайлович, к.т.н., с.н.с., ведущий научный сотрудник ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 191015, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: +7 (812) 415-48-54. E-mail: krylov@ksrc.ru.

About the authors

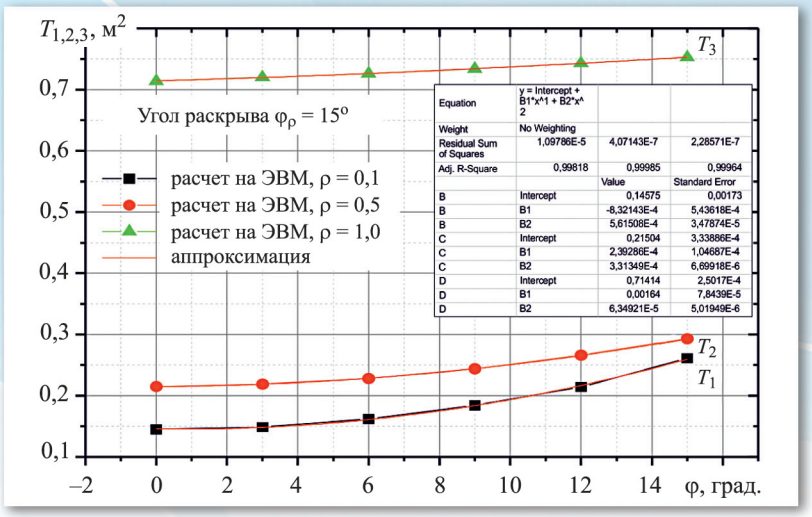
Alexandr K. Zavyalov, Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher, Lead Expert, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 415-48-54. E-mail: krylov@ksrc.ru.

Yury M. Patrakov, Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher, Lead Expert, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: +7 (812) 415-48-54. E-mail: krylov@ksrc.ru.

Поступила / Received: 16.06.21
Принята в печать / Accepted: 22.10.21
© Завьялов А.К., Патраков Ю.М., 2021

Рис. 3. Аналитические зависимости функции *T* от угла падающего лучистого потока φ;
угол раскрыва φ_ρ = 15°,
коэффициенты отражения
ρ = 0,1; 0,5; 1,0

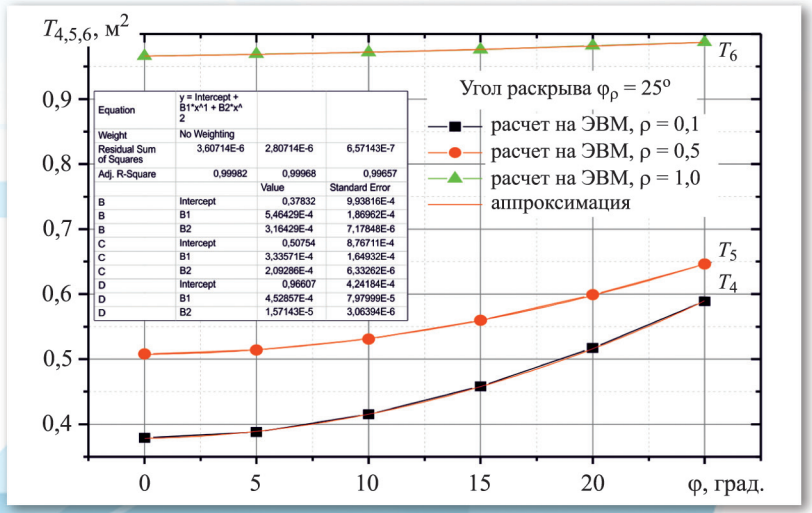
Fig. 3. Analytical relationship between *T* function and light incidence angle φ,
aperture angle φ_ρ = 15°,
reflection coefficients ρ = 0.1; 0.5; 1.0



Equation	y = Intercept + B1*x^1 + B2*x^2		
Weight	No Weighting		
Residual Sum of Squares	1,09786E-5	4,07143E-7	2,28571E-7
Adj. R-Square	0,99818	0,99985	0,99964
		Value	Standard Error
B	Intercept	0,14575	0,00173
B	B1	-8,32143E-4	5,43618E-4
B	B2	5,61508E-4	3,47874E-5
C	Intercept	0,21504	3,33886E-4
C	B1	2,39286E-4	1,04687E-4
C	B2	3,31349E-4	6,69918E-6
D	Intercept	0,71414	2,5017E-4
D	B1	0,00164	7,8439E-5
D	B2	6,34921E-5	5,01949E-6

Рис. 4. Аналитические зависимости ЭПР функции *T* от угла падающего лучистого потока φ;
угол раскрыва φ_ρ = 25°,
коэффициенты отражения
ρ = 0,1; 0,5; 1,0

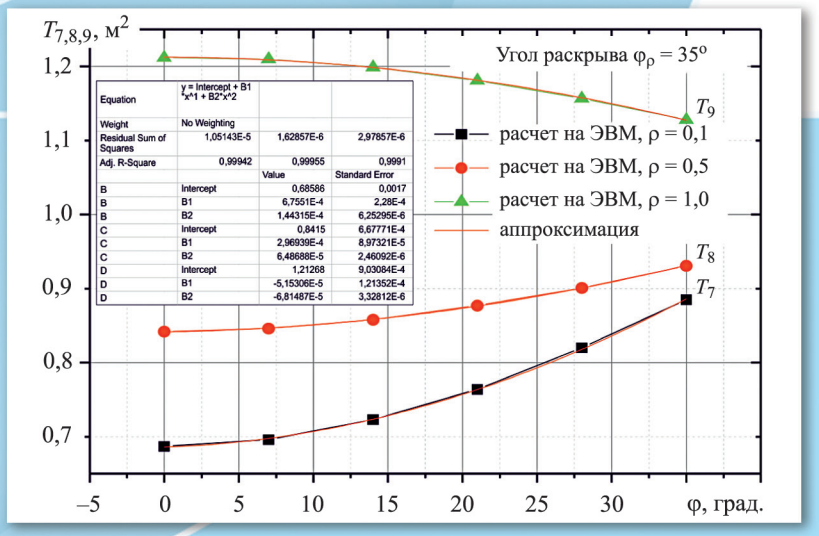
Fig. 4. Analytical relationship between *T* function and light incidence angle φ,
aperture angle φ_ρ = 25°,
reflection coefficients ρ = 0.1; 0.5; 1.0



Equation	y = Intercept + B1*x^1 + B2*x^2		
Weight	No Weighting		
Residual Sum of Squares	3,60714E-6	2,80714E-6	6,57143E-7
Adj. R-Square	0,99982	0,99968	0,99657
		Value	Standard Error
B	Intercept	0,37832	9,93816E-4
B	B1	5,46429E-4	1,86962E-4
B	B2	3,16429E-4	7,17848E-6
C	Intercept	0,50754	8,76711E-4
C	B1	3,33571E-4	1,64932E-4
C	B2	2,09286E-4	6,33262E-6
D	Intercept	0,96607	4,24184E-4
D	B1	4,52857E-4	7,97999E-5
D	B2	1,57143E-5	3,06394E-6

Рис. 5. Аналитические зависимости ЭПР функции *T* от угла падающего лучистого потока φ;
угол раскрыва φ_ρ = 35°,
коэффициенты отражения
ρ = 0,1; 0,5; 1,0

Fig. 5. Analytical relationship between *T* function and light incidence angle φ,
aperture angle φ_ρ = 35°,
reflection coefficients ρ = 0.1; 0.5; 1.0



Equation	y = Intercept + B1*x^1 + B2*x^2		
Weight	No Weighting		
Residual Sum of Squares	1,05143E-5	1,62857E-6	2,97857E-6
Adj. R-Square	0,99942	0,99955	0,9991
		Value	Standard Error
B	Intercept	0,68586	0,0017
B	B1	6,7551E-4	2,28E-4
B	B2	1,44315E-4	6,25295E-6
C	Intercept	0,8415	6,67771E-4
C	B1	2,96939E-4	8,97321E-5
C	B2	6,48688E-5	2,46092E-6
D	Intercept	1,21268	9,03084E-4
D	B1	-5,15306E-5	1,21352E-4
D	B2	-6,81487E-5	3,32812E-6

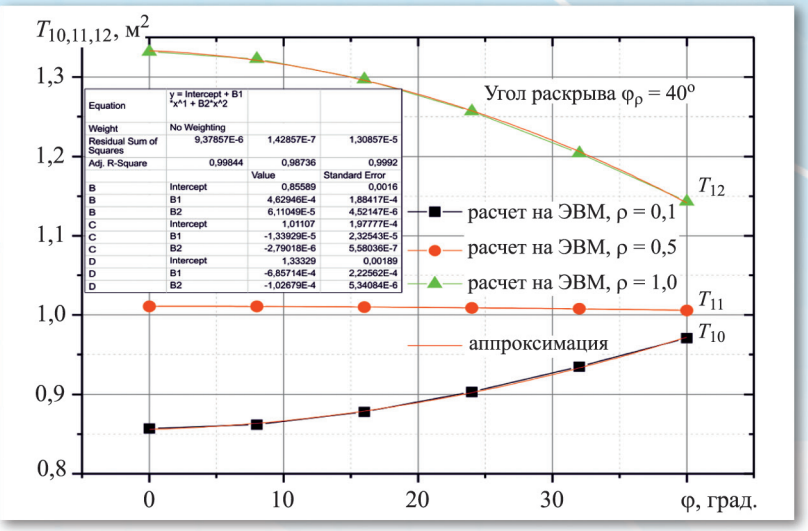


Рис. 6. Аналитические зависимости функции *T* от угла падения луча φ при угле раскрыва $\varphi_\rho = 40°$, для коэффициентов отражения ρ = 0,1; 0,5; 1,0

Fig. 6. Analytical relationship between *T* function and light incidence angle φ, aperture angle $\varphi_\rho = 40°$, reflection coefficients ρ = 0.1; 0.5; 1.0

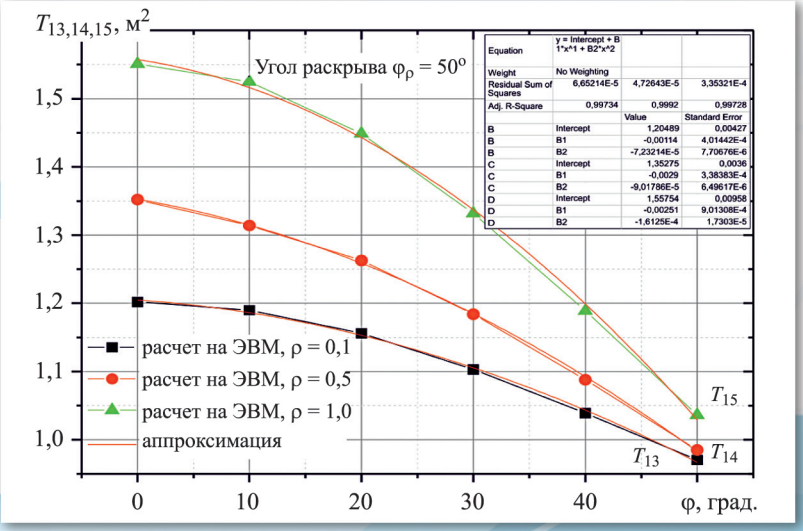


Рис. 7. Аналитические зависимости функции *T* от угла падения луча φ при угле раскрыва $\varphi_\rho = 50°$, для коэффициентов отражения ρ = 0,1; 0,5; 1,0

Fig. 7. Analytical relationship between *T* function and light incidence angle φ, aperture angle $\varphi_\rho = 50°$, reflection coefficients ρ = 0.1; 0.5; 1.0

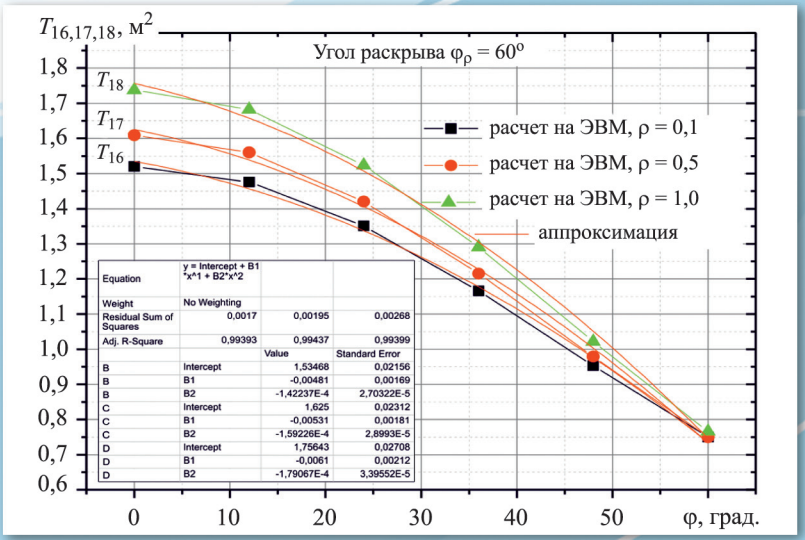


Рис. 8. Аналитические зависимости функции *T* от угла падающего лучистого потока φ при угле раскрыва $\varphi_\rho = 60°$, для коэффициентов отражения ρ = 0,1; 0,5; 1,0

Fig. 8. Analytical relationship between *T* function and light incidence angle φ, aperture angle $\varphi_\rho = 60°$, reflection coefficients ρ = 0.1; 0.5; 1.0