УДК 536.24:629.5.03
EDN: NFCVXL

Р.А. Иванов
ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Объект и цель научной работы. Объектом исследования является математическая модель теплового состояния текущего в трубных системах теплоносителя. Цель работы – построение аналитического решения нестационарных уравнений теплообмена в трубных системах судовых энергетических установок (СЭУ).

Материалы и методы. Для достижения поставленной цели использовалась методология решения обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. В качестве основного метода решения рассматриваемых математических моделей выбран метод интегральных преобразований Лапласа – Карсона.

Основные результаты. Получены аналитические решения нестационарных уравнений тепловых процессов в трубных системах теплообменного оборудования СЭУ в одномерном приближении и предположении постоянства термодинамических параметров и скорости движения теплоносителя в трубных системах в рассматриваемый промежуток времени. В общем виде эти решения записываются в квадратурах и элементарных функциях.

Заключение. Результаты могут быть использованы в следующих случаях:

- непосредственно при расчете температурных полей в теплообменных аппаратах;
- при оценке погрешности использования приближенных методов решения подобных систем путем сравнения приближенных и точных решений;
- при построении численных алгоритмов решения исходных систем с параметрами, зависящими от времени и координаты.

Ключевые слова: нестационарные уравнения, теплообменные аппараты, преобразование Лапласа – Карсона, аналитические решения.

Автор заявляет об отсутствии возможных конфликтов интересов.

UDC 536.24:629.5.03
EDN: NFCVXL

R.A. Ivanov
Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

ANALYTICAL SOLUTIONS OF HEAT-EXCHANGER DYMAMICS EQUATIONS

Object and purpose of research. The object of this study is the mathematical thermal state model of coolant flowing in pipeline systems. The purpose is to develop analytical solutions of transient heat exchange equations for pipeline systems of ship power plants (SPP).

Materials and methods. For this purpose the methods for solving ordinary differential equations and first-order partial differential equations are applied. Laplace – Carson integral transform is chosen as the main method for solving the mathematical models under consideration.

Main results. Analytical solutions of transient equations were obtained for heat processes in SPP pipeline systems in one-dimensional approximation, assuming that the thermodynamic parameters and coolant flow velocity in pipeline systems are constant in a given time interval. In a general form these solutions are written in quadratures and elementary functions.

Conclusion. The results can be useful in the following cases:

- direct calculation of temperature fields in heat exchangers;

Для цитирования: Иванов Р.А. Аналитические решения уравнений динамики теплообменных аппаратов. Труды Крыловского государственного научного центра. 2025; 3(413): 93–98.

For citations: Ivanov R.A. Analytical solutions of heat-exchanger dymamics equations. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2025; 3(413): 93–98 (in Russian).

- error estimation for approximate methods applied to solve similar systems by comparing exact and approximate solutions;
- development of numerical solution algorithms for initial systems with time and coordinate dependent parameters.

Keywords: transient equations, heat exchangers, Laplace – Carson transform, analytical solutions.
The author declares no conflicts of interest.

1. Постановка задачи

1. Problem statement

1.1. В работе представлены результаты изучения вопроса возможности построения аналитических решений нестационарных уравнений теплообмена в трубках теплообменных аппаратов судовых энергетических установок.

Вывод общего дифференциального уравнения распространения тепла в любой вещественной среде основан на применении закона сохранения и превращения энергии, который для тепловых процессов выражается в виде первого начала термодинамики. В векторной форме это уравнение имеет вид [1, 2]:

$$div(\lambda \cdot grad\theta) + q_v + L_v + \frac{DP}{dt} + P \cdot \rho \cdot \frac{Dv}{dt} =$$

$$= \rho \cdot \frac{Di}{dt} + \rho \cdot \frac{D\frac{W^2}{2}}{dt}. \qquad (1)$$

Здесь: D – символ субстанциональной производной; λ, Вт/(м·град) – коэффициент теплопроводности; θ, град – температура; q_v, Вт/м^3 – интенсивность внутренних источников тепла; L_v, Вт/м^3 – работа, совершаемая внешними силами над единицей объема среды за единицу времени; P, Н/м^2 – давление; ρ, кг/м^3 – плотность; $v = 1/\rho$, м^3/кг – удельный объем; c_p, Дж/(кг·град) – удельная теплоемкость при постоянном давлении; i, Дж/кг – энтальпия; W, м/с – скорость; t, с – время.

В настоящей работе рассматривается тепловое состояние однофазных несжимаемых рабочих сред (теплоносителей), движущихся в трубных системах различных теплообменных аппаратов.

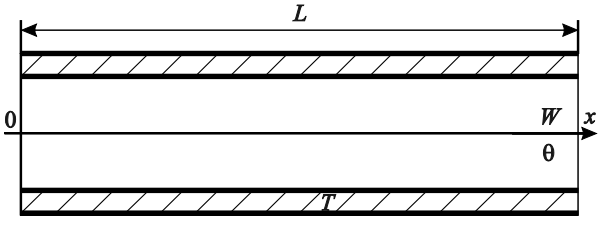

Рис. 1. Течение теплоносителя в трубке
Fig. 1. Coolant flow in pipe

На рис. 1 представлено изображение модели изучаемого основного конструктивного элемента теплообменного оборудования – трубки.

Одномерная математическая модель теплового состояния движущегося теплоносителя и стенки трубки в этом элементе описывается дифференциальными уравнениями в частных производных первого порядка, получаемых из уравнения (1) при следующих допущениях:

- в каждый момент времени температура теплоносителя постоянна в любом поперечном сечении трубопровода и изменяется только вдоль его продольной координаты x;
- расход теплоносителя постоянен и его параметры, в т.ч. скорость, давление, плотность и теплоемкость, не зависят от температуры и постоянны в течение рассматриваемого промежутка времени;
- материал стенки трубки имеет нулевое значение коэффициента теплопроводности в направлении течения теплоносителя;
- для тонкостенных трубок коэффициент теплопроводности в поперечном сечении стремится в бесконечность;
- в материале трубки или в теплоносителе может выделяться (или поглощаться) энергия от внутренних источников тепла;
- величина тепловой энергии, передаваемой от теплоносителя к стенке трубки и от стенки трубки в окружающую среду, пропорциональна постоянному коэффициенту теплопередачи, помноженному на разность температур теплообменивающих сред.

Учет этих допущений позволяет записать математическую модель нестационарного изменения температуры теплоносителя и материала трубки в следующем виде:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\theta_1}{\partial t} + W_1 \cdot \dfrac{\partial\theta_1}{\partial x} = -l_1 \cdot (\theta_1 - \theta_м) + q_1 \\ \dfrac{\partial\theta_м}{\partial t} = l_2 \cdot (\theta_1 - \theta_м) - l_3 \cdot (\theta_м - \vartheta) + q_2 \end{cases}. \qquad (2)$$

Начальные и граничные условия:

$\theta_1(x, 0) = F_1(x)$; $\theta_м(x, 0) = F_2(x)$;

$\theta_1(0, t) = \Phi_1(t)$; $\theta_м(0, t) = \Phi_2(t)$;

$\vartheta(x, t)$ – температура окружающей среды, заданная функция, зависящая в общем случае от x и t.

Здесь: L – длина теплообменной поверхности, м; x – продольная координата, м; t – время, с; θ_1, $\theta_м$ – температура теплоносителя и металла трубки, град; W_1 – скорость движения, м·с$^{-1}$; $l_i = \dfrac{\alpha_i \cdot \Pi_i}{(\rho \cdot s \cdot c_P)_i}$, с$^{-1}$; α_i – коэффициент теплоотдачи, Дж/(м^2·с·град); c_{P_i} – теплоемкость среды, Дж/(кг·град); ρ_i – плотность среды, кг/м^3; s_i – площадь поперечного сечения среды, м^2; Π_i – периметр теплообмена, м; $q_i = \dfrac{Q_i}{(\rho \cdot s \cdot c_P)_i}$, град·с$^{-1}$; Q_i – мощность внутренних источников тепла, отнесенная к длине трубки (выделение или поглощение), Вт/м.

При исследовании динамики СЭУ система уравнений (2) используется при описании различного теплообменного оборудования [3–5], в т.ч. котельных агрегатов, ядерных реакторов, парогенераторов, конденсаторов, регенераторных установок, многослойных теплообменников, трубопроводов. Учет внутренних источников тепла позволяет анализировать тепловое состояние в теплоносителях и материалах трубных систем химических, электрохимических, ядерных и других устройств, в которых возможно выделение или поглощение тепла.

Решение математических моделей (2) осуществляется путем применения приближенных численных методов, оценить погрешность которых, особенно при рассмотрении резких изменений параметров, обычно не представляется возможным. Поэтому получение точных аналитических решений основных уравнений постоянно остается актуальной задачей, т.к. позволяет определять корректность применения приближенных способов их решения.

Целью настоящей работы является изучение вопроса возможности построения аналитического решения нестационарных уравнений теплообмена вида (2) динамических режимов работы СЭУ.

1.2. Методологически поставленная цель достигалась следующим образом.

На первом этапе изучалась возможность построения аналитических решений для стационарной задачи. Точное решение этих уравнений, помимо самостоятельного интереса, позволяет дополнительно подтверждать справедливость получаемых аналитических решений нестационарных задач, для которых предельный переход при $t \to \infty$ должен совпадать со стационарными решениями.

Второй этап посвящен рассмотрению нестационарных уравнений математического описания одной трубки. Представлено общее решение уравнения в частных производных одного уравнения для теплоносителя в квадратурах. На этом этапе использовались общие методы решения дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка и постоянными коэффициентами [6, 7], а также операционный метод Лапласа – Карсона [8, 9].

2. Стационарная задача

2. Steady-state problem

Стационарная система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \theta_1}{\partial t} + W_1 \cdot \dfrac{\partial \theta_1}{\partial x} = -l_1 \cdot (\theta_1 - \theta_м) + q_1 \\ l_2 \cdot (\theta_1 - \theta_м) - l_3 \cdot (\theta_м - \vartheta) + q_2 = 0 \end{cases}, \tag{3}$$

$\theta_1(x, 0) = F_1(x)$; $\theta_м(x, 0) = F_2(x)$;

$\theta_1(0, 0) = \Phi_1(0)$; $\theta_м(0, t) = \Phi_2(0)$.

Подставляя значение

$$\theta_м = \frac{l_2}{(l_2 + l_3)} \cdot \theta_1 + \frac{l_3}{(l_2 + l_3)} \cdot \vartheta + \frac{1}{(l_2 + l_3)} \cdot q_2$$

из первого уравнения во второе, получим:

$$\frac{d\theta_1}{dx} + \left(\frac{l_1 \cdot l_3}{W_1 \cdot (l_2 + l_3)} \right) \cdot \theta_1 =$$

$$= \frac{l_1}{W_1} \cdot \frac{l_3}{(l_2 + l_3)} \cdot \vartheta + \frac{l_1}{W_1} \cdot \frac{1}{(l_2 + l_3)} \cdot q_2 + \frac{1}{W_1} \cdot q_1.$$

Решение задачи Коши для этого уравнения записывается в виде:

$$\theta_1 = \exp\left\{ -\frac{l_1 \cdot l_3}{W_1 \cdot (l_2 + l_3)} \cdot x \right\} \times$$

$$\times \left[\Phi_1(0) + \int \exp\left\{ \frac{l_1 \cdot l_3}{W_1 \cdot (l_2 + l_3)} \cdot x \right\} \times \right.$$

$$\left. \times \left(\frac{l_1}{W_1} \cdot \frac{l_3}{(l_2 + l_3)} \cdot \vartheta + \frac{l_1}{W_1} \cdot \frac{1}{(l_2 + l_3)} \cdot q_2 + \frac{1}{W_1} \cdot q_1 \right) dx \right], \tag{4}$$

$$\theta_м = \frac{l_2}{(l_2 + l_3)} \cdot \theta_1 + \frac{l_3}{(l_2 + l_3)} \cdot \vartheta + \frac{1}{(l_2 + l_3)} \cdot q_2. \tag{5}$$

2.1. Стационарное уравнение теплоносителя при заданной температуре металла трубки $\vartheta_1(x, t)$ имеет вид:

$$W_1 \cdot \frac{d\theta_1}{dx} = -l_1 \cdot (\theta_1 - \vartheta_1(x, 0)) + q_1(x, 0). \quad (6)$$

Аналитическое решение этого уравнения в квадратурах записывается так:

$$\theta_1 = \exp\{-a_1 \cdot x\} \times$$
$$\times \left[C + \int \exp\{a_1 \cdot x\} \cdot \left[a_1 \cdot \vartheta_1(x, 0) + b_1 \cdot q_1(x, 0) \right] dx \right]. \quad (7)$$

Для задачи Коши $\theta_1(x = 0) = \Phi_1(0, 0) = C$.

3. Нестационарная задача

3. Transient problem

3.1. Математическая модель трубки при заданной температуре ϑ_1.

Нестационарное уравнение:

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial t} + W_1 \cdot \frac{\partial\theta_1}{\partial x} = -l_1 \cdot (\theta_1 - \vartheta_1) + q_1;$$
$$\vartheta_1 = \vartheta_1(x, t); \quad q_1 = q_1(x, t), \quad (8)$$

$\theta_1(x, 0) = F_1(x)$; $\theta_1(0, t) = \Phi_1(t)$ – начальное и граничное условия.

Решение строится посредством применения операционного метода Лапласа – Карсона, переводящего исходную функцию $f(t)$ из области оригиналов в область изображений по формуле [8]:

$$p \cdot \int_0^\infty f(t) \cdot \exp[-p \cdot t] dt = \overline{f}(p).$$

Обратное преобразование осуществляется по формуле:

$$f(t) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot i} \cdot \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \exp\{p \cdot t\} \cdot \frac{\overline{f}(p)}{p} dp.$$

Переход из области оригиналов в область изображений и обратно записывается в настоящем тексте с использованием символа $\Leftrightarrow$: $f(t) \Leftrightarrow \overline{f}(p)$. Черточка сверху функции означает ее принадлежность области изображений по Лапласу – Карсону.

Уравнение (8) в области оригиналов имеет вид:

$$\frac{d\overline{\theta}_1}{dx} + \frac{(l_1 + p)}{W_1} \cdot \overline{\theta}_1 = \frac{p \cdot F_1(x)}{W_1} + \frac{l_1}{W_1} \cdot \overline{\vartheta}_1 + \frac{1}{W_1} \cdot \overline{q}_1;$$

$$\overline{\theta}_1(0, t) = \overline{\Phi}_1(p).$$

Решение задачи Коши в области изображений представляется так:

$$\overline{\theta}_1 = \exp\left\{ -\frac{(l_1 + p)}{W_1} \cdot x \right\} \cdot \left[\overline{\Phi}_1(p) + \right.$$
$$\left. + \int \exp\left\{ \frac{(l_1 + p)}{W_1} \cdot x \right\} \cdot \left[\frac{p \cdot F_1(x)}{W_1} + \frac{l_1 \cdot \overline{\vartheta}_1 + \overline{q}_1}{W_1} \right] dx \right]. \quad (9)$$

Обозначим:

$$\overline{M}(x, p) = \exp\left\{ -\frac{(l_1 + p)}{W_1} \cdot x \right\} \cdot \overline{\Phi}_1(p),$$

$$\overline{N}(x, p) = \exp\left\{ -\frac{(l_1 + p)}{W_1} \cdot x \right\} \times$$
$$\times \int \exp\left\{ \frac{(l_1 + p)}{W_1} \cdot x \right\} \cdot \left[\frac{p \cdot F_1(x)}{W_1} + \frac{l_1 \cdot \overline{\vartheta}_1 + \overline{q}_1}{W_1} \right] dx,$$

тогда

$$\overline{\theta}_1 = \overline{M}(x, p) + \overline{N}(x, p). \quad (10)$$

При определении оригинала первого члена выражения (10) воспользуемся следующим соотношением [9]:

$$\exp\{-a \cdot p\} \cdot \overline{f}(p) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \text{ при } t < \alpha \\ f(t - \alpha) \text{ при } t > \alpha \end{cases}.$$

Тогда:

$$M(x, t) = \exp\left\{ -\frac{l_1}{W_1} \cdot x \right\} \cdot \begin{cases} 0 \text{ при } t < \dfrac{x}{W_1} \\ \Phi_1\left(t - \dfrac{x}{W_1} \right) \text{ при } t > \dfrac{x}{W_1} \end{cases}. \quad (11)$$

Найти обратное преобразование для $\overline{N}(x, p)$ окажется возможным только при заданных аналитических выражениях функций $F_1(x)$, $\vartheta_1(x, t)$ и $q_1(x, t)$. Вместе с тем, если эти функции не зависят от x, т.е.: $F_1(x) = \text{const}$, $\vartheta_1(x, t) = \vartheta_1(t)$ или const, $q_1(x, t) = q_1(t)$ или const, то $\overline{N}(x, p)$ может быть преобразована в вид:

$$\overline{N}(x, p) = \frac{p}{(l_1 + p)} \cdot F_1 + \frac{l_1 \cdot \overline{\vartheta}_1(p) + \overline{q}_1(p)}{(l_1 + p)}. \quad (12)$$

Для отыскания в этом случае оригинала для $N(x, p)$ использовались следующие фор-

мулы обратного преобразования Лапласа – Карсона [9]:

$$\bar{f}(p)\cdot\bar{g}(p)\Leftrightarrow\frac{d}{dt}\int_0^t f(t-\tau)\cdot g(\tau)d\tau;$$
$$\frac{1}{p+\alpha}\Leftrightarrow\frac{1-\exp\{-\alpha\cdot t\}}{\alpha};\quad\frac{p}{p+\alpha}\Leftrightarrow\exp\{-\alpha\cdot t\},\tag{13}$$

$$\bar{N}(x,\ p)\Leftrightarrow\exp\{-l_1\cdot t\}\cdot F_1+l_1\times$$
$$\times\frac{d}{dt}\int_0^t\vartheta_1(t-\tau)\cdot\frac{1-\exp\{-l_1\cdot\tau\}}{l_1}d\tau+$$
$$+\frac{d}{dt}\int_0^t q_1(t-\tau)\cdot\frac{1-\exp\{-l_1\cdot\tau\}}{l_1}d\tau=N(x,\ t).\tag{14}$$

Если ϑ_1 и q_1 постоянные величины, то:

$$\bar{N}(x,\ p)\Leftrightarrow\exp\{-l_1\cdot t\}\cdot F_1+$$
$$+\vartheta_1\cdot(1-\exp\{-l_1\cdot t\})+q_1\cdot\frac{1-\exp\{-l_1\cdot t\}}{l_1}=N(x,\ t).\tag{15}$$

3.2. Задано дифференциальное уравнение изменения температуры материала трубки $\theta_м$.

В области изображений уравнения (2) записываются так:

$$\begin{cases}\dfrac{d\bar{\theta}_1}{dx}+\dfrac{(l_1+p)}{W_1}\cdot\bar{\theta}_1=\dfrac{p\cdot F_1(x)+\bar{q}_1}{W_1}+\dfrac{l_1}{W_1}\cdot\bar{\theta}_м\\ \bar{\theta}_м=\dfrac{l_2}{(l_2+l_3+p)}\cdot\bar{\theta}_1+\dfrac{(p\cdot F_2+\bar{q}_2+l_3\cdot\bar{\vartheta})}{(l_2+l_3+p)}\end{cases}.\tag{16}$$

Решение задачи Коши имеет вид:

$$\bar{\theta}_1=\exp\left\{-\left(\frac{(p+l_1)}{W_1}-\frac{l_1\cdot l_2}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}\right)\cdot x\right\}\times$$
$$\times\left[\bar{\Phi}_1(p)+\int\exp\left\{\left(\frac{(p+l_1)}{W_1}-\frac{l_1\cdot l_2}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}\right)\cdot x\right\}\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{p\cdot l_1\cdot F_2(x)}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}+\frac{l_1\cdot(\bar{q}_2+l_3\cdot\bar{\vartheta})}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}+\frac{p\cdot F_1(x)+\bar{q}_1}{W_1}\right)dx\right].\tag{17}$$

$$\bar{\theta}_2=\frac{l_2}{(l_2+l_3+p)}\cdot\left\langle\exp\left\{-\left(\frac{(p+l_1)}{W_1}-\frac{l_1\cdot l_2}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}\right)\cdot x\right\}\times\right.$$
$$\times\left[\bar{\Phi}_1(p)+\int\exp\left\{\left(\frac{(p+l_1)}{W_1}-\frac{l_1\cdot l_2}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}\right)\cdot x\right\}\times\right.$$
$$\left.\left.\times\left(\frac{p\cdot l_1\cdot F_2(x)}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}+\frac{l_1\cdot(\bar{q}_2+l_3\cdot\bar{\vartheta})}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}+\frac{p\cdot F_1(x)+\bar{q}_1}{W_1}\right)dx\right]\right\rangle+$$
$$+\frac{p\cdot F_2+\bar{q}_2}{(l_2+l_3+p)}.\tag{18}$$

Обозначим:

$$\bar{R}(x,\ p)=\exp\left\{-\left(\frac{(p+l_1)}{W_1}-\frac{l_1\cdot l_2}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}\right)\cdot x\right\};$$

$$S(x,\ p)=\frac{p\cdot l_1\cdot F_2(x)}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}+\frac{l_1(\bar{q}_2+l_3\cdot\bar{\vartheta})}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}+\frac{p\cdot F_1(x)+\bar{q}_1}{W_1};$$

$$\bar{\theta}_1=\bar{R}(x,\ p)\cdot\bar{\Phi}_1(p)+\bar{R}(x,\ p)\cdot\int\frac{1}{\bar{R}(x,\ p)}\cdot\bar{S}(x,\ p)\,dx.\tag{19}$$

Если $\bar{S}(x,p)$ не зависит от x, то $\bar{\theta}_1=\bar{R}(x,\ p)\cdot\bar{\Phi}_1(p)+\bar{S}(p)$.

Воспользуемся следующей формулой обратного преобразования Лапласа – Карсона [9]:

$$\frac{1}{p}\cdot p\cdot\left[\exp\left\{\frac{l_1\cdot l_2}{W_1\cdot(l_2+l_3+p)}\cdot x\right\}-1\right]\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\int_0^t\frac{\exp\{-\beta\cdot\tau\}}{\sqrt{\alpha\cdot\tau}}\cdot I_1\left(2\cdot\sqrt{\frac{\tau}{\alpha}}\right)d\tau;$$

$$\alpha=\frac{W_1}{x\cdot l_1\cdot l_2};\quad\beta=l_2+l_3;$$

$$\bar{R}(x,\ p)=\exp\left\{\frac{l_1}{W_1}\cdot x\right\}\cdot\exp\left\{-\frac{p}{W_1}\cdot x\right\}\cdot\frac{1}{p}\cdot p\times$$
$$\times\left(\exp\left\{\frac{l_1\cdot l_2}{W_1\cdot(l_2+p)}\cdot x\right\}-1\right)\Leftrightarrow\exp\left\{\frac{l_1}{W_1}\cdot x\right\}\times$$
$$\times\begin{cases}0\text{ при }t<\dfrac{x}{W_1}\\ \displaystyle\int_{t-\frac{x}{W_1}}^t\frac{\exp\{-\beta\cdot\tau\}}{\sqrt{\alpha\cdot\tau}}\cdot I_1\left(2\cdot\sqrt{\frac{\tau}{\alpha}}\right)d\tau\text{ при }t>\frac{x}{W_1}\end{cases}=$$
$$=R(x,\ t).\tag{20}$$

$$\bar{R}(x,\ p)\cdot\bar{\Phi}_1(p)\Leftrightarrow\frac{d}{dt}\int_0^t R(x,\ \tau)\cdot\Phi_1(t-\tau)d\tau.\tag{21}$$

Вид оригинала выражения

$$\bar{R}(x,\ p)\cdot\int\frac{1}{\bar{R}(x,\ p)}\cdot\bar{S}(x,\ p)\,dx$$

может быть определен при задании функций, входящих в $\bar{S}(x,p)$. Если $\bar{S}(x,p)$ не зависит от x, то $\bar{\theta}_1=\bar{R}(x,\ p)\cdot\bar{\Phi}_1(p)+\bar{S}(p)$.

Заключение

Conclusion

В работе представлено решение нестационарных уравнений изменения температуры теплоносителя в трубных системах теплообменных аппаратов судовых энергетических установок в конечном виде или в квадратурах (в виде интегральных соотношений). Результаты могут быть использованы в следующих случаях:

- непосредственно при расчете температурных полей в теплообменных аппаратах;
- при оценке погрешности использования приближенных методов решения подобных систем путем сравнения приближенных и точных решений;
- при построении численных алгоритмов решения исходных систем с параметрами, зависящими от времени и координаты.

Список использованной литературы

1. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. 5-е изд., стер. Москва : Наука, 1977. 735 с.
2. *Иванов Р.А.* Математическое моделирование динамических режимов работы судовых энергетических установок с электрохимическими генераторами. Санкт-Петербург : СПбГМТУ, 2007. 169 с.
3. *Крайнов А.А., Лихтеров Б.М., Саркисов А.А.* Динамические режимы работы судовых ядерных энергетических установок. Ленинград : Судостроение, 1971. 270 с.
4. *Митенков Ф.М., Моторов Б.И.* Нестационарные режимы судовых ядерных паропроизводящих установок. Ленинград : Судостроение, 1970. 199 с.
5. *Шевяков А.А., Яковлева Р.В.* Инженерные методы расчета динамики теплообменных аппаратов. Москва : Машиностроение, 1968. 320 с.
6. *Петровский И.Г.* Лекции об уравнениях с частными производными. 3-е изд., доп. Москва : Физматгиз, 1961. 400 с.
7. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление : в примерах и задачах / *А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов, Т.А. Уразгильдина*. 2-е изд., испр. Москва : Физматлит, 2005. 429 с.
8. *Диткин В.А., Прудников А.П.* Операционное исчисление. 2-е изд., доп. Москва : Высшая школа, 1975. 407 с.
9. *Диткин В.А., Прудников А.П.* Справочник по операционному исчислению. Москва : Высшая школа, 1965. 466 с.

References

1. *Tikhonov A.N., Samarsky A.A.* Equations of mathematical physics. 5th edition, reprinted. Moscow : Nauka, 1977. 735 p. (*in Russian*).
2. *Ivanov R.A.* Mathematical modeling of dynamic operating conditions in ship power plants with fuel cell units. St. Petersburg : SMTU, 2007. 169 p. (*in Russian*).
3. *Krainov A.A., Likhterov B.M., Sarkisov A.A.* Dynamic operating conditions on nuclear power plants. Leningrad : Sudostroenie, 1971. 270 p. (*in Russian*).
4. *Mitenkov F.M., Motorov B.I.* Transient operating conditions of nuclear steam-generating plants. Leningrad : Sudostroenie, 1970. 199 p. (*in Russian*).
5. *Shevyakov A.A., Yakovleva R.V.* Engineering calculation methods of heat exchangers. Moscow : Mashinostroenie, 1968. 320 p. (*in Russian*).
6. *Petrovsky I.G.* Lectures on partial differential equations. 3rd edition, revised. Moscow : Fizmatgiz, 1961. 400 p. (*in Russian*).
7. Differential and integral equations. Variational calculations: in examples and problems / *A.B. Vasilieva, G.N. Medvedev, N.A. Tikhonov, T.A. Urazgildina*. 2nd edition, revised, Moscow : Fizmatlit, 2005. 429 p.(*in Russian*).
8. *Ditkin V.A., Prudnikov A.P.* Operating calculus. 2nd edition, supplemented. Moscow : Vyshsaya Shkola, 1975. 407 p. (*in Russian*).
9. *Ditkin V.A., Prudnikov A.P.* Handbook on Operating calculus. Moscow : Vyshsaya Shkola, 1965. 466 p. (*in Russian*).

Сведения об авторе

Иванов Роман Александрович, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник ФГУП «Крыловский государственный научный центр. Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. E-mail: r_ivanov@rambler.ru.

About the author

Roman A. Ivanov, Dr. Sci. (Eng.), Chief Researcher, Krylov State Research Centre. Address: 44, Moskovskoe sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. E-mail: r_ivanov@rambler.ru.

Поступила / Received: 16.04.25
Принята в печать / Accepted: 05.08.25
© Иванов Р.А., 2025